О. Нейгебауер. Точные науки в древности. М., 1968. С. 83–105.

ГЛАВА IV

ЕГИПЕТСКАЯ МАТЕМАТИКА И АСТРОНОМИЯ

34. Из всех цивилизаций древности египетская представляется мне наиболее приятной. Превосходная защита, которую море и пустыня обеспечивали долине Нила, не допускала чрезмерного развития духа героизма, который часто превращал жизнь в Греции в ад на земле. Вероятно, в древности не было другой страны, в которой культурная жизнь могла бы продолжаться так много столетий в мире и безопасности. Конечно, даже и Египет не был избавлен от суровой внешней и внутренней борьбы; но в целом, мир в Греции или Месопотамии был таким же исключительным состоянием, как война в Египте.

Неудивительно, что часто подчеркивают неподвижный характер египетской культуры. На самом деле в Египте было так же мало врожденного консерватизма, как и в любом другом человеческом обществе. При серьезном изучении египетского языка, искусства, религии, системы управления и т. д. легко увидеть постоянные изменения во всех аспектах жизни на протяжении всего периода от ранних династий и до того времени, когда Египет потерял свою независимость и, в конце концов, был поглощен эллинистическим миром.

Обоснованность этого утверждения не опровергается тем фактом, что математика и астрономия обе играли незначительную роль во все периоды египетской истории. В противном случае можно было бы отрицать развитие искусства и архитектуры в Средние века по причине неизменно низкого уровня науки в Западной Европе. Нужно просто осознать, что математика и астрономия практически не влияли на обычную жизнь древних цивилизаций. Даже в наиболее развитых экономических структурах древности потребность в математике не выходила за пределы элементарной домашней арифметики, которую ни один математик не назовет математикой. Требования же к математике со стороны технических проблем таковы, что средств древней математики было недостаточно для каких бы то ни было практических приложений. Астрономия, наоборот, оказывала гораздо более глубокое влияние на философские взгляды древних, поскольку она воздействовала на их представление о мире, в котором мы живем. Но не следует забывать, что древняя астрономия в своем развитии в значительной степени низводилась до состояния вспомогательного орудия, когда над теоретическими аспектами астрономии преобладала их астрологическая интерпретация. Единственное практическое применение теоретической астрономии можно найти в теории солнечных часов и математической географии. Нет никаких следов использования сферической астрономии для теории навигации. Только со времен Возрождения практические аспекты математических открытий и теоретические выводы из астрономии стали важными составными частями человеческой жизни.

35. Тот факт, что египетская математика не внесла сколько-нибудь заметного вклада в развитие математических знаний, не означает, что она не представляет интереса для историка. Наоборот, то обстоятельство, что египетская математика сохранилась на относительно примитивном уровне, дает возможность изучать такую стадию развития, которая, кроме египетских документов, нигде больше нам не доступна.

В какой-то мере египетская математика имела некоторое, скорее отрицательное, влияние на последующие периоды. Египетская арифметика была основана на широком использовании единичных дробей. Эта практика, возможно, оказала влияние на эллинистическую и римскую администрацию, и таким образом распространилась на другие районы Римской империи, хотя сходные методы, возможно, были развиты там более или менее независимо. Обращению с единичными дробями, безусловно, обучали всюду, где математика включалась в программу. Влияние этой практики заметно даже в сочинениях такого масштаба как «Альмагест», где окончательный результат часто выражается в единичных дробях, хотя сами вычисления производятся с шестидесятеричными дробями.

Иногда точность результата приносилась в жертву более красивой форме в виде единичных дробей. И эта старая традиция, несомненно, много способствовала тому, что применение шестидесятеричной позиционной системы обозначения ограничивалось чисто научной областью.

36. Изучение египетской математики приводит к двум важным результатам. Первый из них состоит в том, что все действия в египетской математике, по существу, сводятся к сложению. Для понимания второго результата нам потребуется глубже разобраться в развитии действий с дробями. Мы рассмотрим оба эти вопроса отдельно.

Нетрудно объяснить, чтó мы подразумеваем под «аддитивностью» египетской математики. Об обыкновенном сложении или вычитании нет надобности говорить. Оно просто состоит из правильного группирования и подсчета единиц, десятков, сотен и последующих знаков, из которых состоят египетские обозначения чисел. Но умножение и деление также сводятся к этому процессу путем дробления любого умножения на последовательные удвоения и сложения. А каждое удвоение есть не что иное, как сложение числа с самим собой. Так, умножение на 16 производится путем четырех последовательных удвоений, из которых последнее и дает нужный результат. Умножение на 18 получается сложением результатов умножения на 2 и на 16, как это показано на следующем примере:

	1	25
/	2	50
	4	100
	8	200
/	16	400
Итого		450

В общем умножение производится путем разложения одного множителя по степеням двух. Очевидно, в умах египтян никогда не возникало вопроса, всегда ли этот процесс применим. К счастью, всегда; и занятно видеть, как современные вычислительные машины снова используют этот «двоичный» принцип умножения. Деление, конечно, тоже можно свести к этому методу, потому что нужно только найти множитель, который в произведении с данным числом дает второе данное число. Деление 18 на 3 будет просто означать удвоение 3 до тех пор, пока в итоге не получится 18:

	1	3
/	2	6
/	4	12
Итого		18,

и ответ будет 2 + 4 = 6. Конечно, этот процесс не всегда работает так просто, и необходимо ввести дроби. Чтобы разделить 16 на 3, нужно начать опять с выкладок

	1	3
/	2	6
/	4	12

и, таким образом, найти 1 + 4 = 5, что немного меньше искомого решения. Очевидно, еще не хватает величины 16 – 15 = 1, и в заключение египетский вычислитель написал бы

	$\overline{\overline{3}}$	2
/	$\overline{3}$	1,

что означает: $^{2}/_{3}$ от 3 есть 2, $^{1}/_{3}$ от 3 есть 1, и таким образом он нашел бы число 5 $\overline{3}$, являющееся решением задачи.

Здесь мы уже коснулись второго вопроса, действий с дробями. Как уже говорилось в главе I, египетские дроби — это всегда «единичные дроби». Единственным исключением является число $^2/_3$, которое мы всегда тоже относим к единичным дробям, чтобы избежать неуклюжих выражений[1]. Большая часть этих чисел пишется при помощи обыкновенного обозначения числа под иероглифом , «*r*», означающим что-то вроде «часть». Мы поэтому пишем 5 вместо выражения «5-я часть» $= \frac{1}{5}$. Для $\frac{2}{3}$ мы пишем $\overline{\overline{3}}$, тогда как египетская форма была бы «2 части», что значит «2 части от 3», т. е. $\frac{2}{3}$. Имеются специальные знаки для $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$, которые мы можем правильно передать словами «половина» и «четверть», но для простоты мы употребляем знаки $\overline{2}$ и $\overline{4}$, как и для всех других единичных дробей.

Мы не будем подробно рассматривать все принятые в Египте способы обращения с этими дробями. Отметим лишь некоторые основные черты, характерные для этого своеобразного уровня арифметики. Например, если нужно сложить $\overline{3}$ и $\overline{15}$, то в качестве ответа напишут просто $\overline{3}\ \overline{15}$, и никогда не заменят это каким-либо символом вроде $\frac{2}{5}$. Опять-таки $\overline{\overline{3}}$ составляет исключение, поскольку часто используется равенство чисел $\overline{2}\ \overline{6}$ и $\overline{\overline{3}}$.

Каждое умножение или деление, включающее дроби, приводит к вопросу о том, как удваивать единичные дроби. Оказывается, удвоенные $\overline{2}$, $\overline{4}$, $\overline{6}$, $\overline{8}$ и т. д. всегда непосредственно заменяются на 1, $\overline{2}$, $\overline{3}$, $\overline{4}$, и т. д. Для удвоенного $\overline{3}$ имеется специальный символ $\overline{\overline{3}}$. Для удвоения дробей $\overline{5}$, $\overline{7}$, $\overline{9}$,... следуют, однако, специальным правилам, ясно изложенным в одном из главных наших источников, математическом папирусе Ринда. Эти правила можно представить в виде таблицы, дающей для каждого нечетного целого *n* выражение для удвоенного числа $\overline{n}$. Эта таблица часто воспроизводилась, мы можем ограничиться несколькими начальными строчками:

n	дважды	*n*
3	$\overline{2}$	$\overline{6}$
5	$\overline{3}$	$\overline{15}$
7	$\overline{4}$	$\overline{28}$
9	$\overline{6}$	$\overline{18}$
	и т. д.	

Возникает вопрос, почему именно эти комбинации были выбраны из бесконечного числа способов представления $\frac{1}{n}$ в виде суммы единичных дробей.

Я думаю, что разгадка этой проблемы кроется в разбиении всех единичных дробей на два класса, класс «естественных» и класс «алгоритмических» дробей, вместе с учетом описанной ранее техники последовательного удвоения и его дополнения, последовательного деления пополам. К «естественным» дробям я отношу небольшую группу долей единицы таких, как $\overline{\overline{3}}$, $\overline{3}$, $\overline{2}$ и $\overline{4}$, которые с самого начала выделяются тем, что для них существуют специальные символы или выражения. Эти части являются самостоятельными единицам и относятся к основным понятиям наравне с целыми числами. Они встречаются повсюду в повседневной жизни, при счете и измерении. Остальные дроби, наоборот, являются неизбежным следствием действий над числами, «алгоритма», и не имеют таких глубоких корней в элементарном понятии о числе. Среди «алгоритмических» дробей выделяются те, которые легко представить, а именно, те части, которые возникают при последовательном делении пополам. Этот процесс является простой аналогией последовательного удвоения, на котором построены все действия с целыми числами. Таким путем мы получаем два ряда

[1] Мы здесь оставляем в стороне другую «дополнительную дробь» (т. е. дробь вида $1-\overline{n}$), обозначавшуюся специальным знаком, а именно дробью $^3/_4$, потому что она не играет никакой роли в известных нам египетских арифметических действиях.

дробей, оба непосредственно вытекающих из «естественных» дробей путем последовательного деления пополам. Одна последовательность — это $\overline{\overline{3}}$, $\overline{3}$, $\overline{6}$, $\overline{12}$ и т. д., другая — $\overline{2}$, $\overline{4}$, $\overline{8}$, $\overline{16}$ и т. д. Важность этих двух серий ясно видна во всей египетской арифметике. Яркий пример был уже приведен выше, где мы видели, что $\overline{3}$ от 3 находится, начиная с того, что $\overline{\overline{3}}$ от 3 есть 2, и лишь вторым этапом устанавливается, что $\overline{3}$ от 3 есть 1. Такой переход от $\overline{\overline{3}}$ к $\overline{3}$ являлся стандартным, хотя нам он кажется совершенным абсурдом. Он подчеркивает полноту первой серии дробей и то, что она происходит от «естественной» дроби $\overline{\overline{3}}$.

Если теперь нужно выразить удвоенную единичную дробь, скажем, $\overline{5}$, как комбинацию других долей единицы, то представляется естественным снова обратиться к этим двум основным сериям дробей. Таким образом, пытаются представить дважды $\overline{5}$, как сумму естественной части от $\overline{5}$ и какой-либо другой дроби, которую надо найти тем или иным способом. На этой ранней стадии, несомненно, делали пробы, пока не находили правильного решения. Я думаю, что основные этапы вычислений можно восстановить следующим образом. Обращаемся к естественной дроби $\overline{3}$ после того как другие эксперименты (например, с $\overline{2}$) оказались неудачными. Дважды $\overline{5}$ можно представить как от $\overline{5}$, или $\overline{15}$, плюс остаток от $\overline{5}$, где остаток должен дополнять $\overline{3}$ до множителя 2 правей 1 $\overline{\overline{3}}$. Теперь встает вопрос о нахождении 1 $\overline{\overline{3}}$ от $\overline{5}$. Это делается в египетской математике путем подсчета третей и записи их числа красными чернилами под высшими единицами; в нашем случае

1 $\overline{\overline{3}}$ (написано черным)
3 2 (написано красным).

Это значит, что 1 содержит 3 трети, а $\overline{\overline{3}}$ — две трети. Таким образом, остающийся множитель в целом содержит 5 третей. Это величина, от которой надо взять $\overline{5}$. Но 5 пятых есть одна целая единица, и это была треть первоначальной высшей единицы. Так мы получаем для второго слагаемого просто $\overline{3}$, и, таким образом, дважды $\overline{5}$ представлено как $\overline{3}$ $\overline{15}$. Это то самое, что мы находим в таблице.

Для современного читателя удобнее повторить эти неуклюжие выводы в теперешней символике, но следует помнить, что такая форма выражения совершенно неисторична. Для того чтобы представить $\frac{2}{5}$ в виде $\frac{1}{m} + \frac{1}{x}$, мы выбираем $\frac{1}{m}$, как естественную дробь от $\frac{1}{5}$, в данном случае $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$. Для остающейся дроби имеем $\frac{1}{x} = \left(1+\frac{2}{3}\right)\frac{1}{5} = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{3}$.

Так мы приходим к представлению

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{15} + \frac{1}{3},$$

содержащемуся в таблице. В общем виде мы имеем

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{n} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{n},$$

и второй член справа будет единичной дробью тогда и только тогда, когда n кратно 5. Другими словами, попытка с естественной дробью $\frac{1}{3}$ сработает, только если n будет кратно 5. Это подтверждается во всех соответствующих случаях, имеющихся в таблице папируса Ринда, охватывающей все выражения для $\frac{2}{n}$ от $n = 3$ до $n = 101$.

Точно так же можно оперировать с естественной дробью $\frac{1}{2}$. Тогда будем иметь

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{n} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{n},$$

откуда видно, что мы получим справа единичную дробь, если n делится на 3. Для $n = 3$ получаем

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2},$$

— то самое соотношение $\overline{\overline{3}} = \overline{2}\,\overline{6}$, которое мы приводили в начале. Все другие случаи в таблице для n кратных 3 показывают именно это разложение, в котором один из членов равен $\frac{1}{2n}$.

Ясно, что можно продолжать эту процедуру с дробями с $\overline{4}$, $\overline{8}$ и т. д. или с $\overline{6}$, $\overline{12}$ и т. д. Таким путем можно получить все больше и больше случаев, приведенных в таблице, и мне кажется несомненным, что удалось найти суть того метода, который привел к этим правилам замены чисел 2 n суммами единичных дробей.

37. В нашу цель не входит подробное рассмотрение всех сторон египетской арифметики дробей. Я надеюсь, однако, что достаточно ясно показал два ее ведущих принципа, строгую аддитивность и широкое использование «естественных дробей».

Следует добавить несколько исторических замечаний. Папирус Ринда не является единственным документом для изучения египетской арифметики. Другой большой текст в Московском папирусе согласуется с правилами, известными из папируса Ринда. Мы имеем, однако, глиняную табличку раннего периода Нового Царства, в которой удвоение числа $\overline{7}$ дано в виде $\overline{6}\ \overline{14}\ \overline{21}$, вместо $\overline{4}$, $\overline{28}$, как это получается по стандартному правилу. Значительно больше материала имеется в демотических и греческих папирусах эллинистического периода. Здесь опять можно наблюдать отклонения от ранних правил, хотя основные принципы остаются теми же. Другими словами, мы не можем сказать, что система таблиц дробей была вычислена раз и навсегда и затем строго сохранялась. Очевидно, что медленно развивалось несколько равнозначных форм, но без серьезного нарушения первоначальных методов. Этот последний факт имеет большое историческое значение. В египетской арифметике обращение с дробями всегда оставалось особым искусством. Хотя практика позволяла очень скоро научиться действовать с дробями в этих рамках, всякий охотно согласится, что эти методы исключали какие бы то ни было обширные астрономические вычисления, сравнимые с грандиозной вычислительной работой, проделанной греческими и поздними вавилонскими астрономами. Не удивительно, что египетская астрономия не сыграла никакой роли в развитии этой науки.

38. Подробное описание египетской геометрии нарушило бы пропорции этой книги. Достаточно сказать, что мы находим в Египте почти тот же элементарный уровень, который наблюдали в современной ему Месопотамии. Вычислялись площади треугольников, трапеций, прямоугольников и т. д., а для круга использовалось правило, которое можно выразить формулой

$$A = \left(\frac{8}{9}d\right)^2,$$

где d обозначает диаметр[2]. Соответствующие формулы для элементарных объемов тоже были известны, включая правильный способ вычисления объема усеченной пирамиды[3]. Это, а также относительная точность значения 3, 16 для π, вытекающего из приведенной выше формулы, ставит египетскую геометрию выше египетской арифметики. Было даже объявлено, что в одном примере из Московского папируса правильно определена площадь полушария, но текст допускает гораздо более примитивное истолкование, представляющееся более правдоподобным[4].

[2] Интересную реконструкцию приема, который привел к этой приближенной формуле, см. в статье А. Е. Раик, Новые реконструкции некоторых задач из древнеегипетских и вавилонских текстов, — Историко-математические исследования, вып. XI, М., 1958, стр. 171–184. (*Прим. ред.*)

[3] Был предложен ряд реконструкций метода, которым египтяне смогли получить правило вычисления объема усеченной пирамиды с квадратным основанием. См. О. Нейгебауер, Лекции по истории античных математических наук, М.–Л., 1937, стр. 144–146, «Предисловие» С. Я. Лурье к русскому изданию этих лекций, его же статью «К вопросу о египетском влиянии на греческую геометрию» (Архив Ин-та науки и техники (1), 1, 1933, стр. 45–70) и цитированную выше статью А. Е. Раик. (*Прим. ред.*)

[4] О различных толкованиях этой задачи Московского папируса, самый текст которой недостаточно

Яркое описание основных тем египетской математики имеется в папирусе Нового Царства, написанном для школьных нужд. Это сатирическое письмо, в котором один служащий высмеивает другого.

Раздел о математике гласит следующее: «Другая тема. Смотри, ты приходишь и задаешь мне твою работу. Я тебе покажу, как обстоят у тебя дела, когда ты говоришь: «Я писец, издающий приказы по армии»[5].

«Тебе поручено вырыть озеро. Ты приходишь ко мне, чтобы спросить относительно норм для солдат, и ты говоришь мне «подсчитай это». Ты оставляешь свою работу и задача научить тебя ее выполнению падает на мои плечи.

«Приди, чтобы я мог сказать тебе больше, чем ты сказал: Я заставлю тебя смутиться (?), когда я открою тебе приказ твоего повелителя, тебе, являющемуся его царским писцом, когда тебя приведут под окно (дворца, где царь издает приказы) по вопросу о некоторой важной (?) работе, когда горы извергают великие монументы для Хора (царя), повелителя Двух Стран (Верхнего и Нижнего Египта). Потому что, смотри, ты являешься умным писцом, который находится во главе войск. Нужно соорудить наклонное (строение), длиной 730 локтей, шириной 55 локтей, содержащее 120 отделений, заполненных балками и тростником; высотой 60 локтей в наивысшей точке, 30 локтей в середине, с уступом в дважды 15 локтей и с полом в 5 локтей[6]. Сколько нужно для этого кирпичей, спрашивают у генералов, спрашивают у писцов всех вместе, но ни один из них не знает ничего. Все они надеются на тебя и говорят: «Ты умный писец, мой друг! Решай за нас быстро! Смотри, твое имя знаменито; пусть никого не найдется в этом месте, чтобы восхвалить других тридцать[7]. Пусть не скажут, что есть вещи, которых даже ты не знаешь. Ответь нам, сколько нужно кирпичей для этого?»

«Видишь, его размеры (?) перед тобой. Каждое из его отделений имеет 30 локтей и 7 локтей ширины».

В целом здесь можно повторять то, что мы уже сказали о вавилонской геометрии. Задачи на площади или объемы не составляют самостоятельного раздела математических исследований, а являются только одним из многих приложений численных методов к практическим вопросам. Нет существенной разницы между задачами на определение площади поля в соответствующих единицах и задачами о распределении пива среди персонала храма согласно дифференцированным нормам. Это положение дел в значительной степени сохранялось даже в эллинистический период и много позже, далеко за его пределами. Важную роль в арабской математике играют задачи «на наследование», и такие же задачи мы находим еще в древневавилонских текстах. Геометрические работы Герона, подлинные или приписываемые ему, содержат целые главы о единицах, весах, измерениях и т. п. Конечно, начиная с эллинистического периода, даже работы Герона и близкие к ним сочинения показывают влияние греческой научной геометрии. Но вообще говоря, следует различать два далеко отстоящих друг от дуга типа «греческой» математики. Один представлен строго логическим подходом Евклида, Архимеда, Аполлония и других; другой является только частью общей эллинистической математики, корни которой лежат в вавилонских и египетских методах. Произведения Герона и Диофанта и работы, известные только по фрагментам или из папирусов, составляют часть этой восточной традиции, которую можно проследить и в Средние века, как в арабском, так и в западном мире. «Геометрия» в современном смысле этого слова очень малым обязана тому скромному объему основных геометрических знаний, который необходим для удовлетворения практических потребностей. Математическая геометрия получила один из наиболее значительных

определенный и ясный, см. в «Лекциях...» Ней-гебауера, «Предисловии» С. Я. Лурье к этим лекциям, в статье «Египетская наука и Греция» И. Н. Веселовского (Труды Ин-та истории естествознания, т. II, 1948, стр. 426–498) и в книге «Пробуждающаяся наука» Ван-дер-Вардена, М., 1959. (*Прим. ред.*)

[5] Из книги A. Erman, Egyptian Literature, стр. 223 и след.

[6] Эти объяснения принадлежат Л. Борхардту. См. рисунок в Quellen und Studion zur Geschichte dcr Mathematik, ser. B, т. 1, стр. 442.

[7] Может быть, часто упоминающаяся «Коллегия Тридцати».

стимулов для развития в результате открытия иррациональных чисел в четвертом или пятом веке до н. э., затем, начиная со второго века до н. э., она пребывала в состоянии застоя, если не считать некоторого прогресса в сферической и начертательной геометрии, вызванного нуждами астрономии. С другой стороны, геометрическая теория оказала отрицательное влияние на алгебраические и численные методы, явившиеся частью восточных предпосылок эллинистической науки. Действительное проникновение во взаимные связи всех этих областей было достигнуто только в новое время.

39. Роль египетской математики, вероятно, лучше всего охарактеризовать, сказав, что она тормозила развитие техники вычислений. Египетская астрономия оказала значительно меньшее влияние на внешний мир по той простой причине, что на протяжении всей своей истории она оставалась на исключительно незрелом уровне и практически не имела никаких связей с быстро растущей математической астрономией эллинистической эпохи. Только в одном пункте египетская традиция оказала весьма благотворное влияние, а именно, в использовании эллинистическими астрономами египетского календаря. Этот календарь, по существу, является единственным разумным календарем во всей человеческой истории. Согласно нему год состоит из 12 месяцев по 30 дней и 5 дополнительных дней в конце каждого года. Хотя этот календарь возник из чисто практических потребностей, без всякой связи с астрономическими проблемами, его значение для астрономических вычислений было по достоинству оценено эллинистическими астрономами. Действительно, фиксированная шкала времени, без каких-либо вставок, была именно тем, что нужно для астрономических вычислений. Чисто лунный календарь вавилонян, с его зависимостью от всех сложных вариаций движения Луны, равно как и хаотические греческие календари, в которых вставки зависели не только от Луны, но и от местной политики, несомненно, были значительно хуже постоянного египетского календаря. Определение числа дней между отстоящими на 50 лет днями нового года по греческому или вавилонскому календарю представляет собой серьезную задачу. В Египте этот интервал просто равен 50 раз по 365. Неудивительно, что египетский календарь приобрел в астрономии характер стандартной системы измерения и сохранял эту роль на протяжении средних веков вплоть до использования его Коперником в лунной и планетной таблицах. Даже в гражданской жизни египетский календарь из 365 дней был возрожден в средние века. Незадолго до падения сасанидской монархии под ударами наступающего ислама, последний сасанидский царь, Ездигерд, положил этот год в основу реформированного персидского календаря. Это «персидское» летоисчисление от эры Ездигерда (от 632 г. н. э.) сохранилось, и на него часто ссылаются в астрономических трудах стран ислама и Византии.

Вторым вкладом Египта в астрономию явилось разделение суток на 24 часа, хотя эти «часы» первоначально не имели постоянной величины, а зависели от времени года. Эти «сезонные часы», двенадцать для дня и двенадцать для ночи, были заменены «равноденственными часами» постоянной длины только в теоретических работах эллинистических астрономов. Поскольку в это время все астрономические вычисления, по крайней мере в части, касающейся дробей, производились по шестидесятеричной системе, то и равноденственные часы были разделены шестидесятерично. Таким образом, наше современное деление дня на 24 часа по 60 минут является результатом эллинистической модификации египетской практики, соединенной с вавилонской техникой вычислений.

Наконец, следует упомянуть «деканы» (мы пользуемся греческим термином), которые не оставили прямого следа в современной астрономии. Это весьма любопытно, поскольку именно деканы, как мы увидим дальше, были причиной деления ночи на 12 частей и, значит, в конечном счете, нашей 24-часовой системы. Кроме того, в эллинистическую эпоху были установлены твердые соотношения между египетскими «деканами» и вавилонским зодиаком, упоминаемым в Египте лишь со времен царствования преемников Александра. В этом последнем варианте 36 «деканов» были просто третями знаков зодиака, так что каждый декан представлял 10° эклиптики. Поскольку в этот же период наблюдается быстрое развитие астрологии, деканы заняли важную роль в астрологическом учении и смежных областях, таких как алхимия, магия камней и растений и их применение в медицине. В таком виде «деканы» дошли до Индии, с тем, чтобы в еще более фантастической форме вернуться в страны ислама и на Запад. Их заключительный триумф отражен во фресках дворца Скифанориа в Ферраре, выполненных при правлении Борсо д'Эсте (около 1460 г.).

Прослеживая в глубь веков историю египетских «деканов», мы обнаруживаем взаимодействие двух основных компонентов египетского исчисления времени: восхода Сириуса, как предвестника наводнения и простой схемы гражданского года из 12 месяцев по три декады каждый.

39a. Здесь не место пытаться описать всю историю египетского календаря. Его в основном не астрономический характер подчеркивается делением года на три сезона по четыре месяца каждый — делением, имевшим значение лишь для сельского хозяйства. Единственная заметная астрономическая идея — гелиакический восход Сириуса — приобрела свое значение только благодаря близости этого восхода ко времени разлива Нила, основного события в жизни Египта. Существовал, наконец, и лунный календарь, по которому определяли дни праздников в соответствии с фазами луны. В действительности, как заметил Р. А. Паркер, следует различать разные варианты лунного календаря; один из них в конечном счете был упорядочен и привязан к гражданскому календарю с его двенадцатью 30-дневными месяцами и пятью присоединенными днями (эпагоменами).

Когда деканы впервые появились на крышках саркофагов Среднего Царства — гражданский календарь был уже давно установлен. К нему теперь были приведены в соответствие серии созвездий, числом 36, хотя и с небольшими отклонениями в расположении и границах. Только два из них могут быть непосредственно опознаны, а именно, Сириус и Орион. Некоторые созвездия покрывают более одного декана; с другой стороны, имеются деканы, «предшествующие» или «следующие за» созвездием и указывающие группы звезд меньшего значения. Мы увидим, что все эти деканы принадлежат полосе неба, расположенной примерно параллельно эклиптике к югу от нее (см. рисунок 1).

Астрономические изображения на крышках саркофагов менее значительных людей, по всей вероятности, являются жалкими копиями потолков, украшавших царские гробницы или храмы. На этих рисунках представлено небо с написанными названиями деканальных созвездий. Отвечающие деканам десятидневные интервалы заполняют весь год, образуя 36 колонок, разбитых в свою очередь каждая на 12 строк по числу часов ночи. Название одного и того же декана переходит из одной колонки в другую, каждый раз поднимаясь на строчку выше. Так, здесь возникает диагональный узор, по которому эти тексты называют «диагональными календарями».

В действительности мы имеем здесь не календарь, а звездные часы. Пользующийся таким списком будет знать «час» ночи по восходу декана, записанного в соответствующей декаде месяца. Рассмотрим более внимательно, как работают такие «часы», сначала с современной точки зрения, а затем вернемся к историческим соображениям.

Когда мы наблюдаем восход звезд над восточным горизонтом, мы видим, что они появляются ночь за ночью в одном и том же месте горизонта. Но если мы будем продолжать наблюдения и во время сумерек, то заметим, что все меньше и меньше звезд можно будет опознать при пересечении горизонта, а близко к восходу Солнца все звезды разом поблекнут. Допустим, что определенная звезда S взошла при начинающемся рассвете и почти сразу погасла ввиду быстрого приближения дневного света. Пользуясь термином греческой астрономии, мы называем такое явление «гелиакическим восходом» звезды. Допустим, что мы используем это явление как указатель окончания «ночи» (понимая под ночью действительную темноту), и считаем S звездой «последнего часа ночи». На следующий день мы можем опять сказать, что краткое появление S указывает на конец ночи. Мы можем продолжать то же самое в течение нескольких дней, но заметим тогда определенное изменение. Солнце не только участвует в суточном вращении неба с востока на запад, приводя тем самым к смене ночи и дня, но обладает также и своим собственным медленным движением по отношению к звездам, направленным противоположно суточному вращению небесного свода.

Это движение Солнца на восток (с полным оборотом за один год) день ото дня задерживает восход Солнца по отношению к восходу S. Следовательно, восход S будет виден все более и более ясно и будет проходить все больше времени, пока S не поблекнет в свете наступающего дня. Очевидно, что по истечении какого-то времени уже не будет смысла считать S указателем последнего часа ночи. Но имеются другие звезды, которые могут занять место S и эта процедура может повторяться весь год, пока Солнце не вернется обратно в район S. Таким образом, год за годом S может служить в течение нескольких дней звездой последнего часа, после чего ее в определенном порядке нужно заменять другими звездами T, U, V, …

Эта последовательность явлений и привела египтян к измерению времени ночи при помощи звезд (или группы близлежащих звезд), которые мы теперь называем «деканами». В приведенном выше описании мы оставили без ответа неявный вопрос: как долго нужно ждать, чтобы заменить S на T, T на U и т. д.? Очевидно, можно быть очень точным, и каждый день выбирать новую звезду, находящуюся как раз в фазе «гелиакического восхода». Но такого рода непрактичный педантизм не был характерен для тех египтян, которые хотели изобрести какой-либо метод определения времени для ночных служб в храмах. Они приспосабливали это время к своему календарю. Поскольку месяцы были разделены на декады, таким же образом были разбиты и службы часов-звезд. В течение 10 дней S указывала последний час ночи, затем выбиралась T для следующих 10 дней, и так далее. В течение каждой декады конец ночи постепенно отодвигался от рассвета в сторону темноты, с тем чтобы потом скачком вернуться обратно к рассвету при переходе к гелиакическому восходу следующего декана, как мы теперь будем называть звезды S, T, U,...

До сих пор мы только описали определение конца «ночи» или последнего «часа». При этом мы сделали определенный выбор: применили десятичный порядок гражданского календаря к этим деканальным часам. Дальнейшее является необходимым следствием этого важного решения.

Вернемся снова к тому времени года, когда S служит деканом последнего часа. Десять дней спустя T занимает место S. К этому времени восход S ясно виден в полной темноте. Поскольку на последний час теперь указывает T, мы, естественно, скажем, что восход S указывает предпоследний час. Спустя следующие десять дней U будет представлять последний час, T предпоследний час, S предпредпоследний час и т. д. Таким образом, мы получаем следующее «диагональное» расположение, ведя запись, как и египтяне, справа налево:

	декада 3	декада 2	декада 1	
. . .		. . .		. . .
. . .	S			предпредпоследний час
. . .	T	S		предпоследний час
. . .	U	T	S	последний час

Как долго можно продолжать этот процесс? Чтобы упростить, дело, допустим сначала, что год содержит ровно 360 дней или 36 декад. Тогда нам нужно иметь 36 деканов, прежде нем S опять сможет служить деканом последнего часа. Наши «звездные часы» будут поэтому состоять из 36 колонок. Число строк вытекает из следующих соображений. Восход звезд можно видеть только ночью. Максимальное число «часов», указываемых нашими деканами, равно поэтому числу деканов, восход которых можно последовательно наблюдать в течение одной ночи. Если бы от захода Солнца и до его восхода мы имели полную темноту, и если бы ночь и день равнялись друг другу весь год, то в течение одной ночи мы всегда могли бы наблюдать восход ровно половины небесной сферы. Поскольку 36 деканов соответствуют одному полному обороту неба, то в течение каждой ночи был бы виден восход 18 деканов, и наш список звезд привел бы к разделению ночи на 18 частей. Фактически, однако, колебания в продолжительности ночи и сумерек значительно влияют на это число. Более тщательное исследование показывает, что летом, когда Сириус восходит гелиакически, за время темноты можно наблюдать восход только 12 деканов. Поэтому десятичная последовательность деканов приводит к двенадцатеричному разделению ночи. Это и есть то расположение, которое мы находим в «диагональных календарях» на крышках саркофагов периода от 1800 до 1200 г. до н. э.

Важно напомнить, что именно десятичное расположение календаря определило размещение деканов и тем самым число часов, определяемых их восходом каждую ночь. Более мелкое деление привело бы к большему числу часов, а более длинные интервалы дали бы меньшее число часов. Таким образом, деление на 12 возникло не в результате произвольного выбора единиц, а явилось следствием десятичного порядка гражданского календаря. Десятичная основа исчисления времени проявляется в другой форме в разделении дневной части суток. На гробнице Сети I (около 1300 г. до н. э.) мы находим изображение простых солнечных часов и надпись, содержащую их описание. Из этого описания следует, что инструмент указывал десять «часов» от восхода Солнца до его захода. К этому добавлялось еще по часу на утренние и вечерние сумерки.

Итак, мы видим, что египетский счет часов первоначально был, вследствие десятичной структуры календаря, десятичным для дня, двенадцатеричным для времени темноты и оставлял еще два «часа» для сумерек. В результате получалось 24 «часа» неравной продолжительности и неравно распределенных между днем и ночью.

Мы не знаем подробностей дальнейшего развития, но можно показать, что эта примитивная система уже вышла из употребления к тому времени, когда она была изображена на гробнице Сети I, уступив место более равномерному распределению 24 часов на 12 часов ночи и 12 часов дня — разделению, которое в конце концов привело к 24 «сезонным» часам эллинистического периода.

39б. Не только независимое деление ночи и дня скоро вышло из употребления, но и определение ночных часов по деканам должно было потерять свою пригодность по истечении века или двух. В нашем описании мы для простоты допустили, что год имел ровно 360 дней. В этом случае 36 деканов периодически повторяли бы свою службу, следуя диагональному порядку, описанному выше. Фактически, однако, египетский гражданский год содержал 365 дней. Поскольку 36 деканов достаточны только для 360 дней, требуется дополнительный ряд созвездий, чтобы указывать часы ночи для дней эпагомен. Это было учтено изобретателями деканальных часов, что видно из последней секции «диагонального календаря» на крышках саркофагов. Однако не было принято во внимание то, что 365 дней недостаточно точно измеряют время до возвращения Солнца к той же звезде, и поэтому имело место медленное, но неуклонное смещение между гелиакическим восходом декан и его датой по гражданскому календарю. Наши тексты показывают, что делались попытки изменить порядок расположения деканов, чтобы компенсировать возникающие отклонения. Ко времени Нового Царства деканы как указатели времени потеряли всякую ценность. Попытка заменить восход звезд моментом их кульминации также долго не удержалась. Но к этому времени деканы заняли прочное положение в качестве изображений декад года в украшении астрономических сводов, как, например, в могиле Сенмута или гробнице Сети I. Они продолжали существовать в этой роли до тех пор, пока связь с зодиаком эллинистического периода не возродила их и не превратила в могущественный элемент астрологического учения.

Мы должны еще выяснить, где располагались деканы на небе, когда они были впервые применены для указания часов ночи. Из сказанного до сих пор следует, что деканами могла служить любая последовательность звезд или созвездий, восходы которых наступают с десятидневными интервалами. Но можно получить и дополнительную информацию. Мы не только знаем, что в числе деканов фигурировали Сириус и Орион, но и что Сириус был для них, так сказать, идеальным прототипом. Его гелиакический восход по идее начинает год, так же как восход других деканов связан с началом частей года, декад. Восход Сириуса наступает после промежутка примерно в 70 дней, в течение которых звезда остается невидимой из-за близости к Солнцу. Аналогично считалось, что это же самое справедливо и для всех деканов. Демотический комментарий к изображениям на гробнице Сети подробно описывает, как деканы «умирают» один за другим и как они «очищаются» в доме бальзамирования в преисподней с тем, чтобы возродиться после 70 дней невидимости.

Такое мифологическое описание нельзя, конечно, принимать за точное астрономическое указание времени невидимости. Но можно не сомневаться, что деканы в основном следовали циклу Сириуса. Иными словами, в качестве декана для декады, непосредственно следующей после Сириуса, должна была быть выбрана такая звезда, которая не только восходила на 10 дней позже, но и имела бы 70-дневный период невидимости. Если бы эти числа были точны и была известна яркость звезд, о которых идет речь, то их положение можно было бы точно определить. На самом деле это не так. Все же можно считать, что отклонение от 70-дневного периода невидимости, так же как и отклонения в яркости, оставались в разумных пределах. Этого достаточно по крайней мере для локализации зоны, внутри которой должны располагаться созвездия, служившие деканами. На рисунке[8] показано найденное таким путем положение пояса деканов по отношению к эклиптике и экватору, а также Сириусу и Ориону. Попытки продвинуться дальше в определении деканов не только мало интересны, но и неизбежно связаны с приписыванием нашим текстам астрономической точности, которой они никогда не имели. И все же нам удалось проникнуть в суть той правильной, хотя и примитивной процедуры, с помощью которой ночное время отсчитывали посредством звезд, И можем локализовать эти звезды в определенном районе неба, к которому принадлежат Сириус и Орион, принадлежат не как исключения, а как ведущие члены созвездий — деканов.

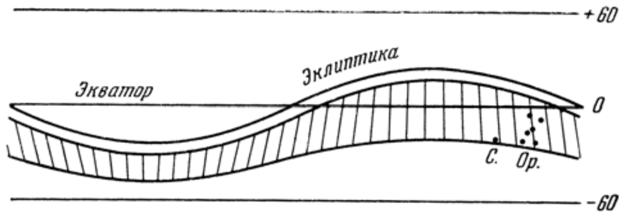

Рисунок 1

40. Саркофаги с «диагональными календарями» относятся к периоду примерно от 1800 до 1200 г. до н. э. От периода Нового Царства сохранились более сложные памятники. Один из них — это свод незаконченной гробницы Сенмута, визиря царицы Хатшепсут; другой — свод гробницы царя Сети I. Могила Сенмута содержит список деканов, изображения божеств часов и т. п. и рисунки созвездий северного полушария. На рисунке 2 показана часть этих изображений в том виде, как они скопированы экспедицией музея Метрополитен в Нью-Йорке. Гиппопотамы, крокодилы и прочие фигуры часто появляются на подобных рисунках. Особый интерес данного рисунка состоит в том, что на нем видны два этапа работы. Под резко очерченным рисунком просвечивают бледные линии, которые были нарисованы на своде синим цветом. Человек, одна рука которого находится около крокодила, на первоначальном рисунке отсутствовал. Крокодил был нарисован не косо, а горизонтально. Его следы еще видны около ступни и ног стоящего человека. Лев, который теперь находится на ступень выше, лежал параллельно крокодилу. Видна еще нижняя линия льва, пересекающая плечо косо лежащего крокодила. Голова льва была на плече человека, передние лапы льва — справа от его пояса. Эти детали представляют интерес, так как они определенно показывают, что размещение астрономических украшений потолка определялось художественными принципами. Поэтому попытка найти на небе группы звезд, расположение которых совпадало бы с расположением нарисованных созвездий, является безнадежной. В этих документах нигде серьезно не соблюдали астрономическую точность.

[8] Рисунок можно рассматривать как развернутую (или цилиндрическую проекцию небесной сферы между склонениями $\pm 60°$ (или $\varphi = 30°$), причем экватор служит осью симметрии.

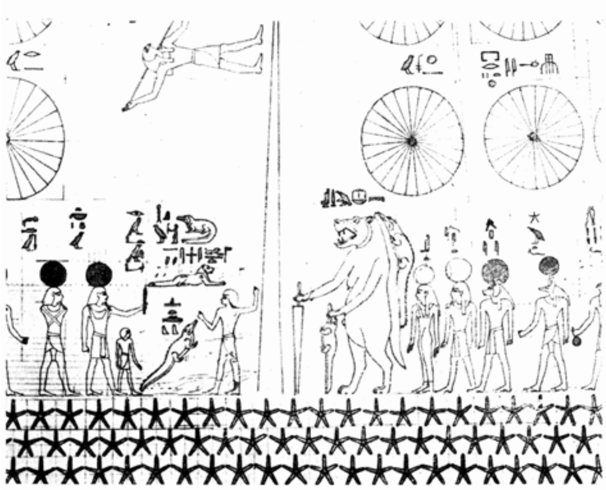
Рисунок 2

В гробницах Рамзесов VI, VII и IX появляется новый тип астрономических текстов. Здесь мы находим описания наблюдений, которые нужно произвести для определения часа ночи на протяжении года. Для первого и 16-го дня каждого месяца мы видим рисунок сидящего человека и над ним (или, скорее, за ним) сетку координат со звездами. В сопровождающей надписи для начала ночи и для каждого из ее 12 часов указывается определенная звезда и место, где она будет видна: «над левым ухом», «над правым ухом», «над левым плечом» или «правым плечом» и т. д.

Горизонтальные линии в сетке координат представляют часы, вертикальные линии — положения. Звезды расположены так, как сказано в тексте, во всяком случае в принципе, за исключением бесчисленных ошибок, совершенных мастером. Очевидно, здесь мы имеем дело со значительно более совершенным методом измерения времени, чем в гробницах Среднего Царства. Правда, эти тексты механически копировались на протяжении значительно более длинных периодов, чем то время, в течение которого они оставались правильными. Много усилий было затрачено на идентификацию этих новых списков звезд, часто без учета того, что содержание текстов с чисто филологической точки зрения не было точно установлено, поскольку имевшиеся копии были сделаны в ранний период египтологии, часто без сравнения с вариантами других копий и родственных текстов. Только новое издание всех этих материалов может обеспечить нужную базу для их изучения.

41. С периодом Птолемеев египетская астрономия меняет свой характер. Совсем новый элемент, греко-вавилонский зодиак, появляется на памятниках. Своды эллинистических храмов, сооруженных и реставрированных птолемеевскими царями и римскими императорами, поистине представляют собой хаотическое смешение астромифологии и астрологии эллинистического периода.

Начиная со второго века до н. э. попадаются также астрономические (или, точнее, календарные) и астрологические папирусы, написанные по-гречески или демотически или на обоих языках. Самые ранние демотические и греческие гороскопы были написаны около начала нашей эры. Найдены также чисто «астрономические» тексты, написанные иногда демотически, иногда по-гречески. Мы имеем тексты, касающиеся планет от времен Августа и до Адриана. В них указаны даты, когда планета входит в знак зодиака. Эти тексты основаны на вычислениях, а не наблюдениях; последнее видно из того факта, что вступление в знак зодиака отмечено и для тех дат, когда планета находится в соединении с Солнцем и потому невидима. Другой текст римского периода, написанный демотически, несомненно, воспроизводит более старый египетский метод, возможно, не затронутый эллинистическим влиянием. Мы уже упоминали ранее, что наряду со стандартным гражданским 365-дневным календарем с древнейших времен употреблялся и лунный календарь. Одна из надписей Среднего Царства упоминает «большие» и «малые» годы, и мы теперь знаем, что «большие» годы — это гражданские годы, содержавшие 13 праздников новолуния, в противоположность обыкновенным «малым» годам с 12 новолуниями. Каким путем регулировались эти вставки, во всяком случае в позднейший период, видно из упомянутого демотического текста.

Этот демотический текст содержит простую периодическую схему, основанную на том факте, что 25 египетских гражданских лет (содержащие 9125 дней) почти равны 309 лунным месяцам. Эти 309 лунных месяцев сгруппированы в нашем тексте в 16 обычных лет по 12 лунных месяцев и 9 «больших» лет по 13 месяцев. Как правило, два последовательных лунных месяца в нашей схеме содержат 59 дней, очевидно, потому, что один лунный месяц близок к 29 $^{1}/_{2}$ дням. Только каждый пятый год два последних месяца составляют 60 дней. Это дает для всего 25-летнего цикла правильный итог в 9125 дней.

Таким образом, египтяне имели чрезвычайно удобную схему для определения по простому правилу дат всех лунных праздников, схему, которая в течение многих столетий не могла привести к сколько-нибудь серьезной ошибке, хотя отдельное новолуние или полнолуние могло отклониться на ± 2 дня или, быть может, даже больше. Очевидно, египтяне были вполне довольны своей схемой, также как в Средние века удовлетворялись еврейским и христианским календарями, основанными на периодической схеме, приводившей к таким же серьезным отклонениям от действительности.

Резюмируя, можно сказать, что из почти трех тысячелетий египетской письменности только эллинистический и римский периоды оставили нам тексты, имеющие дело с численным предсказанием астрономических явлений. Никакие более ранние астрономические документы не содержат математических элементов; они являются примитивными схемами наблюдения, частично религиозного, частично практического назначения. Древняя наука была результатом деятельности очень ограниченного числа людей, и эти немногие люди не были египтянами.

БИБЛИОГРАФИЯ К ГЛАВЕ IV

Наши знания о египетской математике в первую очередь основаны на текстах, написанных в эпоху Среднего Царства или в период Гиксосов:

1. Математический папирус Ринда, опубликованный впервые Эйзенлором в 1877 г. Современная публикация принадлежит Т. Е. Питу, Лондон, 1923; дополнительный материал и фотографии см. в книге Chace—Bull—Manning—Archibald, The Rhind Mathematical Papyrus, Oberlin, Ohio, I, 1927, II, 1929.

2. Московский математический папирус, опубликованный В. Струве в Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, сер. A, т. I (1930).

3. Папирус Берлин 6619. Опубликован Шак-Шакенбургом (Schack— Schackenburg, Zeitschrift für aegyptische Sprache, 38 (1900), стр. 135 и след., и 40 (1902), стр. 65 и след).

4. Папирус Кахун. Опубликован Гриффитом (G. T. Griffith, Hieratic Papyri from Kahun and Gurob, London, 1848, табл. VIII и стр. 15 и след.)

5. Кожаный свиток Британского музея 10250. S. R. K. Glanville в J. Egyptian Archeology, 13 (1927), стр. 232 и след.

6. Деревянные таблички, Каир, 25367 и 25368. Recueil de travaux relatifs à la philologie et á l'archéologie égyptiennes, 28 (1906), стр. 62 и след. и Catalogue générale... du Musée du Caire, Ostraca, 1901, табл. 62–64 и стр. 95 и след.

Для позднего периода следует добавить демотические папирусы. Один большой демотический текст был найден в Туна эль-Гебель, согласно Illustr. London News, 104 (1939), стр. 840 и Chronique d'Égypte 14 № 28 (1939), стр. 278. Никакой информации об этом тексте получить не удалось. Фрагменты геометрического демотического текста имеются в Карлсбергской коллекции университета в Копенгагене, которые должен издать А. Вольтен[9].

Греческие папирусы очень тесно связаны с египетскими текстами. Об этих материалах см. André Deleage, Les cadastres antiques jusqu'a Dioclétien, Études de papyrologie, 2 (1934), стр.

[9] После кончины А. Вольтена этот труд принял на себя Р. Паркер. (*Прим. ред.)*

73–228. K. Vogel, Beitrage zur griechischen Logistik I. Sitzungsber. d. Bayerischen Akademie der Wissenschaft, Math.-nat. Abt., 1936, стр. 357–472. См. также Mitteilungen aus der Papyrussammlung der Nationalbibliothek in Wien, Griechische literarische Papyri I (1932) [Gerstinger, Vogel].

В папирусах обнаружено большое число геометрических и арифметических задач. Систематическое изучение этих разрозненных материалов представило бы интерес. Я упоминаю только особенно большие таблицы умножения для дробей, относящиеся к четвертому веку, опубликованные под № 146 в Michigan Papyri, т. III (1936). Сохранилось много меньших таблиц, как на греческом языке, так и в демотической записи.

Превосходное краткое описание египетской математики дано Питом (T. E. Peet, Bull. John Rylands Library, 15, 1931). Подробный анализ арифметических методов, принадлежащий автору настоящей работы, можно найти в Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, ser. B, т. 1 (1930), стр. 301–380; о геометрии см. стр. 413–451.

Для более глубокого понимания предпосылок, определивших характер египетской математики, большую пользу принесет изучение следующих работ: Lucien Lévy-Bruhl, Fonctions mentales dans les sociétés inférieures (1922); Heinrich Schaefer, Von aegyptischer Kunst (1919), и Kurt Sethe, Von Zahlen und Zahlworten bei den alten Aegyptern und was für andere Völker und Sprachen daraus zu lernen ist. Schriften d. wiss. Ges., Strassburg, 25 (1916).

Общие работы по Египту: J. H. Breasted, A History of Egypt, New York, Scribner; A. Erman, The Literature of the Ancient Egyptians; Poems, Narratives and Manuals of Instruction, from the Third and Second Millenia B. C, New Vork, E. P. Dutton, 1927. Египетская математика описана в книге O. Neugebauer, Vorgriechische Mathematik. Berlin, Springer, 1934 (цит. как «Vorlesungen»). Современных работ но египетской астрономии нет. P. A. Паркером и автором готовится издание всех доступных египетских астрономических текстов[10]. О литературе, касающейся специальных вопросов, см. примечания к п. 39 и след.[11]

ПРИМЕЧАНИЯ И ССЫЛКИ К ГЛАВЕ IV

к 36. Детальный анализ таблицы для $2/n$ из папируса Ринда дан в моей книге «Die Grundlagen der ägyptischen Bruchrechnung», Berlin, Springer, 1926. Эта теория резюмирована в моих «Vorlesungen», стр. 137 и след.[12] Другие варианты были предложены Ван-дер-Варденом (van der Waerden, «Die Entstehungsgeschichte der aegyptischen Bruchrechnung», Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, ser. B, т. 4, 1937, стр. 359–382[13].

к 37. Как указано в тексте, уже в Новом Царстве мы находим исключение из правил папируса Ринда для удвоения единичных дробей. Хейс (William C. Hayes, Ostraca and Name Stones from the Tomb of Sen-Mut (№ 71) at Thebes, The Metropolitan Museum of Art, Egyptian Expedition [Publications № 15], New York, 1942) опубликовал табличку (№ 153), которая содержит следующее вычисление[14]:

[10] См. O. Neugebauer and Richard A. Parker, Egyptian Astronomical Texts, I. The Early Decans, London, 1960. За это время появилась также новая фундаментальная книга по истории астрономии на Древнем Востоке B. L. van der Waerden, Die Anfdnge der Astronomie (= Erwachende Wissenschaft, II), Groningen, 1966. (*Прим. ред.*)

[11] Более высокую оценку математики древних египтян в целом дал М. Я. Выгодский в своей книге «Арифметика и алгебра в древнем мире», «Наука», 1967. (*Прим. ред.*)

[12] В русском переводе «Лекций...» Нейгебауера — стр. 165–184. (*Прим. ред.*)

[13] См. краткое изложение в русском переводе книги Ван-дер-Вардена, указанной в прим. 4. Другие объяснения египетской таблицы разложений для дробей $^{2}/n$ предложены М. Я. Выгодским («Арифметика и алгебра в древнем мире», «Наука», 1967); С. А. Яновской («К теории египетских дробей», Труды Института истории естествознания, т. I, 1947, стр. 269–282) и И. Н. Веселовским («Египетская наука и Греция», Труды Института истории естествознания, т. II, 1948, 426–498). (*Прим. ред.*)

[14] Реставрация первоначальной задачи, данная Хейсом, представляется мне очень сомнительной. В первой строчке можно уверенно прочесть только $\overline{3}\ \overline{14}\ \overline{2}\ \overline{21}$ и я не вижу никакого основания для восстановления слов «локоть, ладонь (?)» в начале. Четыре дроби, очевидно, составляют две пары, но мне непонятно их отношение к последующим операциям.

1		$\overline{7}$				(черн.)					(черн.)
		3				(красн.)	4		$\overline{2}$	$\overline{14}$	(красн.)
2		6		$\overline{14}$	$\overline{21}$	(черн.)		10	$\overline{2}$ 1	$\overline{2}$	
	3	$\overline{2}$	1	$\overline{2}$	1	(красн.)					

где числа под основными строчками написаны красным цветом. Очевидно, что мы здесь имеем дело с умножением дроби $\overline{7}$. Стандартное вычисление имело бы вид

1	$\overline{7}$	
2	$\overline{4}$	$\overline{28}$
4	$\overline{2}$	$\overline{14}$

Итак, мы видим, что в табличке применяется другое (более сложное) выражение для удвоенного числа $\overline{7}$. Анализ этого разложения полезен для понимания метода, изложенного в тексте. Стандартное разложение состояло бы в выделении естественной дроби $\overline{4}$ от $\overline{7}$ и определении дроби, остающейся для $\overline{2}$ –$\overline{4}$ от $\overline{7}$. Последняя равна $\overline{4}$.

В данной табличке мы находим «вспомогательные числа», написанные красным под дробями. Под $\overline{21}$ стоит 1. Это значит, что $\overline{21}$ введено в качестве новой единицы; поэтому под $\overline{7}$ мы находим 3. Это показывает, что мы имеем дело не с естественной дробью $\overline{4}$ из последовательности $\overline{2}$, $\overline{4}$, ..., а с дробью $\overline{3}$ из последовательности $\overline{\overline{3}}$, $\overline{3}$, $\overline{6}$, ... Итак, в качестве одного члена мы получаем $\overline{21}$, и должны найти остаток, который получается умножением 7 на 2–$\overline{3}$ = 1 $\overline{\overline{3}}$. Мы уже знаем, что $\overline{\overline{3}}$ = $\overline{2}$ $\overline{6}$. Таким образом, нужно умножить $\overline{7}$ на 1 $\overline{2}$ $\overline{6}$. Здесь опять нужно ввести вспомогательные числа, считая $\overline{6}$ за 1, что приводит к

/	1	6
	$\overline{2}$	3
/	$\overline{6}$	1

Если мы возьмем здесь первый и последний член, то получим 7 новых единиц. Итак, мы видим, что 1 $\overline{6}$ от $\overline{7}$ есть $\overline{6}$. Остается $\overline{2}$ от $\overline{7}$, что составляет $\overline{14}$. Значит, мы нашли для остатка выражение $\overline{6}$ $\overline{14}$, и для всей удвоенной дроби $\overline{7}$

$$\overline{6}\ \overline{14}\ \overline{21}$$

Приведенное вычисление показывает, как важно начать с правильной естественной дроби. Использование $\overline{4}$ приводит к двучленному выражению, тогда как использование $\overline{3}$ вынуждает нас к трехчленному разложению. Я уверен, что египтяне никогда не понимали скрытых причин делимости, а просто действовали путем испытаний и ошибок. Читатель может найти приведенное выше объяснение очень громоздким и гипотетичным. Только систематическое изучение имеющихся примеров может дать нужные навыки, с тем чтобы этот тип арифметических правил стал действительно привычным. Полезной иллюстрацией является группа задач из математического папируса Ринда, которые я подробно проанализировал в моих «Vorlesungen», стр. 139 и след. К счастью, в этих примерах мы также имеем дело с дробью $\overline{7}$ и ее долями и в большинстве случаев все вспомогательные числа, помогающие «умножать» дроби, сохранились.

к 39. О египетском исчислении времени см. K. Sethe, Die Zeitrechnung der alten Aegypter im Verhältnis zu der der andern Völker. Nachr. d. K. Gesellschaft d. Wissensch. zu Göttingen, Phil.-hist. Kl. 1919 и 1920. Также L. Borchardt, Die altagyptische Zeitmessung, Berlin, De Gruyter, 1920. О египетском лунном календаре см. R. A. Parker, The Calendars of Ancient Egypt, University of Chicago Press, 1950.

О позднейшей истории деканов см. W. Gundel, Dekane und Dekansternhilder, Studien d. Bibliothek Warburg, 19 (1936).

к 39а. О возникновении египетского календаря см. O. Neugebauer, Die Bedeutungslosigkeit der «Sothis-periode» für die älteste ägyptische Chronologie, Acta Orientalia, 17 (1938) и The Origin of the Egyptian Calendar, J. Near Eastern Studies, 1 (1942). Также H. E.

Winlock, The Origin of the Ancient Egyptian Calendar, Proc. Amer. Philos. Soc., 83 (1940) и цитированная в предыдущем разделе книга Паркера.

«Диагональные календари» были впервые рассмотрены в статье A. Pogo, Isis 17 и 18 (1932) и Osiris, I (1930). Определение положения деканов по периоду их невидимости дано Нейгебауером в книге «Vistas in Astronomy» (изд. Arthur Beer), т. 1, стр. 47–51, London, 1955. О гробнице Сенмута см. A. Pogo, Isis, 14 (1930).

О гробнице Сети см. публикацию Х. Франкфорта (H. Frankfort) в Memoir 39 of the Egypt Exploration Society (2 vols.), London, 1933. Дискуссию об астрономическом своде см. в книге Ланге — Нейгебауера, H. O. Lange — O. Neugebauer, Papyrus Carlsberg I. Ein hieratisch-demotischer kosmologischer Text. Klg. Danske Vidensk. Selskab, Hist.-filol. Skrifter, 1, № 2 (1940).

Вызывающий большое недоумение текст из рамесспдского папируса (содержащий счастливые и несчастные дни), опубликован в работе J. Černý, Annales du Service des Antiquités de l'Egypte, 43 (1943), стр. 179 и след. Там мы находим схему для определения продолжительности дня и ночи из месяца в месяц по линейному закону от минимума в 6 часов и до максимума в 18 часов. Другая схема изменений продолжительности дня рассматри вается вработе J. J. Clère, Un texte astronomique de Tanis, Kêmi, 10 (1949), стр. 3–27.

к 41. О таблицах планет см. O. Neugebauer, Trans. Amer. Philos. Soc, N. S., 32 (1942) с дополнениями в работе Knudtzon — Neugebauer, Zwei astronomische Texte, Bull, de la soc. royale des lettres de Lund 1946–1947, стр. 77 и след. Дискуссию см. в работе van der Waerden, Egyptian «Eternal Tables», Koninkl. Nederl. Akad. van Wetensch., Proc. 50 (1947), стр. 536 и след. и стр. 782 и след.

Датирование четырех из этих таблиц планет было связано с необычным инцидентом, который стоит упомянуть в качестве примера того, как может возникнуть совершенно невероятная комбинация и привести затем к неверным выводам. Четыре таблицы, о которых идет речь, написаны на деревянных табличках, которые первоначально были скреплены вместе, как страницы в книге, при помощи шнурка, продернутого сквозь дырочки на одной стороне деревянной рамки. Эти таблички были впервые опубликованы в 1856 г. Бругшем, одним из крупнейших пионеров египтологии. В каждой табличке упоминаются чьи-то годы царствования, и естественно было расположить таблички в соответствии с этими годами, идущими друг за другом, как показано ниже:

Табличка I-годы с 9 по 15,
Табличка II-годы с 16 по 19 и с 1 по 3,
Табличка III-годы с 4 по 10,
Табличка IV-годы с 11 по 17.

Поскольку тексты явно были написаны в римский период, Бругш пришел к заключению, что первым правителем должен быть Траян, царствовавший 19 лет, чьим преемником был Адриан, правивший более 17 лет. Оказалось, однако, что эти выводы правильны только для табличек I, II и IV. Сопоставление астрономических данных сразу показывает, что табличка III пе может быть пи продолжением таблички II, ни предшественницей таблички IV[15]. Действительно, легко показать, что годы «с 4 по 10» являются годами не Адриана, а Веспасиана, правившего за 30 лет до Траяна. Таким образом, по чисто случайному совпадению может показаться, что табличка III располагается между табличками II и IV. Подобные случаи при историческом исследовании могут иметь место чаще, чем мы думаем, и не обнаруживаться просто потому, что строгая астрономическая проверка неприменима.

25-летний цикл был обнаружен в демотическом папирусе № 9 из Карлсбергской коллекции, опубликованном О. Нейгебауером и А. Вольтеном в Quellen und Studien zur

[15] Это было правильно отмечено в статье William Ellis, Memoirs Roy. Astron. Soc, 25 (1857), стр. 112 ,но, как ни странно, Эллис не определил правильно дату таблички III.

Geschichte d. Mathematik, ser. B, т. 4. (1938). Этот 25-летний цикл был хорошо известен и часто использовался в стической астрономии. Птолемей, например, в соответствии с ним расположил свои таблицы сизигий[16] («Альмагест», VI, 3).

Не следует думать, что «25-летний цикл», о котором идет речь, играет ту же роль, что и ранее упомянутый «19-летний цикл» (или «цикл Метона»). В первом случае 25 лет — это годы египетского календаря ровно по 365 дней каждый. Во втором случае годы являются тропическими годами, т. е. интервалами времени, определенными астрономически и включающими дробные части дней. Первый цикл содержит 309 средних лунных месяцев, и к концу его тот же самый египетский гражданский день снова приходится на новолуние или полнолуние. Во втором цикле через 235 средних лунных месяцев эта лунная фаза снова приходится на тот же день года, но от местного календаря зависит, совпадут ли даты по календарю. Поскольку греческие астрономы в своих таблицах постоянно оперировали египетским календарем, то им было значительно удобнее пользоваться 25-летним циклом.

Среди громадного количества письменных документов Древнего Египта мы имеем только одно сомнительное указание на частное солнечное затмение в 610 г. до н. э. — если допустить, что интерпретация текста правильна (см. статью W. Erichsen, Akad. d. Wiss. u. Lit. Mainz, Abh. Geistes u. Soz. Wiss., 1956, № 2)[17]. В «Альмагесте» нет упоминания ни об одном египетском наблюдении, хотя Птолемей дает обширные ссылки на прежние наблюдения, на которых базируется его теория. Имеется одно коптское сообщение о затмении в 601 г. н. э. (!), впервые опознанное Краллом (Krall) и Гинцелем (Ginzel) (S. B. Akad. d. Wiss. Wien, math.-nat. Cl. 88, 2, 1883, стр. 655) и затем Алленом (E. B. Allen, J. Amer. Oriental Soc. 67, 1947, стр. 267).

Добавление. Читателю, может быть, не хватает упоминания об астрономическом или математическом значении пирамид. Действительно, вокруг «загадок» этих построек, по крайней мере одной из них, пирамиды Хуфу (или «Хеопса») была воздвигнута целая литература. Предполагалось, что в размерах и расположении этого сооружения выражены важные математические константы, например, точное значение числа π и глубокие астрономические сведения. Эти теории полностью противоречат всем данным археологии и египтологии, касающимся истории и назначения пирамид. Читателю, желающему посмотреть превосходный обзор этих вопросов, следует ознакомиться с работами Уилера (Noel F. Wheeler, Pyramids and their Purpose, Antiquity 9, 1935, стр. 5–21, 161–189, 292–304 и Борхардта (L. Borchardt, Gegen die Zahlenmystik an der grossen Pyramide bei Gise, Berlin, 1922).

Об очень сложных исторических и археологических проблемах, связанных с пирамидами, см., например, работы Лауера (J. P. Lauer, Le problème des pyramides d'Égypte, Paris, 1948) и Эдвардса (I. E. S. Edwards, The Pyramids of Egypt, Penguin Books, 1952). Как мало известно о значении и расположении комнат и коридоров внутри пирамид, особенно хорошо видно на примере «наклонной пирамиды» в Дахшуре; см. отчет о последних раскопках Фахри (A. Fakhry) в Annales do Service des Antiquités del'Égypte, 51 (1954), стр. 509 и след. и 52 (1955), стр. 563 и след.

[16] Сизигии — общее название моментов соединений и противостояний Луны или планет с Солнцем. (*Прим. ред.*)

[17] Как будет показано в подготавливаемой публикации Каминоса в рассказе Осоркона (девятый век до н. э.) нет речи о фактическом затмении. [Caminos Ricardo, The Chronicle, of prince Osorkon. Roma, Pontificium Institutum Biblicum, 1958, XXIV. (*Прим. ред.*)]