

535.42:535.3

САМОФОКУСИРОВКА И ДИФРАКЦИЯ СВЕТА В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ*С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов*

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Введение	19
§ 2. Геометрическая оптика нелинейной среды (уравнения, фокальные точки, нелинейные аберрации, нестационарные процессы)	33
§ 3. Волновая оптика нелинейной среды (дифракционные поправки к длине самофокусировки, формирование собственного оптического волновода, нестационарные процессы)	47
§ 4. Нелинейные оптические эффекты в поле самофокусирующихся пучков (вынужденное рассеяние в жидкостях, экспериментальные данные, самофокусировка и параметрическое усиление)	59
§ 5. Заключение (нерешенные проблемы, дифракция при нелинейных волновых взаимодействиях)	65
Цитированная литература	68

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Эффекты самовоздействия электромагнитных волн в нелинейной среде. Экспериментальные данные

Среди нелинейных оптических эффектов, интенсивно исследуемых в последние годы, особое место занимают эффекты самовоздействия мощных световых волн. Эффекты самовоздействия связаны с зависимостью комплексной диэлектрической проницаемости (комплексного показателя преломления) от интенсивности распространяющейся волны. Появление указанной зависимости может быть связано с разнообразными физическими причинами. Электрострикция в световом поле приводит к появлению давления $p = E^2/8\pi \cdot \rho d\epsilon/d\rho$ (E — напряженность светового поля, ρ — плотность, ϵ — диэлектрическая постоянная), изменяющего в области, занятой световым пучком, плотность, а следовательно, и показатель преломления среды. В жидкости сильное световое поле приводит к ориентации анизотропно поляризующихся молекул за счет взаимодействия с наведенным дипольным моментом; при этом среда становится анизотропной, а средний показатель преломления для ориентирующего поля возрастает. Этот эффект принято называть высокочастотным эффектом Керра; изменение показателя преломления здесь, как и в хорошо известном статическом эффекте Керра, происходит за счет «выстраивания» молекул по полю. Зависящая от интенсивности световой волны добавка к показателю преломления может быть связана также с нелинейностью электронной поляризации. Наконец, изменение плотности, а следовательно, и пока-

зателя преломления может быть связано с нагревом среды, вызванным диссипацией энергии мощной световой волны. Более подробную дискуссию перечисленных эффектов мы отложим до раздела 1.2 этого параграфа, а сейчас обратимся к рассмотрению особенностей волновых явлений в средах с показателем преломления, зависящим от интенсивности световой волны. Выяснить многие черты волновых процессов можно, не прибегая к детальному рассмотрению физического механизма нелинейности, а ограничиваясь феноменологическим описанием поляризации среды. Феноменологически эффекты самовоздействия описываются нечетными (по полю E) членами в разложении нелинейной части поляризации нелинейной среды по полю, т. е. если представить i -ю компоненту вектора нелинейной поляризации $P^{(nl)}$ в виде

$$P_i^{(nl)} = \chi_{ijk} E_j E_k + \chi_{ijkl} E_j E_k E_l + \chi_{ijklm} E_j E_k E_l E_m + \dots + \chi_{ijklmn} E_j E_k E_l E_m E_n + \dots \quad (1,1)$$

эффекты самовоздействия описываются тензорами χ_{ijkl} , χ_{ijklmn} и т. п. Соответствующее разложение комплексной диэлектрической проницаемости по степеням поля имеет вид (используется символическая запись; A — амплитуда волны)

$$\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_2 |A|^2 + \epsilon_4 |A|^4 + \dots, \quad (1,2)$$

где ϵ_0 — линейная диэлектрическая проницаемость (асимптотическое значение ϵ при $A \rightarrow 0$), а $\epsilon_2, \epsilon_4, \epsilon_6, \dots$ — комплексные величины, знаки действительных и мнимых частей которых могут быть, вообще говоря, любыми. (Легко видеть, что ϵ_2 определяется тензором χ_{ijkl} , ϵ_4 — χ_{ijklmn} и т. д., $\epsilon_0 = \epsilon'_0 + i\epsilon''_0$, $\epsilon_2 = \epsilon'_2 + i\epsilon''_2$, ...) В отличие от таких хорошо известных нелинейных оптических эффектов, как генерация гармоник и параметрические процессы, где взаимодействуют волны на нескольких сильно отличающихся частотах, в процессе самовоздействия волна остается квазимонохроматической, а сам эффект проявляется в изменении ее амплитуды, поляризации, формы углового или частотного спектра. Классификацию возможных вариантов самовоздействия световых волн в нелинейных средах можно дать, пользуясь (1, 2) и простыми качественными соображениями. Пусть речь идет о распространении немодулированной (во времени) гармонической волны $E = \frac{1}{2} A \exp(i\omega t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r}) + \text{к. с.}$ в среде с показателем преломления вида (1,2). Тогда с мнимыми частями коэффициентов $\epsilon_2, \epsilon_4, \dots$ будут связаны эффекты нелинейного поглощения. Полный декремент затухания волны в среде имеет вид

$$\delta = \delta_0 + \delta_2 |A|^2 + \delta_4 |A|^4 + \dots \quad (1,2a)$$

($\delta_0 = k_0 \epsilon''_0 / 2\epsilon'_0$, $\delta_2 = k_0 \epsilon''_2 / 2\epsilon'_0$); с действительными же частями указанных коэффициентов связаны поправки к фазовой скорости.

Полный эйконал плоской гармонической волны содержит в этом случае нелинейные добавки ($\epsilon'_2, \epsilon'_4 \ll \epsilon'_0$)

$$s^{(nl)} = \frac{\epsilon'_2 |A|^2 k_0}{2\epsilon'_0} z + \frac{\epsilon'_4 |A|^4 k_0}{2\epsilon'_0} z + \dots \quad (1,3)$$

— происходит ускорение или замедление волны, что может повлиять, вообще говоря, на эффективность волновых взаимодействий в нелинейной среде. Однако особый интерес эффекты, связанные с нелинейными добавками к действительной части ϵ , приобретают для ограниченных лучков. Здесь за счет их возникает новый важный физический эффект, который

может быть назван нелинейной рефракцией световых лучей. Действительно, в поле ограниченного светового пучка первоначально однородная среда в силу (1,2) становится оптически неоднородной; показатель преломления среды определяется теперь распределением интенсивности распространяющейся волны. Чтобы выявить основные особенности эффекта нелинейной рефракции, ограничимся учетом младшего (а следовательно, и наибольшего) нелинейного члена в разложении (1,2). Очевидно, характер нелинейной рефракции определяется знаком ϵ'_2 . В среде с $\epsilon'_2 > 0$ (такой знак реализуется обычно при высокочастотном эффекте Керра, электрострикции в поле интенсивной световой волны, а иногда и за счет нагрева среды в световом поле; более подробно см. раздел 1.2) области максимальной интенсивности являются одновременно и наиболее оптически плотными. В этом случае нелинейная рефракция должна приводить, очевидно, к концентрации энергии — периферийные

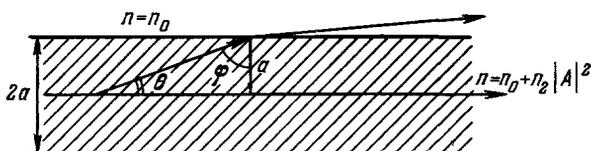


Рис. 1. Иллюстрация к выводу формулы для критической мощности пучка, транспортируемого без расходимости (самоканализирующегося) в нелинейной среде. Заштрихована область, занятая пучком.

лучи отклоняются в область, где поле максимально. Этот эффект получил название самофокусировки светового пучка. Чрезвычайно важным обстоятельством, выделяющим эффект самофокусировки среди других нелинейных оптических процессов, является его «лавиновый» характер. Действительно, даже слабое увеличение интенсивности в некотором участке светового пучка приводит в среде с $\epsilon'_2 > 0$ к концентрации лучей в этой области, а следовательно, и к дополнительному возрастанию интенсивности; последнее усиливает эффект нелинейной рефракции и т. д.

В линейной оптике нарастанию поля в фокальных точках оптических систем препятствует дифракция. Аналогичную роль играет она и в явлении самофокусировки; однако здесь, как мы убедимся в дальнейшем, дифракционные эффекты далеко не всегда могут скомпенсировать нелинейную рефракцию.

Элементарный анализ основных закономерностей, связанных с самофокусировкой, можно провести, рассматривая поведение световых лучей на границе пучка, обладающего прямоугольным распределением амплитуды (рис. 1). Пусть в нелинейной среде с $\epsilon'_2 > 0$, $\epsilon''_2 = 0$ распространяется цилиндрический пучок радиуса a ; тогда в силу (1,2) вне пучка показатель преломления $n = n_0 = \epsilon_0^{1/2}$, а внутри пучка $n = n_0 + n_2 |A|^2$ ($n_2/n_0 = \epsilon_2/2\epsilon_0$). Лучи, падающие на границу пучка изнутри, совершают переход из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную; следовательно, при достаточно больших углах ϕ возможен эффект полного внутреннего отражения. Критический угол соответствует лучу, наклон θ_0 которого к оси пучка равен

$$\theta_0 = \arccos \left(\frac{n_0}{n_0 + n_2 |A|^2} \right). \quad (1,4)$$

Лучи с $\theta > \theta_0$ выходят наружу, лучи с $\theta < \theta_0$ возвращаются к оси.

В пучке, фазовый фронт которого на входе в нелинейную среду является плоским, угол θ определяется дифракцией:

$$\theta_d = \frac{0,61\lambda_0}{n_0 2a}. \quad (1,5)$$

Относительный вклад нелинейной рефракции и дифракции в поведение такого пучка можно оценить, сравнивая углы θ_0 и θ_d .

а) При $\theta_0 < \theta_d$ пучок расплывается, однако темп этого расплывания меньше, нежели в линейной среде.

б) При $\theta_0 = \theta_d$ (нелинейная рефракция полностью компенсирует дифракционное расплывание) размеры и форма пучка остаются неизменными при распространении его в нелинейной среде. Пучок создает для себя своеобразный оптический волновод, по которому распространяется без расходимости. Этот режим принято называть режимом самоканализации (self-trapping) волнового пучка.

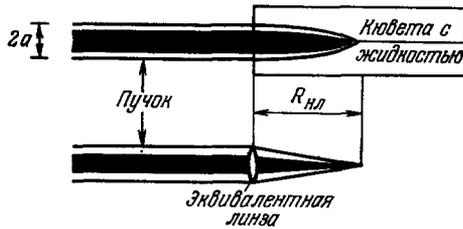


Рис. 2. Картина самофокусировки в нелинейной среде светового пучка с мощностью, превышающей критическую. Ограниченный пучок (радиуса a) «сверхкритической» мощности с плоским фазовым фронтом самофокусируется в среде с $n_2 > 0$ на расстоянии $R_{нл} = a/2 \sqrt{n_0/n_2} |A|^2$; нелинейная среда в определенной мере эквивалентна собирающей линзе с фокусным расстоянием $R_{нл}$, однако ход лучей различен. См. также рис. 9.

в) При $\theta_0 > \theta_d$ (и, следовательно, $P > P_{кр}$) лучи отклоняются к оси пучка — происходит самофокусировка. В этом случае нелинейная среда действует как положительная линза. Ее эквивалентное фокусное расстояние нетрудно оценить, пользуясь формулой (1,6).

Вводя дифракционную длину $R_d = k_0 a^2 / 2 \cong \frac{a}{\theta_d^2}$, имеем из (1,6), что условие $\theta_0 = \theta_d$ эквивалентно условию

$$R_d = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{n_0}{n_2 |A|^2}} \equiv R_{нл}. \quad (1,7)$$

Величина $R_{нл}$, имеющая размерность длины, может быть названа эффективной длиной самофокусировки. Действительно, дифракционную расходимость можно трактовать как результат действия расфокусирующей линзы с фокусным расстоянием R_d ; тогда равенство $R_{нл} = R_d$ соответствует обращению фокусного расстояния системы двух линз в бесконечность ($Z_{ф}^{-1} = R_{нл}^{-1} - R_d^{-1}$). В пучках большой «сверхкритической» мощности с достаточной степенью точности $Z_{ф} \cong R_{нл}$, ($R_{нл} \ll R_d$) (см. рис. 2) — поведение пучка хорошо описывается приближением геометрической оптики, а дифракционные эффекты почти не проявляются.

На важную роль эффектов нелинейной рефракции при распространении интенсивного электромагнитного излучения в материальной среде и возможность возникновения эффекта самофокусировки впервые указал Аскарьян в работе ¹, появившейся в 1962 г. В 1964 г. Таланов ² рассчитал

нелинейной среде. Пучок создает для себя своеобразный оптический волновод, по которому распространяется без расходимости. Этот режим принято называть режимом самоканализации (self-trapping) волнового пучка. Пользуясь (1,4) и (1,5), нетрудно убедиться, что условие $\theta_0 = \theta_d$ накладывает требование лишь на полную мощность пучка и величину нелинейности среды. Действительно, из (1,4)

$$\frac{\theta_d^2}{2} = \frac{n_2 |A|_{кр}^2}{n_0} \quad \text{и} \quad P_{кр} = \frac{\lambda_0^3 c (1,2,2)^2}{256 n_2} \quad (1,6)$$

— критическая мощность самоканализирующегося пучка.

профиль пучка, самоканализирующегося ($P = P_{кр}$) в среде с $n = n_0 + |n_2|A|^2$. Условия самофокусировки электромагнитных волн в нелинейной среде обсуждались Келдышем³ и, наконец, Чиао, Гармайр и Таунсом⁴, рассмотревшими задачу о самоканализации волнового пучка в нелинейной среде применительно к оптическому диапазону и лазерной технике. Таунсом и сотрудниками было проведено рассмотрение механизмов нелинейной поляризации, могущих привести к самоканализации, исследованы профили самоканализирующихся пучков, обсуждались факторы, определяющие диаметр самоканализирующегося пучка, и т. п. Оценки величины $P_{кр}$, проведенные в⁴, показали, что эффекты самофокусировки должны наблюдаться даже при умеренных лазерных мощностях, во всяком случае, в жидкостях с большой постоянной Керра (для CS_2 , $n_2 \approx 9 \cdot 10^{-12}$ CGSE и согласно (1,6) $P_{кр} = 10$ квт).

Перечисленные работы стимулировали постановку ряда новых теоретических и экспериментальных исследований в области самофокусировки мощных электромагнитных волн, причем подавляющее их число связано с проблемой самофокусировки и самоканализации интенсивных лазерных пучков в жидкостях и твердых телах*).

В теоретических работах, опубликованных в 1965 г. и первой половине 1966 г., исследовалась динамика самофокусировки пучка с $P > P_{кр}$ (см. 5, 6, 14 — этот вопрос остался не рассмотренным в¹⁻⁴); при этом в 6, 14 особое внимание было уделено факторам, определяющим длину самофокусировки и темп роста напряженности поля. В 6, 16, 74 обсуждалось поведение сложных пучков в нелинейной среде; в 7, 8, 40, 41, 62, 65 — нестационарные процессы при самофокусировке и т. п. Примерно в то же время эффект самофокусировки был надежно зарегистрирован экспериментально. Впервые об экспериментальном наблюдении самофокусировки сообщили Пилипецкий и Рустамов²⁰; в их опытах фотографически были зарегистрированы узкие светящиеся нити в органических жидкостях, возбуждаемых фокусированным пучком рубинового лазера. В настоящее время уже не вызывает сомнения, что эффект самофокусировки проявляется в большинстве опытов, где изучается распространение в жидкостях мощных световых пучков, генерируемых лазерами с модулируемой добротностью. Здесь в первую очередь следует назвать опыты по наблюдению вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) и вынужденного рассеяния Манделштама — Бриллюэна (ВРМБ), где эффект самофокусировки приводит к резкому понижению порога вынужденного рассеяния (см. 10, 12, 15, 17-19), изменению темпа роста компонент рассеянного излучения с расстоянием^{18, 42}, к сильной деформации углового спектра компонент вынужденного рассеяния¹³ и т. п. Хотя из этих опытов удается получить определенную информацию об эффекте самофокусировки как таковом (в¹⁸, в частности, таким образом экспериментально оценена критическая мощность $P_{кр}$), о структуре пучка на выходе кюветы с самофокусирующей жидкостью (см., например, 19), они, разумеется, не заменяют детального изучения динамики самофокусировки. Из работ, посвященных изучению собственно явления самофокусировки, наиболее обстоятельной является работа Чиао, Гармайр и Таунса¹¹, проследивших с помощью специально разработанной микроскопической методики динамику поведения интенсивного пучка рубинового лазера в сероуглероде (CS_2).

*) Вместе с тем следует напомнить, что в первых работах по самофокусировке значительное внимание было уделено особенностям этого эффекта в плазме. (Здесь самофокусировка происходит за счет перераспределения концентрации.) В настоящем обзоре мы не имеем возможности подробно останавливаться на этом интересном вопросе; заметим только, что в последнее время обстоятельный анализ различных вариантов самофокусировки в плазме был выполнен Литваком⁵⁸⁻⁶¹.

В этих опытах было установлено, что первоначально нефокусированный световой пучок с достаточно однородными амплитудным и фазовым фронтами сжимается в нелинейной жидкости в тонкую нить практически постоянного радиуса ~ 50 мк. Схема опыта изображена на рис. 3. Дифракционно-ограниченный пучок диаметром 0,5 мм и мощностью $10 \div 100$ квт направлялся в кювету с CS_2 ; эволюция пучка наблюдалась с помощью

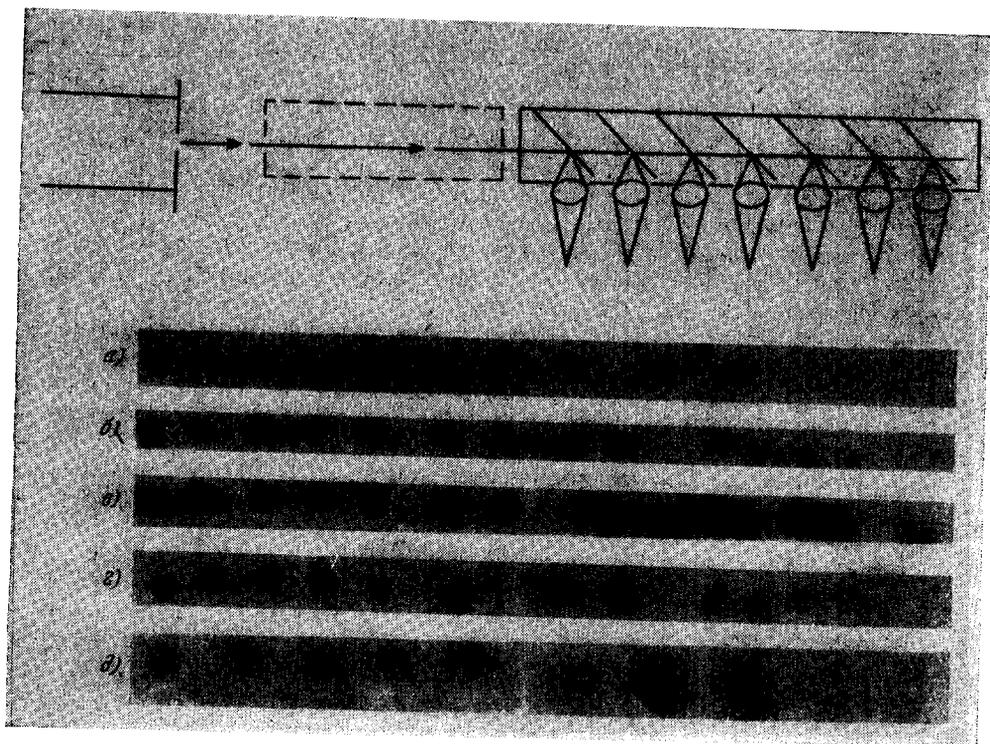


Рис. 3. Схема опыта Таунса и сотрудников, в котором экспериментально наблюдалась самофокусировка света.

(Иллюстрация заимствована из ¹¹.) Дифракционно-ограниченный пучок выделяется с помощью диафрагмы из пучка рубинового лазера с модулируемой добротностью и направляется в кювету с CS_2 . Структура пучка в различных сечениях просматривается в микроскоп. На photographиях б, в, г, д) показана эволюция пучка по мере его распространения вдоль кюветы (разные фотографии соответствуют разным краевым условиям, фото д) — сложному пучку, расслаивающемуся при самофокусировке).

слабо возмущающей пучок тонкой пластинки и микроскопа. Экспериментально было установлено, что сжатие пучка в тонкую нить происходит на расстоянии $z \approx R_{нл}$ (в эксперименте, при $P = 90$ квт, $2a = 0,5$ мм и $n_2 = 9 \cdot 10^{-12}$ CGSE $R_{нл} = 12$ см; расчетное значение $R_{нл}$ составляло 11 см). Как и ожидалось, уменьшение величины a вдвое уменьшало вдвое и величину $R_{нл}$. Критическая мощность пучка на входе, при которой возникал режим волноводного распространения, составляла $P_{кр} = 25$ квт; это примерно вдвое превышает величину $P_{кр}$, определенную из (1,6). Интересно, что процесс сжатия пучка не всегда является монотонным; отклонения от монотонности особенно заметны при $P \gg P_{кр}$ (рис. 3, в).

Авторы ¹¹ исследовали профиль самоканализирующегося пучка и нашли, что он близок к рассчитанному в ^{2, 4}. Многие авторы наблюдали узкие световые каналы в самофокусирующихся жидкостях, фотографируя луч рубинового лазера в кювете сбоку и с торца ^{20, 21, 15, 18, 108}. Полу-

чаемые таким образом данные также содержат ценную информацию. Следует лишь иметь в виду, что само по себе наблюдение нитей не всегда может быть приписано самофокусировке; при наличии светового пробоя в среде происходит своеобразная пространственно-временная селекция нитевидного излучения лазера. (На это обстоятельство обратили внимание авторы работы ²¹.) Важным экспериментальным результатом, надежно установленным в указанных работах, является то обстоятельство, что обычно не наблюдается самофокусировка пучка как целого. Весьма типичным является разбиение пучка в самофокусирующей среде на множество «горячих» нитей (рис. 4). Более того, даже однородные на первый взгляд самофокусированные нити (диаметром $\sim 30 \div 50$ мк) имеют, как показывает тщательное исследование (см. ^{48, 105}), тонкую структуру и разбиваются на нити диаметром $3 \div 5$ мк. Интересно, что появление таких «сверхтонких» нитей сопровождается рядом новых явлений (резкое возрастание интенсивности рассеяния под углом 90° , разбиение лазерного импульса и т. п.).

Чрезвычайно интересным является вопрос о влиянии эффектов самофокусировки на распространение лазерных пучков в твердых телах. Хотя до настоящего времени в этой области сделано гораздо меньше, нежели по самофокусировке в жидкостях, име-

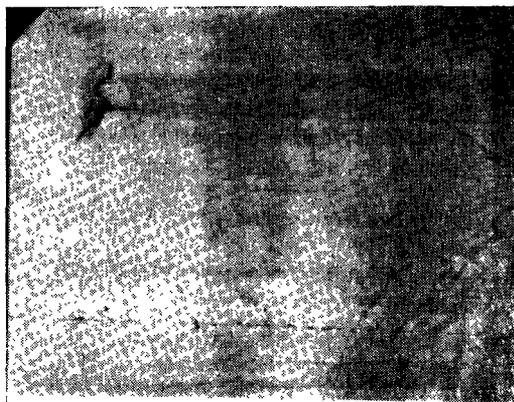


Рис. 5. Картина разрушения оптического стекла в поле рубинового лазера.

Отчетливо видный на фотографии длинный канал диаметром ~ 4 мк трудно объяснить, не привлекая представлений о самофокусировке (из ⁴²).

интересным, но не единственным следствием наличия нелинейной поправки к действительной части диэлектрической проницаемости. Отметим прежде

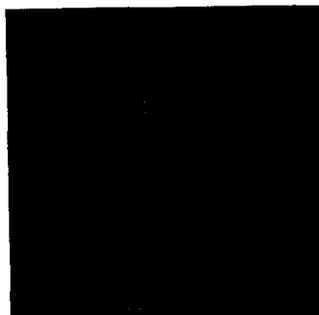


Рис. 4. Тонкие самофокусирующиеся нити стоковского излучения ВКР, возбуждаемые рубиновым лазером в нитробензоле, сфотографированные с торца кюветы.

Верхний и нижний снимки сделаны через поляризатор, находящийся в двух ортогональных положениях. Поляризация излучения лазера была круговой; поляризация нитей линейна и произвольна.

Хотя до настоящего времени по самофокусировке в жидкостях, имеются данные, свидетельствующие о возможном вкладе самофокусировки в механизм разрушения оптически прозрачных стекол и кристаллов. Характерная фотография (занимавшаяся из работы ⁴²) картины разрушения оптического стекла в поле рубинового лазера приведена на рис. 5; об аналогичных наблюдениях сообщают и авторы работы ⁴⁷. Данные, по-видимому, также имеющие отношение к самофокусировке, содержит работа ⁶³, в которой изучалось распространение гигантского импульса рубинового лазера в кварце при гелиевой температуре. Эффекты самофокусировки в кристалле NaCl об-суждаются в ⁹⁷.

Самофокусировка, безусловно, является наиболее

всего, что в средах с $n_2 < 0$ нелинейная рефракция приводит к дефокусировке мощного волнового пучка. Причины появления этого эффекта достаточно многообразны, однако наиболее важной из них является нагрев среды, связанный с диссипацией энергии светового пучка. Хотя тепловые эффекты могут, по-видимому, играть определенную роль и при распространении коротких лазерных импульсов (см., например, теоретические оценки, сделанные в ^{40, 41, 112}), наиболее сильным является их воздействие на световой пучок в установившемся режиме, когда устанавливается стационарный градиент температуры (время установления стационарного состояния $\tau_T \simeq a^2/\kappa$, где κ — коэффициент теплопроводности среды для типичных случаев — превышает 10^{-1} сек). Стационарная тепловая дефокусировка луча газового лазера на He — Ne наблюдалась в ⁴⁴, на Ag — в ¹⁴⁴. Результаты эксперимента, описанного в ⁴⁴, приведены на рис. 6; видно, что даже при относительно небольших интенсивностях излучения и малых потерях (исследованный в ⁴⁴ гексан при $\lambda \simeq 0,6$ мк имеет $\delta_0 \simeq 10^{-2}$ см⁻¹) эффект тепловой дефокусировки может быть значительным.

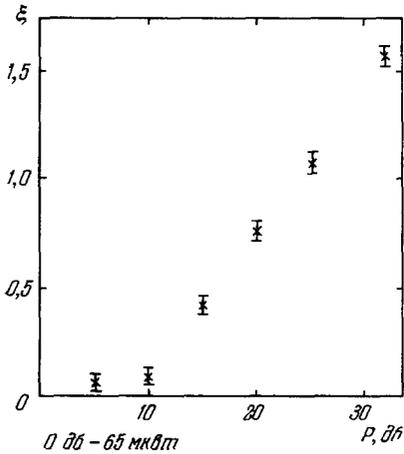


Рис. 6. Относительное расширение пучка газового лазера на гелий — неоне (максимальная мощность $P \simeq 60$ Мвт, $\lambda = 0,63$ мк) после прохождения кюветы длиной 98 см, заполненной гексаном.

По оси ординат $\xi = (a - a_0)/a$ ($2a$ — диаметр пучка; $2a_0$ — диаметр для мощности $P \simeq 65$ мвт), по оси абсцисс — мощность лазера в относительных единицах (децибелах). График заимствован из работы ⁴⁴.

что в среде с $n = n_0 + n_2 |A|^2$ огибающая может заметно деформироваться. Более детальный анализ, выполненный недавно (см. ^{24, 29}) с учетом дисперсионного расплывания импульсов, показал, что удается проследить весьма интересную пространственно-временную аналогию в задачах о самовоздействиях модулированных волн: характер изменений пространственной модуляции (углового спектра) и временной модуляции (частотного спектра) за счет самовоздействия во многом аналогичен и выражается через сопоставимые параметры *). Временным аналогом пространственной самофокусировки является рассчитанный в цитированных работах эффект самосжатия волновых пакетов.

Большой круг вопросов связан с самовоздействием электромагнитных волн в поглощающих средах. Помимо отмеченных уже задач о распространении волн в средах с нелинейным поглощением специального упоминания заслуживают эффекты самовоздействия в активных средах, в частности, в насыщающихся лазерных усилителях (см., например, ^{25–28, 98, 99}). Теоретические и экспериментальные исследования, проведенные в этой области Басовым и сотрудниками ^{25–27}, показали, что здесь самовоздей-

*) Точно такая же аналогия имеет место и в теории нелинейных взаимодействий модулированных волн; влияние пространственной и временной модуляции волн на такие процессы, как генерация оптических гармоник, параметрическое усиление, выражается через сопоставимые параметры и подчиняется общим закономерностям; см. ^{30, 101}.

ствия, связанные с зависимостью показателя преломления от интенсивности волны, могут проявляться сильнее, нежели в пассивных средах.

Таким образом, результаты проведенных к настоящему времени работ показывают, что вопросы, связанные с самовоздействием волн, выходят на одно из центральных мест в современной нелинейной оптике. Есть все основания считать, что именно эффекты самовоздействия определяют основные черты поведения мощных световых пучков в большинстве материальных сред, включая и активные среды самих лазеров. Интересно, что в ряде случаев самовоздействия, связанные с уширениями углового и частотного спектров, удается наблюдать одновременно¹¹⁶⁻¹¹⁸. Целью настоящего обзора является изложение современного состояния теоретических и экспериментальных исследований в этой важной области лазерной физики. При этом основное внимание в обзоре уделяется эффектам изменения углового спектра ограниченного пучка в пассивной среде с $n_2 > 0$ (самофокусировке); они проявляются в эксперименте с мощными импульсными лазерами наиболее сильно и, как правило, доминируют. Теоретическая часть обзора (§ 2, 3) имеет целью изложить математический аппарат, используемый в теории самовоздействия световых пучков. Следует подчеркнуть, что хотя грубые, полуколичественные представления о механизме и динамике самовоздействий уже сформировались, ряд вопросов остается не выясненным до конца и по сей день; подробному их обсуждению посвящены § 2 и 3. Изложению основного материала предпослан небольшой параграф, в котором дана сводка сведений о физических процессах, приводящих к самовоздействию (о механизмах нелинейности показателя преломления).

1.2. Механизмы нелинейности показателя преломления материальной среды

В этом разделе мы кратко рассмотрим физические причины, приводящие к появлению членов с ϵ_2 , ϵ_4 и т. д. в разложении (1,1). Прежде чем переходить к конкретному рассмотрению различных механизмов нелинейной поляризуемости, обсудим следствия, вытекающие из феноменологического рассмотрения нелинейной поляризации.

Используя разложение макроскопической нелинейной поляризации по степеням поля (типа (1,1)), полный установившийся отклик нелинейной среды на произвольное поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + 4\pi\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \hat{\epsilon}_0\mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}^{(нл)} \quad (1,8)$$

(где $\mathbf{P}^{(нл)}$ — нелинейная поляризация среды) можно записать в виде (переходим к записи электрической индукции по компонентам и учитываем лишь члены, приводящие к самовоздействию)

$$\begin{aligned} D_i(\mathbf{r}, t) = & \int_0^\infty dt_1 \int d\mathbf{r}_1 \epsilon_{ij}(t_1, \mathbf{r}_1) E_j(t-t_1, \mathbf{r}-\mathbf{r}_1) + \\ & + 4\pi \int_0^\infty dt_1 \int_0^\infty dt_2 \int_0^\infty dt_3 \int d\mathbf{r}_1 \int d\mathbf{r}_2 \int d\mathbf{r}_3 \chi_{ijkl}(t_1, t_2, t_3, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) \times \\ & \times E_j(t-t_1, \mathbf{r}-\mathbf{r}_1) E_k(t-t_1-t_2; \mathbf{r}-\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2) \times \\ & \times E_l(t-t_1-t_2-t_3; \mathbf{r}-\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_3) + \dots \quad (1,9) \end{aligned}$$

В формуле (1,9) учитывается, что как линейный, так и нелинейный отклик среды в «точке» (\mathbf{r}, t) определяется не только полем в той же точке, но и полями в соседних «точках», т. е. (1,9) учитывает временную и прост-

равственную дисперсию линейной и нелинейной восприимчивости среды. Здесь и всюду в дальнейшем нас будет интересовать отклик среды на воздействие специального вида — квазимонохроматическую волну

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \mathbf{A}(r, t) \exp [i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r})] + \text{к. с.} \quad (1,10)$$

Для квазимонохроматической волны, относительные ширины частотного и углового спектра которой невелики, комплексная амплитуда $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ является медленно меняющейся (по сравнению с $\exp [i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r})]$) функцией координат и времени.

Для анализа эффектов самовоздействия волны (1,10) достаточно рассмотрения лишь тех компонент индукции \mathbf{D} , «быстрая» зависимость которых от \mathbf{r} и t имеет форму $\exp [i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r})]$. В ряде задач о самовоздействиях в учете дисперсионных свойств среды можно ограничиться квазистатическим приближением (комплексные амплитуды в формуле (1,9) можно считать функциями медленно меняющимися по сравнению с $\varepsilon(t_1, r_1)$ и $\chi(t_1, t_2, t_3, r_1, r_2, r_3)$) и вынести из-под знака интеграла). Тогда

$$D_i^{(n)} = \varepsilon_{ij}(\omega_0, k_0) A_j(r, t) \exp i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r}) \quad (1,11)$$

и

$$D_i^{(nl)} = 4\pi \chi_{ijkl}(\omega_0, k_0; \omega_0, k_0; \omega_0, k_0; -\omega_0, -k_0) \times \\ \times A_j A_k A_l^* \exp [i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r})] \quad (1,12)$$

(учитываем лишь младший, а следовательно, и наибольший из нелинейных членов); среда, для которой существен лишь χ_{ijkl} , называется кубичной). Если речь идет о линейной индукции, квазистатическое приближение в учете пространственной дисперсии является обычно вполне удовлетворительным. Этого нельзя сказать, однако, о временной дисперсии; линейные инерционные свойства среды существенно проявляются во многих задачах о самовоздействии световых импульсов. Поэтому вместо (1,11) часто приходится использовать более общее выражение, получающееся из (1,11) путем разложения $A(t - t_1, \mathbf{r})$ в ряд Тейлора:

$$D_i^{(n)} = \left\{ \varepsilon_{ij}(\omega_0, \mathbf{k}_0) A_j + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n!} \frac{\partial^n \varepsilon_{ij}}{\partial \omega^n} \Big|_{\omega=\omega_0} \frac{\partial^n A_j}{\partial t^n} \right\} \exp [i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r})]. \quad (1,13)$$

Аналогичным образом можно учесть и «неквазистатические» эффекты, обусловленные пространственной дисперсией; при этом в разложении типа (1,13) содержатся соответствующие пространственные производные.

Для нелинейной восприимчивости квазистатическое приближение, как правило, является вполне удовлетворительным. В подавляющем большинстве случаев пространственной дисперсией в (1,12) можно пренебречь (пожалуй, единственным важным исключением является стрикционная нелинейность) и считать, что эффекты самовоздействия описываются спектральной компонентой тензора χ вида

$$\chi(\omega; \omega; \omega; -\omega) \equiv \chi(\omega = \omega + \omega - \omega) \quad (1,14)$$

(здесь использована общая запись, учитывающая все частотные аргументы (см. ^{35, 36}), далее для краткости иногда мы будем писать вместо (1,14) просто $\chi(\omega)$).

Учет временной дисперсии нелинейной восприимчивости в полосе сигнала (1,10) можно произвести, переходя к разложению типа (1,13).

В общем случае, произвольная компонента тензора нелинейной восприимчивости содержит как действительную, так и мнимую части:

$$\chi_{ijkl}(\omega) = \chi'_{ijkl}(\omega) + i\chi''_{ijkl}(\omega). \quad (1,15)$$

Действительная часть $\chi'(\omega)$ определяет нелинейную добавку к фазовой скорости гармонической волны частоты ω , а мнимая (χ'') — нелинейное поглощение; между собой они связаны соотношениями типа формул Крамерса — Кронига³⁶. Тензор χ_{ijkl} имеет отличные от нуля компоненты для всех групп точечной симметрии и изотропных сред. Отличные от нуля компоненты χ_{ijkl} , определяемые свойствами симметрии среды, для всех кристаллических классов можно найти в^{33, 38}.

Пользуясь матрицей компонент χ_{ijkl} , можно рассчитать компоненты вектора нелинейной индукции $D_i^{(нл)}$, определяющие эффект самовоздействия. В двух случаях — изотропной и кубической среды — для D_i могут быть записаны довольно общие формулы.

Для изотропной среды

$$D_i^{(нл)} = 12\pi\chi_{1122}E_i(EE). \quad (1,16)$$

Для кубических кристаллов (таких, в частности, как LiF, NaCl и т. п.)

$$D_i^{(нл)} = 12\pi\chi_{1122}E_i(EE) + 4\pi(\chi_{1111} - 3\chi_{1122})E_i^3. \quad (1,17)$$

Оценка абсолютных величин компонент χ основывается, очевидно, уже на анализе конкретного физического механизма.

1.21. Механизмы нелинейности показателя преломления жидкостей. В соответствии с (1,16) для жидкости можно писать

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_2 |A|^2 \quad (1,18)$$

или

$$n = n_0 + n_2 |A|^2, \quad n_2 = n_0 \frac{\varepsilon_2}{2\varepsilon_0}. \quad (1,19)$$

Оценить вклад в величину n_2 за счет изменений плотности среды в световом поле (эти изменения могут быть вызваны электрострикцией и нагревом, если среда обладает поглощением) и за счет изменения поляризуемости молекул (вызванных нелинейной добавкой к электронной поляризуемости, а для анизотропных молекул и ориентацией их вдоль поля волны) можно, пользуясь уравнением Клаузиуса — Мосотти и соответствующими динамическими уравнениями (см. ³⁹). Для изотропной среды

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4}{3} \pi \rho \alpha, \quad (1,20)$$

где ρ — плотность среды, α — поляризуемость молекулы. В сильном световом поле ρ и α содержат слагаемые, зависящие от поля; при учете младшего из них можно писать

$$\rho = \rho_0 + \Delta\rho = \rho_0 + \rho_2 |A|^2, \quad \alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha = \alpha_0 + \alpha_2 |A|^2. \quad (1,21)$$

Подставляя (1,21) в (1,20) и полагая $n = n_0 + \Delta n$, где Δn — поправка к показателю преломления, связанная с воздействием поля, имеем

$$\Delta n = (\Delta n)_\rho + (\Delta n)_\alpha = (n_0^2 - 1)(n_0^2 + 2) \left[\frac{\Delta\rho}{\rho_0} + \frac{\Delta\alpha}{\alpha_0} \right] 6n_0^{-1}. \quad (1,22)$$

Обратимся сначала к анализу величины $(\Delta n)_\rho$. Вклад в нее, связанный с электрострикцией, можно определить, решая волновое уравнение, в правую часть которого введен член, обусловленный электрострикционным давлением,

$$\left(-\nabla^2 + \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{2\Gamma}{u^2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Delta\rho = -\frac{1}{8\pi} \frac{\gamma}{u^2} (\nabla^2 |A|^2). \quad (1,23)$$

Здесь u — скорость акустической волны, $u = (\rho\beta)^{-\frac{1}{2}}$, где β — сжимаемость, $2\Gamma/u$ — декремент затухания акустической волны и $\gamma = 2n_0\rho_0\partial n/\partial\rho$. Стационарное решение уравнения (1,23) позволяет определить стрикционную добавку к показателю преломления в поле немодулированной волны амплитуды

$$(\Delta n)_\rho = K_\rho \frac{\lambda_0}{2} |A|^2 \equiv n_2 |A|^2 \equiv \frac{n_0}{2\epsilon_0} \epsilon_2 |A|^2, \quad (1,24)$$

где $K_\rho = \gamma^2\beta/8\pi n_0\lambda_0$ может быть названо электрострикционным коэффициентом. Результат (1,24) не зависит от вида поляризации волны; при стрикционных самовоздействиях эллиптическая и плоская поляризации равноценны. Весьма важным с точки зрения выявления механизма электрострикционных самовоздействий на опыте является температурная зависимость K_ρ , обычно $dK_\rho/dT > 0$.

В поле модулированной волны необходимо рассматривать нестационарное решение (1,23); такие расчеты в заданном поле проведены в ^{39, 40}. В общем случае необходимо учитывать и обратную реакцию среды на поле. Тогда вообще целесообразно пользоваться понятием нелинейной восприимчивости, а следует решать уравнение (1,23) совместно с уравнениями поля (см. § 2). Таким образом, в задачах о самовоздействии изолированное рассмотрение нелинейных свойств среды и электродинамической задачи, вообще говоря, не всегда оправдано. Более подробные разъяснения на этот счет см. в § 2 и 3.

Изменение плотности (а следовательно, и показателя преломления среды), связанное с ее нагревом (за счет диссипации энергии световой волны) приводит, вообще говоря, к нестационарным эффектам, даже в поле немодулированной волны (см. ⁴⁵). Действительно, для отрезков времени, меньших времени установления стационарного градиента температуры ($\tau_T \cong a^2/\kappa$, где κ — коэффициент теплопроводности среды),

$$\epsilon_2 = \frac{1}{8\pi} \frac{\partial\epsilon}{\partial t} \frac{\delta_0 c t}{\rho_0 c_p}; \quad (1,25)$$

c_p — удельная теплоемкость. Обычно $\tau_T \cong 0,1 \div 1$ сек, и, следовательно, для лазерных импульсов следует пользоваться (1,25). Для большинства сред $\partial\epsilon/\partial T < 0$, и тепловой эффект приводит к дефокусировке. Характерные времена дефокусировки оценивались в ⁴⁰. Вместе с тем при $(\partial\epsilon/\partial T) > 0$ нагрев приводит к самофокусировке; это обстоятельство подробно обсуждалось в ^{45 *}). Стационарная задача о тепловом самовоздействии (имеющая отношение к опытам с газовыми лазерами) обсуждается в ^{45, 114}.

Нелинейная добавка к показателю преломления в жидкостях с анизотропными молекулами связана с ориентирующим действием светового поля на молекулы — выстраиванием их по полю. При учете этого обстоятельства для функции распределения аксиально-симметричных анизотропных молекул по углу в первом приближении имеем (см. ^{85, 53, 113})

$$f(\theta) d\Omega = \frac{d\Omega}{4\pi} + \frac{d\Omega}{48\pi kT} (\alpha_{||} - \alpha_{\perp}) (3 \cos^2 \theta - 1) |A|^2. \quad (1,26)$$

Здесь $d\Omega$ — элемент телесного угла, θ — угол между осью симметрии молекулы и направлением поля, $\alpha_{||}$ и α_{\perp} — главные поляризуемости молекулы. Стационарная добавка в поле плоскополяризованной волны постоянна амплитуды к показателю преломления за счет эффекта Керра вычислена в ³⁹:

$$(\Delta n)_\alpha = \frac{1}{3} K_\alpha \lambda_0 |A|^2 = n_2 |A|^2. \quad (1,27)$$

* В работе ⁴¹ отмечается, что для $t < \tau_{\perp} = a/u$ нагрев даже в среде с $d\epsilon/dT < 0$ должен приводить к заметной самофокусировке однородного светового пучка (см. также работу ¹¹²).

Согласно ³⁹ $dK_\alpha/dT < 0$. Расчетные значения параметров K_α и K_β для различных жидкостей приведены в табл. I, заимствованной из работы ³⁹.

Таблица I

Жидкость	$K_\rho \cdot 10^7$	$K_\alpha \cdot 10^8$	Жидкость	$K_\rho \cdot 10^7$	$K_\alpha \cdot 10^8$
Четыреххлористый углерод	1,21	0,67	Нитробензол	0,92	26,04
Сероуглерод	2,53	32,6	Анилин	1,00	3,22
Гексан	1,06	0,45	Хлороформ	1,03	1,70
Циклогексан	1,06	0,78	Ацетон	0,75	1,03
Мегаксилен	1,20	7,59	Метилловый спирт	0,58	0,17
Бензол	1,33	5,73	Этиловый спирт	0,66	0,21
Толуол	1,25	6,55	Бутиловый спирт	0,64	0,41
Хлорбензол	1,20	9,93			
Бромбензол	1,50	14,35			

Формулой (1,27) можно пользоваться и для оценок самовоздействий модулированных волн, если период модуляции $\tau_m \gg \tau = 4\pi b^2 v / kT$ — времени релаксации, определяемом размерами молекулы b и вязкостью v (обычно $\tau \simeq 10^{-11} \div 10^{-12}$ сек). При $\tau_m \simeq \tau$ необходимо решить релаксационное уравнение для поляризуемости совместно с уравнениями поля (см. § 2 и 3). Существенным обстоятельством, отличающим керровскую нелинейность от стрикционной, является появление анизотропии за счет выстраивания молекул по полю. В поле, плоско поляризованном по оси x , среда с ориентирующимися молекулами становится двоякопреломляющей, с компонентами ϵ :

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_0 + \epsilon_2 |A|^2, \quad \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \epsilon_0 - \frac{1}{2} \epsilon_2 |A|^2 \quad (1,28)$$

— самофокусируется именно компонента с E_x . В силу (1,28) для волны, поляризованной по кругу, вместо (1,27) имеем

$$(\Delta n)_\alpha = \frac{1}{12} K_\alpha \lambda_0 |A|^2 \quad (1,29)$$

— мощность, необходимая для получения той же добавки к n для излучения, поляризованного по кругу, возрастает в четыре раза. На это обстоятельство было обращено внимание в ⁷ и ³⁹. Следует подчеркнуть, что указанный вывод относится к случаю, когда циркулярно-поляризованная волна самофокусируется как целое. Более детальный анализ показывает, однако, что такая самофокусировка мало вероятна; циркулярно-поляризованная волна в нелинейной среде оказывается неустойчивой, и при ее самофокусировке образуются волновые каналы не с круговой, а с линейной поляризацией. В этом случае критическая мощность лишь вдвое превышает критическую мощность для линейно поляризованного света (см. ^{104, 106}, а также заимствованный из ¹⁰⁰ график на рис. 20).

Анизотропия, наведенная интенсивной световой волной в жидкостях с анизотропными молекулами, была непосредственно зарегистрирована экспериментально в ⁴³. Схема указанного опыта приведена на рис. 7. Свет ксеноновой лампы, запертый в отсутствие лазерного пучка системой из поляризатора и анализатора, проходит на фотоумножитель, когда лазерный импульс делает жидкость в кювете анизотропной*). Постоянная Керра вычисляется из определенной экспериментально разности показателя

*) Указанный эффект является одним из примеров кросс-модуляции воли в нелинейной среде.

телей преломления $n_{||} - n_{\perp} = \lambda_0 B A_0^2$ (A_0 — лазерное поле). Экспериментально определенные в ⁴³ значения $B_{\text{опт}}$ (оптический керр-эффект)

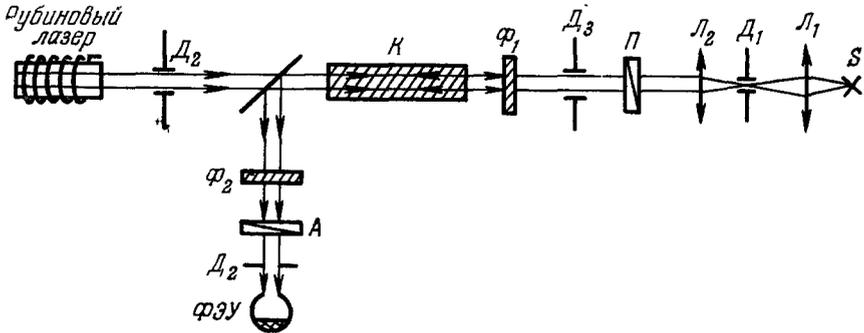


Рис. 7. Схема опыта ⁴³, в котором наблюдался высокочастотный керр-эффект.

Излучение ксеноновой лампы (S) испытывает поворот плоскости поляризации в кювете с исследуемой жидкостью (K), если кювета освещается одновременно мощным соосным пучком рубинового лазера. П — поляризатор; А — анализатор; Φ_1, Φ_2 — фильтры, пропускающие излучение ксеноновой лампы ($\lambda \approx 5000 \text{ \AA}$); D_1, D_2, D_3 — диафрагмы; L_1, L_2 — линзы.

для ряда жидкостей приведены в табл. II; здесь же приведены значения статической постоянной Керра $B_{\text{ст}}$ ($n_2 = 2/3 \lambda_0 B_{\text{опт}}$).

В работе ⁵¹ было показано, что при появлении наведенной анизотропии эллиптически поляризованный свет испытывает поворот осей эллипса.

Таблица II

Жидкость	$B_{\text{опт}} \cdot 10^7$	$B_{\text{ст}} \cdot 10^7$
CS_2	3,9	3,9
$\text{C}_6\text{H}_5\text{NO}_2$	3,3	362
C_6H_6	0,7	0,5
$\text{C}_6\text{H}_5\text{COCl}$	3,3	223

Пользуясь указанным обстоятельством, авторы ⁵¹ определили нелинейную добавку к показателю преломления в различных жидкостях. В ⁵² эти измерения были повторены; при этом абсолютные значения довольно сильно расходятся с данными ⁵¹ (см. также уточненные данные в ¹⁰⁰).

Расчет, базирующийся на формулах типа (1,26), справедлив для не слишком сильных полей; при возрастании напряженности поля следует учитывать высшие члены,

что соответствует учету членов с $|A|^4$ и более высокими степенями поля в (1,2). Предельное значение нелинейной добавки к ϵ_0 достигается при полном выстраивании всех молекул по полю: при $A \rightarrow \infty$ происходит насыщение высокочастотного эффекта Керра (рис. 8). Конкретный вид закона насыщения обсуждается, например, в ^{7,115} (см. § 3). Хотя ориентационные эффекты и стрикция являются главными механизмами самофокусировки света в жидкостях, в ряде случаев необходимо принимать во внимание и некоторые другие эффекты. Так, в работе Таунса и сотрудников ¹⁰⁵ формирование «сверхтонких» лазерных нитей объясняется добавкой к n , связанной с ростом поляризуемости молекул, возбужденных при вынужденном комбинационном рассеянии. Общая дискуссия этого вопроса проведена недавно Аскарь-

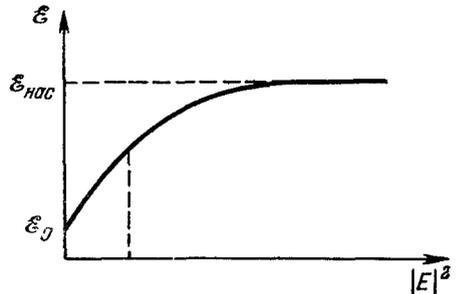


Рис. 8. Зависимость диэлектрической постоянной нелинейной среды от интенсивности световой волны, учитывающая эффект насыщения (для эффекта Керра).

яном ⁴⁶, рассмотревшим вклад в n возбужденных атомов и молекул. Наконец, Хелворсом ¹⁰⁷ недавно развивалась теория нелинейного показателя преломления при учете корреляций между молекулами; оказалось, что заметные добавки к n могут возникать для симметричных молекул.

1.22. В твердых телах наиболее эффективным механизмом, могущим привести к самофокусировке, является электрострикция; статические значения критических мощностей оказываются здесь невысокими (см. ⁴) (следует помнить сказанное выше относительно роли нестационарных процессов; существенными могут быть и тепловые эффекты).

Нелинейная электронная поляризуемость обычно невелика; она дает обычно $n_2 \simeq 10^{-14} \div 10^{-15}$ CGSE. Однако в полупроводниках с узкой запрещенной зоной, таких, как Те, можно ожидать значительных значений n_2 . Хотя конкретные измерения n_2 здесь пока отсутствуют, приближенную оценку можно сделать, исходя из значений тензора квадратичной поляризуемости, измеренного экспериментально (согласно ¹⁰² $\chi_{ijk} \simeq 10^{-6}$ CGSE), и общей теории нелинейных свойств полупроводников ⁵⁴. Грубая оценка дает для Те $n_2 \simeq 10^{-12}$ CGSE; последнее позволяет рассчитывать на наблюдение самовоздействий в Те в пучке газового лазера на CO₂. Заметим, наконец, что перечисленная сводка не исчерпывает, разумеется, всех возможных механизмов нелинейности показателя преломления. Например, в ³² рассматривались возможности самофокусировки в среде с аномальной дисперсией, зависящей от интенсивности.

§ 2. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЫ

Как уже указывалось в § 1, эффекты самовоздействия приводят к изменению углового спектра распространяющейся квазимонохроматической волны (эти изменения здесь и в дальнейшем называются самофокусировкой и самоканализацией) и к изменению частотного спектра (эти эффекты называются самосжатием волновых пакетов). Хотя для реальной квазимонохроматической волны (например, для короткого лазерного импульса, обладающего конечным угловым спектром) оба указанных явления происходят, вообще говоря, одновременно, их теоретический анализ, чтобы не загромождать выкладок, разумно провести по отдельности. Полученные результаты позволяют затем обсудить и всю проблему в целом. В этом параграфе мы обратимся прежде всего к анализу задачи о самофокусировке светового пучка в приближении геометрической оптики ($k = 2\pi/\lambda \rightarrow \infty$). Такой анализ позволяет выявить основные черты явления нелинейной рефракции световых лучей при различных условиях; заметим, кстати, что поскольку при мощностях светового пучка, существенно превышающих критическую (см. формулу (1,6)), эффекты нелинейной рефракции являются доминирующими, геометро-оптическая картина правильно отражает основные черты явления самофокусировки пучков, обладающих «сверхкритической» мощностью и при конечных значениях λ , в особенности для трехмерных пучков (см. также § 3).

2.1. Стационарная самофокусировка ограниченного пучка в кубичной среде без потерь. Основные уравнения

В соответствии со сказанным обратимся к исследованию эффекта самофокусировки немодулированных волн (стационарная самофокусировка). Стационарная самофокусировка описывается волновым уравнением

$$\text{rot rot } \mathbf{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{(1)}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{(nl)}}{\partial t^2} = 0 \quad (2,1)$$

совместно с материальными уравнениями (линейный и нелинейный отклики среды считаются установившимися) типа (1,1); для кубичной среды

$$\mathbf{D} = \hat{\epsilon}_0 \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}^{(нл)} = \hat{\epsilon}_0 \mathbf{E} + 4\pi \chi \hat{\mathbf{E}}\hat{\mathbf{E}}\hat{\mathbf{E}}. \quad (2,2)$$

В основу анализа уравнения (2,1) можно положить метод медленно меняющихся амплитуд, позволяющий существенно упростить исходное уравнение. Идея метода заключается в том, что ограниченный, слабо сходящийся или слабо расходящийся пучок можно представить в виде

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \mathbf{e}A(\mu(\mathbf{r}\mathbf{p}); \sqrt{\mu}[\mathbf{r}\mathbf{p}]) \exp[i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})] + \text{к. с.}, \quad (2,3)$$

где μ — малый параметр, характеризующий отличие пучка от плоской волны $\mathbf{E} = 1/2\mathbf{e}E_0 \exp[i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})]$, которое появляется у него вследствие нелинейности среды и дифракции. В (2,3) учтены изменения комплексной амплитуды A как вдоль, так и поперек луча \mathbf{p} (в первом приближении \mathbf{p} берем как у плоской волны). Изменения поперек луча более быстрые, поскольку здесь происходит переход в область тени.

Подставляя (2,3) в (2,1), считая, что нелинейная поляризация имеет порядок μ , и ограничиваясь членами первого порядка по μ , приходим к упрощенному уравнению, описывающему эффект самовоздействия гармонической волны в кубичной среде:

$$2ik \frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_{\perp} A + k^2 \frac{\epsilon_2 |A|^2}{\epsilon_0} A. \quad (2,4)$$

Здесь Δ_{\perp} — двумерный оператор Лапласа в плоскости, перпендикулярной к лучу или оси $z \parallel \mathbf{p}$. При $\epsilon_2 = 0$ уравнение (2,4) переходит в параболическое уравнение, используемое в приближенной теории дифракции^{55, 56}. Таким образом, (2,4) соответствует так называемому квазиоптическому приближению; при этом (2,4) может описывать самовоздействие нормальной волны как в изотропной, так и в анизотропной среде.

Вводя эйконал s комплексной амплитуды:

$$A = A_0 \exp(-iks), \quad (2,5)$$

который является добавкой к эйконалу плоской волны (см. (2,3)), от уравнения (2,4) приходим к системе

$$2 \frac{\partial s}{\partial z} + (\nabla_{\perp} s)^2 = \frac{\epsilon_2 A_0^2}{\epsilon_0} + \frac{\Delta_{\perp} A_0}{k^2 A_0}, \quad (2,6)$$

$$\frac{\partial A_0}{\partial z} + \nabla_{\perp} s \cdot \nabla_{\perp} A_0 + \frac{1}{2} A_0 \Delta_{\perp} s = 0. \quad (2,7)$$

Для двумерного пучка и трехмерного цилиндрически-симметричного пучка уравнения (2,6) и (2,7) принимают вид

$$2 \frac{\partial s}{\partial z} + \left(\frac{\partial s}{\partial r}\right)^2 = \frac{\epsilon_2 A_0^2}{\epsilon_0} + \frac{1}{k^2 A_0} \left(\frac{\partial^2 A_0}{\partial r^2} + \frac{m}{r} \frac{\partial A_0}{\partial r}\right), \quad (2,8)$$

$$\frac{\partial A_0}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial r} \cdot \frac{\partial A_0}{\partial r} + \frac{A_0}{2} \left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{m}{r} \frac{\partial s}{\partial r}\right) = 0. \quad (2,9)$$

Здесь двумерному пучку соответствует $m = 0$, а трехмерному $m = 1$. В правой части уравнения (2,8) стоят две «силы», определяющие поведение эйконала (волнового фронта): «сила», связанная с нелинейной рефракцией и дифракционная «сила».

2.2. Геометрическая оптика кубичной среды. Длина самофокусировки. Нелинейные абберации

Особенностью уравнений нелинейной геометрической оптики

$$2 \frac{\partial s}{\partial z} + \left(\frac{\partial s}{\partial r} \right)^2 = \frac{\varepsilon_2 A_0^2}{\varepsilon_0}, \quad (2,10)$$

$$\frac{\partial A_0}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial r} \frac{\partial A_0}{\partial r} + \frac{A_0}{2} \left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{m}{r} \frac{\partial s}{\partial r} \right) = 0, \quad (2,11)$$

отличающей ее от уравнений линейной оптики, является то обстоятельство, что здесь уравнение для эйконала (2,10) не является независимым от уравнения для амплитуды (2,11), вследствие чего его решение, определяющее ход лучей, существенно зависит, вообще говоря, не только от начального фазового фронта, но и от формы амплитудного профиля волны. Найти аналитическое решение уравнений (2,10) и (2,11) в общем виде для произвольно заданных начальных профилей $s(0, r)$ и $A_0(0, r)$ не представляется возможным. Вместе с тем можно указать некоторые частные решения, представляющие практический интерес.

Прежде всего напомним, что в линейной среде ($\varepsilon_2 = 0$) уравнениям (2,10), (2,11) удовлетворяют, в частности, цилиндрические и сферические волны (при этом они записываются в форме, соответствующей квазиоптическому приближению):

$$s = \frac{r^2}{2(z+R)}, \quad A_0^2 = \frac{E_0^2}{\left(\frac{z}{R} + 1\right)^{1+m}} F \left\{ \frac{r}{a \left(\frac{z}{R} + 1\right)} \right\}, \quad (2,12)$$

где R — радиус кривизны начального волнового фронта ($R > 0$ соответствует расходящейся волне, $R < 0$ — сходящейся волне); F — произвольная функция, задающая распределение амплитуды поперек луча. Поскольку все лучи пересекаются в одной точке (в фокусе $Z_\phi = -R$), абберации отсутствуют.

В нелинейной среде ($\varepsilon_2 \neq 0$) естественным обобщением этих решений будут цилиндрические и сферические волны с переменным радиусом кривизны:

$$s = \frac{r^2}{2} \beta(z) + \varphi(z), \quad A_0^2 = \frac{E_0^2}{f^{1+m}(z)} \left[1 - \frac{2r^2}{a^2 f(z)} \right], \quad (2,13)$$

где $\beta^{-1}(z)$ — радиус кривизны, $\varphi(z)$ — добавка к эйконалу за счет изменения скорости распространения волны, $f(z)$ — безразмерная ширина пучка, E_0 — напряженность поля на оси пучка. На входе в нелинейную среду при $z = 0$ имеем

$$\beta(0) = R^{-1}, \quad \varphi(0) = 0, \quad f(0) = 1, \quad (2,14)$$

$$A_0^2(r, 0) = E_0^2 \left(1 - \frac{2r^2}{a^2} \right). \quad (2,14a)$$

Отметим, что в кубичной среде безабберационная фокусировка осуществляется не для произвольного начального амплитудного профиля пучка (ср. с линейной средой (2,12)), а только для параболического профиля (2,13). Решение в виде (2,13) является, по существу, одним из автомодельных для уравнений (2,10), (2,11).

Подставляя (2,13) в уравнения (2,10) и (2,11), приходим к следующим обыкновенным уравнениям для функций β , φ , f :

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{\varepsilon_2 E_0^2}{2\varepsilon_0} f^{-(1+m)}, \quad (2,15)$$

$$\frac{d\beta}{dz} = \frac{1}{f(z)} \frac{df}{dz}, \quad (2,16)$$

$$\frac{d^2 f}{dz^2} = -\frac{2\varepsilon_2 E_0^2}{\varepsilon_0 a^2 f^{2+m}(z)} *). \quad (2,17)$$

С учетом граничных условий (2,14) уравнение (2,17) имеет первый интеграл

$$\left(\frac{df}{dz}\right)^2 = \frac{4\varepsilon_2 E_0^2}{(1+m)\varepsilon_0 a^2 f^{1+m}} + C, \quad C = \frac{1}{R^2} - \frac{4\varepsilon_2 E_0^2}{(1+m)\varepsilon_0 a^2}. \quad (2,18)$$

Для случая сферической волны ($m = 1$) интегрирование уравнения (2,18) приводит к следующей зависимости ширины пучка от расстояния, пройденного волной в нелинейной среде:

$$f^2(z) = \left(\frac{1}{R^2} - \frac{2\varepsilon_2 E_0^2}{a^2 \varepsilon_0}\right) z^2 + \frac{2}{R} z + 1. \quad (2,19)$$

В силу (2,13) ширина пучка определяет интенсивность волны на оси пучка $A_0^2(z, 0) = E_0^2/f^2(z)$. При $f(z) \rightarrow 0$ амплитуда $A_0 \rightarrow \infty$; соответствующая точка Z_Φ на оси z является фокусом. Получающееся из (2,19) при $f = 0$ квадратичное уравнение определяет в общем случае две фокальные точки $Z_{\Phi,1}$ и $Z_{\Phi,2}$:

$$\frac{1}{Z_{\Phi,1}} = \frac{1}{R_{\text{нл}}} - \frac{1}{R}, \quad (2,20)$$

$$\frac{1}{Z_{\Phi,2}} = -\frac{1}{R_{\text{нл}}} - \frac{1}{R}, \quad R_{\text{нл}} = a \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{2\varepsilon_2 E_0^2}}. \quad (2,21)$$

При $\varepsilon_2 > 0$ нелинейная среда оказывает на световой пучок фокусирующее действие, а при $\varepsilon_2 < 0$ — расфокусирующее ($f(z)$ нигде не обращается в нуль). Параметром, характеризующим фокусирующие свойства нелинейной среды для пучка с распределением амплитуды, описываемым формулой (2,13), является величина (см. 6, 14, 16)

$$R_{\text{нл}} = a \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{2\varepsilon_2 E_0^2}}. \quad (2,22)$$

Из (2,20) следует, что величина $R_{\text{нл}}$ определяет расстояние, на котором световой пучок с плоским фазовым фронтом ($R \rightarrow \infty$) и амплитудным

*) Уравнение (2,17) может быть использовано и для исследования стационарной тепловой дефокусировки лазерных пучков. В этом случае в нем следует изменить знак ε_2 (под ε_2 теперь надо понимать добавку к диэлектрической проницаемости, получаемую на основе стационарного решения уравнения теплопроводности) и учесть затухание световой волны. Тогда вместо (2,17) имеем $f'' = 2\varepsilon_2 E_0^2 / \varepsilon_0 a^2 \cdot e^{-\delta_0 z} / f^3$. Для практически наиболее интересного случая $a \sqrt{\varepsilon_0 / \varepsilon_2 E_0^2} \gg \delta_0^{-1}$ (характерного для пучков газовых лазеров малой и средней мощности) угол расходимости пучка в среде прямо пропорционален мощности пучка P , $\theta(z) = af/f = \theta_0 + 1/\pi \cdot dn/dT \cdot P/\text{нл} (1 - e^{-\delta_0 z})$ (обозначения те же, что и в формуле (1,25)). При $\delta_0 z \rightarrow \infty$ расходимость достигает установившегося значения. Более подробно об этом см. 114, где результаты расчета сопоставлены с экспериментальными данными по распространению луча аргонового лазера в жидкостях.

распределением (2,14а) самофокусируется в нелинейной среде (см. рис. 2)*). Для сходящегося пучка ($R < 0$) фокусное расстояние в нелинейной среде с $\epsilon_2 > 0$ уменьшается. Более того, первоначально расходящийся пучок $R > 0$ после вхождения в нелинейную среду самофокусируется, если R не слишком мало. Критическое значение расходимости $R_{кр} = R_{нл}$.

Вторая фокальная точка (2,21) существует лишь для сходящейся волны ($R < 0$, $|R| < R_{нл}$), при этом $Z_{ф, 2} > Z_{ф, 1}$. Пользуясь уравнением (2,10), можно определить и траектории лучей в нелинейной среде:

$$\frac{dr}{dz} = r(z) \beta(z), \quad (2,23)$$

$$r(z) = r_0 f(z). \quad (2,24)$$

Траектории всех лучей подобны (автомодельность решения).

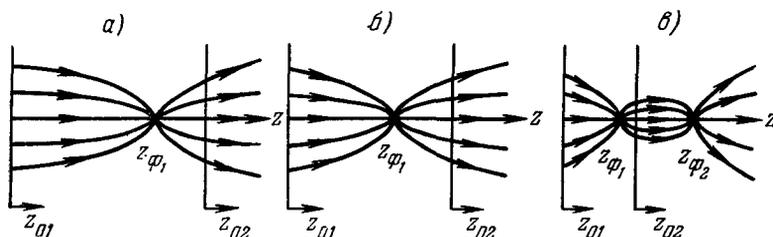


Рис. 9. Траектории лучей трехмерного светового пучка с начальным распределением амплитуды $A_0^2 = E_0^2 (1 - 2r^2/a^2)$.

Сечению z_{01} на всех рисунках соответствует вхождение в среду сходящейся волны ($R < 0$). На рис. а) $|R| > R_{нл}$ — слабая сходящность пучка (возникает один фокус); б) $|R| = R_{нл}$ — критическая сходящность. в) $|R| < R_{нл}$ — сильная сходящность, появляются два фокуса. Сечению $z = z_{02}$ соответствует вхождение расходящейся волны ($R > 0$). а) $R < R_{нл}$ (фокуса нет), б) $R = R_{нл}$ (фокуса нет), в) $R > R_{нл}$ (возникает один фокус).

На рис. 9 представлен ход лучей при самофокусировке трехмерного пучка ($m = 1$) при различных соотношениях между R и $R_{нл}$. Изменение интенсивности на оси пучка $A_0^2(z, 0) = E_0^2/f^2(z)$ для случая $R \rightarrow \infty$ (плоский начальный фазовый фронт пучка) показано на кривой 1 рис. 10.

Для случая самофокусировки двумерного пучка ($m = 0$) после интегрирования уравнения (2,18) получаем более сложное выражение для ширины пучка в произвольном сечении z

$$f = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \sin^2 \left\{ \alpha + \sin \alpha \left[\sqrt{f(1 - f \sin^2 \alpha)} - \cos \alpha + \frac{z \sin^2 \alpha}{R \cos \alpha} \right] \right\}, \quad (2,25)$$

где $\cos \alpha = R_{нл}/|R| \leq 1$, и

$$f = \frac{1}{\text{sh}^2 \alpha} \text{sh}^2 \left\{ \alpha + \text{sh} \alpha \left[\sqrt{f(1 + f \text{sh}^2 \alpha)} - \text{ch} \alpha - \frac{z \text{sh}^2 \alpha}{R \text{ch} \alpha} \right] \right\}, \quad (2,26)$$

где $\text{sh} \alpha = R_{нл}/|R| \geq 1$.

*) Таким образом, результаты расчета подтверждают справедливость качественных оценок, сделанных в § 1. Формула (2,22) проверялась на опыте в работе Таунса и сотрудников¹¹. Следует иметь в виду, что характерный размер пучка, стоящий в (2,22) перед корнем, имеет в общем случае произвольного пучка смысл эффективного радиуса кривизны амплитудного профиля (см. также формулы (2,32) и (2,33)). Поэтому в экспериментальных работах (см., например,¹⁸) в формуле для $R_{нл}$ фигурирует вместо a величина a/ξ , где ξ — отношение радиуса пучка к характерному радиусу кривизны (для гауссова пучка $\xi = 1$). Величина ξ определяется из наклона графиков зависимости $R_{нл} = R_{нл}(P)$. Отметим, кстати, что формула (2,20) указывает на дополнительные возможности проверки теории и, следовательно, более детального изучения динамики самофокусировки при изменении формы фазового фронта падающего пучка.

Формула (2,25) описывает поведение пучков в сильно фокусирующей нелинейной среде ($|R| > R_{\text{нл}}$); согласно (2,25) пучок периодически фокусируется и расфокусируется; число фокальных точек бесконечно:

$$Z_{\Phi} = -\frac{R \cos \alpha}{\sin^3 \alpha} \left[\frac{\sin 2\alpha}{2} - \alpha + n\pi \right]. \quad (2,27)$$

В частности, двумерный пучок с плоским фазовым фронтом ($R = \infty$) и амплитудным распределением (2,14а) самофокусируется на расстоянии

$$Z_{\Phi, 1} = \frac{\pi}{2} R_{\text{нл}} \quad (2,28)$$

(соответствующий график для интенсивности на оси см. на рис. 10, кривая 2). В случае слабо фокусирующей среды, когда $R_{\text{нл}} \gg |R|$, имеется только одна фокальная точка

$$Z_{\Phi} = -\frac{R \operatorname{ch} \alpha}{\operatorname{sh}^3 \alpha} \left[\frac{\operatorname{sh} 2\alpha}{2} - \alpha \right]. \quad (2,29)$$

Если пучок имеет амплитудный профиль, отличный от параболического (2,13), то он уже не самофокусируется в точку как целое, появляются аберрации. В этом случае фокусное расстояние для пучка с достаточно гладким профилем можно оценить следующим образом. В первом приближении эйконал можно искать в том же виде, как и при отсутствии аберрации:

$$s = \frac{r^2}{2} \frac{1}{f} \frac{df}{dz} + \Phi(z). \quad (2,30)$$

Рис. 10. Изменение интенсивности вдоль оси светового пучка при: 1 — безабберационной самофокусировке трехмерного пучка; 2 — безабберационной самофокусировке двумерного пучка; 3 — абберационной самофокусировке двумерного пучка.

Тогда общее решение уравнения для амплитуды (2,11) имеет вид произвольной функции:

$$A_0^2 = \frac{E_0^2}{f^{1+m}(z)} F \left[\frac{r}{f(z)} \right]. \quad (2,31)$$

Подставляя A_0^2 из (2,31) в (2,10), разложим функцию F по степеням поперечной координаты r и с учетом (2,30) для ширины пучка получим уравнение

$$\frac{d^2 f}{dz^2} = -\frac{2\varepsilon_2 E_0^2}{\varepsilon_0 f^{2+m}} F''(0) \left(F'' = \frac{d^2 F}{dr^2} \right). \quad (2,32)$$

Сравнивая (2,32) с уравнением (2,17), видим, что роль величины $R_{\text{нл}}$ играет

$$R'_{\text{нл}} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{\varepsilon_2 E_0^2 F''(0)}}, \quad (2,33)$$

где $1/F''(0)$ характеризует радиус кривизны профиля интенсивности входного пучка на его оси (см. (2,31)). Вблизи фокальной точки, где существенную роль играют аберрации, уравнение (2,32) и его решения теряют силу.

Несколько более общее рассмотрение, позволяющее учесть аберрационные явления, можно провести для двумерного пучка. После

введения новых независимых переменных

$$u = \frac{\partial s}{\partial x}, \quad J = A_0^2 \quad (2,34)$$

уравнения (2,10) и (2,11) приводятся к системе уравнений первого порядка

$$\frac{\partial u}{\partial z} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \gamma \frac{\partial J}{\partial x} = 0, \quad (2,35)$$

$$\frac{\partial J}{\partial z} + u \frac{\partial J}{\partial x} + J \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (2,36)$$

где через γ обозначено $\gamma = \varepsilon_2/2\varepsilon_0$. Отметим, что уравнения (2,35) и (2,36) имеют такой же вид, что и уравнения, описывающие нестационарное, изэнтропическое течение баротропной жидкости (ср. ⁵⁷), и в случае $\varepsilon_2 > 0$, $\gamma > 0$ отличаются от последних только знаком γ . Это обстоятельство является весьма существенным, поскольку изменение знака γ переводит систему из гиперболической в эллиптическую. Известно, что систему (2,35) и (2,36) можно привести к линейной посредством преобразования годографа. Последнее дает возможность построить достаточно общую методику анализа уравнений нелинейной геометрической оптики. Однако можно показать, что система имеет одно частное, практически важное решение

$$u = -\frac{2\gamma z J}{a} \operatorname{th} \left(\frac{x - uz}{a} \right), \quad (2,37)$$

$$J = \left(J_0 + \frac{\gamma z^2 J^2}{a^2} \right) \operatorname{ch}^{-2} \left(\frac{x - uz}{a} \right). \quad (2,38)$$

Формулы (2,37) и (2,38) в приближении геометрической оптики описывают распространение в нелинейной среде волны, имеющей в сечении $z = 0$ плоский фазовый фронт ($u = \partial s / \partial x = 0$) и распределение интенсивности

$$J(x, 0) = J_0 \operatorname{ch}^{-2} \left(\frac{x}{a} \right). \quad (2,39)$$

При построении траекторий лучей для рассматриваемого случая можно использовать аналог метода изоклин, применяемого при построении траекторий движения на фазовой плоскости. Прежде всего заметим, что угол между лучевым вектором \mathbf{p} и осью z (единичным вектором \mathbf{Z}_0) для приосевых лучей приближенно равен u , так как

$$\operatorname{tg} \mathbf{p}z_0 \simeq \mathbf{p}z_0 \simeq \frac{\partial s}{\partial x} = u. \quad (2,40)$$

Используя неявное решение (2,37) и (2,38), можно на плоскости x, z нанести поле лучевых векторов. Линии, которые в каждой точке касаются этих векторов, и будут траекториями лучей. Построенные таким образом лучи представлены на рис. 11 для коэффициента $\varepsilon_2 E_0^2 / \varepsilon_0 = \frac{1}{8}$, а на рис. 12 приведены соответствующие графики распределения интенсивности в различных сечениях пучка. Темп роста интенсивности на оси пучка показан на рис. 10, кривая 3.

Из рис. 11 следует, что вначале лучи приближаются к оси пучка: происходит самофокусировка, однако, в отличие от рассмотренного выше случая самофокусировки волны с начальным профилем (2,14а), в рассматриваемом случае в самофокусируемом пучке возникают довольно сильные aberrации. Периферийные лучи пересекают ось z позже, нежели приосевые. Интенсивность света достигает максимума (конечного) в пло-

скости, расположенной на расстоянии Z_Φ от границы нелинейной среды,

$$Z_\Phi = 2R_{\text{нл}}. \quad (2,41)$$

При $z > Z_\Phi$ лучи начинают пересекаться.

Аберрационная самофокусировка, по-видимому, наиболее типична для реальных пучков. Хотя для трехмерных пучков картину аберраций аналитически рассчитать затруднительно (в этом смысле рассмотренный

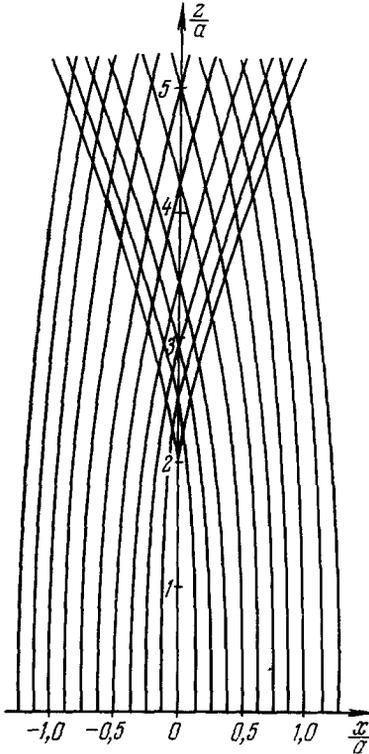


Рис. 11. Траектории лучей в двумерном световом пучке, распространяющемся в нелинейной среде с $\epsilon_2 > 0$.

При $z = 0$, $u = ds/dx = 0$, $I = I_0 \text{ch}^{-2}(x/a)$; параметр $\epsilon_2 E_0^2 / \epsilon_0 = 1/8$.

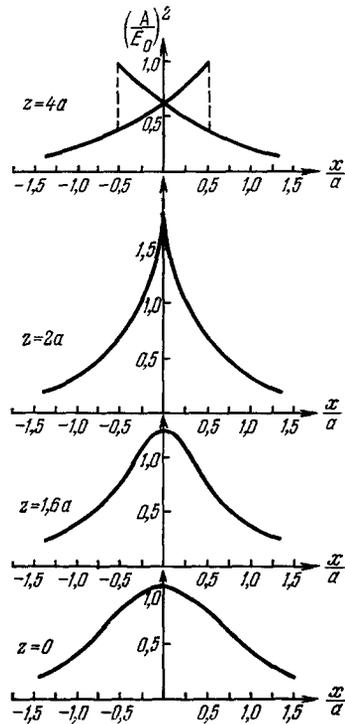


Рис. 12. Распределение интенсивности по поперечному сечению двумерного светового пучка, распространяющегося в нелинейной среде, для различных значений параметра z/a .

Параметры пучка такие же, как и для рис. 11.

выше пример является счастливым исключением), ясно, что темп роста поля на оси реальных, подверженных аберрациям трехмерных пучков будет ниже, чем на кривой I рис. 10. Аберрации могут играть некоторую роль при формировании собственного оптического волновода.

2.3. Стационарная самофокусировка сложных пучков. Роль линейного и нелинейного поглощения

Аналитические результаты, полученные выше, относятся к волнам, близким к цилиндрическим и сферическим и обладающим достаточно гладким амплитудным фронтом. Полный расчет поведения пучков более сложной структуры возможен, по-видимому, только численными методами

(см. ²⁹). Интересные аналитические результаты, однако, удается получить методом возмущений, т. е. полагая изменения амплитудного и фазового фронта плоской волны за счет нелинейности малыми. При этом существенное упрощение уравнений позволяет рассмотреть задачу о самовоздействии в гораздо более общих, чем это было сделано до сих пор, предположениях относительно свойств нелинейной восприимчивости среды (в частности, учесть линейное и нелинейное поглощения, пространственную дисперсию нелинейной восприимчивости, конечные времена релаксации и т. д.).

Обратимся сначала к стационарной самофокусировке сложных пучков в кубической среде без потерь. Пусть в такой среде распространяется плоская однородная волна с комплексной амплитудой

$$A = E_0 \exp \left\{ -ik \frac{\varepsilon_2}{2\varepsilon_0} E_0^2 z \right\}. \quad (2,42)$$

Проследим за поведением малых возмущений квадрата действительной амплитуды α и эйконала ψ , т. е. представим действительную амплитуду и эйконал в виде

$$A_0^2 = E_0^2 + \alpha, \quad s = \frac{\varepsilon_2}{2\varepsilon_0} E_0^2 z + \psi, \quad \frac{\partial s}{\partial r} = \frac{\partial \psi}{\partial r} = u. \quad (2,43)$$

Для малых возмущений ($\alpha \sim \mu'$, $u \sim \mu'$, где μ' — малый параметр, характеризующий возмущения) уравнения (2,10) и (2,11) линеаризуются и сводятся к одному уравнению эллиптического типа для возмущения интенсивности α

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial z^2} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} E_0^2 \Delta_{\perp} \alpha = 0. \quad (2,44)$$

В двумерном случае ($\Delta_{\perp} = \partial^2 / \partial x^2$) уравнение (2,44) имеет общее решение при произвольных краевых условиях

$$\begin{aligned} \alpha(x, 0) &= \Phi(x, 0) \text{ и } u(x, 0) = u_0(x), \\ \alpha(x, z) &= \frac{1}{2} [\Phi(x + i\Gamma z) + \Phi(x - i\Gamma z)] - \frac{E_0^2}{2i\Gamma} [u_0(x + i\Gamma z) + u_0(x - i\Gamma z)], \end{aligned} \quad (2,45)$$

где $\Gamma^2 = \varepsilon_2 E_0^2 / 2\varepsilon_0$, Φ и u_0 — аналитические функции. Наличие решения (2,45) позволяет, таким образом, в случае двумерного пучка проследить за развитием в пространстве возмущения произвольного вида. Для гауссова пучка с плоским фазовым фронтом

$$u_0(x, 0) = 0, \quad \Phi(x, 0) = \alpha_0 \exp \left(-\frac{2x^2}{a_1^2} \right) \quad (2,46)$$

из (2,45) получаем

$$\alpha = \alpha_0 \exp \left[-\frac{2(x^2 - \Gamma^2 z^2)}{a_1^2} \right] \cos 4 \frac{\Gamma x z}{a_1^2}, \quad (2,47)$$

т. е. гауссов пучок обнаруживает тенденцию к расслаиванию, по мере распространения в нелинейной среде. Характерное расстояние, на котором возмущения существенно нарастают, $Z_{\phi} \simeq a_1 / 2\Gamma \simeq R_{\text{нл}}$ — длина самофокусировки, фигурировавшая ранее в более точной теории (ср. (2,33), (2,41) *).

*) Отличия в численных множителях, фигурирующих в величине $R_{\text{нл}}$, здесь и в дальнейшем связаны с различиями в определении эффективного диаметра пучка.

Для трехмерного пучка общих решений записать не удается; в этом случае функции $\Phi(x, y)$ и $u_0(x, y)$ можно разложить в интегралы Фурье и проследить за поведением отдельных фурье-компонент:

$$\Phi(x, y) = \alpha_0 \exp \left\{ -\frac{i(x+y)}{a} \right\}. \quad (2,48)$$

Подставляя (2,48) в (2,44), имеем

$$\alpha = \alpha_0 \exp \left\{ -\frac{i(x+y)}{a} + \frac{z}{R_{\text{нл}}} \right\} \quad (2,49)$$

— в методе возмущений длина самофокусировки $R_{\text{нл}}$ фигурирует в качестве инкремента экспоненциально нарастающих возмущений. То обстоятельство, что метод возмущений позволяет не только проследить качественную картину поведения пучка, но и определить длину самофокусировки, может быть использовано для расчета величины $R_{\text{нл}}$ в гораздо более общих предположениях о свойствах среды, нежели это было сделано в разделах 2.1—2.3 этого параграфа.

Обратимся прежде всего к учету влияния диссипативных процессов на самофокусировку. При наличии линейного и нелинейного (квадратичного по полю, например, двухфотонного поглощения (см. формулу (1,2а)) в системе (2,10) и (2,11) изменяется уравнение для амплитуды; теперь оно принимает вид

$$\frac{\partial A_0^2}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial r} \frac{\partial A_0^2}{\partial r} + A_0^2 \Delta_{\perp} s + 2\delta_0 A_0^2 + 2\delta_2 A_0^4 = 0. \quad (2,50)$$

Пусть сначала $\delta_0 > 0$; $\delta_2 = 0$. Рассмотрим линейную среду, в которой распространяется плоская затухающая волна, $A_0^2 = E_0^2 \exp(-2\delta_0 z)$. Представляя интенсивность возмущенной волны в виде

$$A_0^2 = \left\{ E_0^2 + \alpha(z) \exp \left(-i \frac{x+y}{a} \right) \right\} \exp(-2\delta_0 z) \quad (2,51)$$

и линеаризуя систему (2,10), (2,50), получаем уравнение для α

$$\frac{d^2 \alpha}{dz^2} + \frac{2\alpha}{R_{\text{нл}}^2} \exp(-2\delta_0 z) = 0. \quad (2,52)$$

Нарастающее с z решение уравнения (2,52) выражается через модифицированные функции Бесселя:

$$\alpha = \alpha_0 K_0^{-1} \left(\frac{1}{\delta_0 R_{\text{нл}}} \right) K_0 \left[\frac{\exp(-\delta_0 z)}{\delta_0 R_{\text{нл}}} \right]. \quad (2,53)$$

(При $\delta_0 \rightarrow 0$ формула (2,53) переходит в (2,49); зависимость $\alpha(z) \sim \exp(z/R_{\text{нл}})$) Из (2,53) видно, что линейные потери увеличивают длину самофокусировки. Приближенную оценку длины самофокусировки $Z_{\text{ф}}$ можно получить, полагая, что на этой длине аргумент функции Бесселя изменяется на единицу:

$$R_{\text{нл}} = \frac{1 - \exp(-\delta_0 Z_{\text{ф}})}{\delta_0}. \quad (2,54)$$

Из (2,54) непосредственно следует и характерное отличие самофокусировки в диссипативной среде от самофокусировки в среде без потерь. Если в последней в силу соотношения $Z_{\text{ф}} = R_{\text{нл}}$ мощность, необходимая для самофокусировки, тем меньше, чем больше длина, на которой самофокусировка наблюдается*), то в среде с потерями имеется минимальная

*) Следует помнить, разумеется, что в этом параграфе мы пользуемся приближением геометрической оптики, т. е. речь идет о длинах $Z_{\text{ф}} < R_{\text{нл}}$ или мощностях $P > P_{\text{кр}}$ (см. формулы (1,6), (1,7) и соответствующие результаты § 3).

мощность, при которой еще можно говорить о самофокусировке; она определяется равенством $R_{нл} = \delta_0^{-1}$. Физический смысл последнего равенства очевиден; эффект самовоздействия волны, приводящий к самофокусировке, накапливается лишь на расстояниях, не превышающих длину свободного пробега фотона в среде.

Аналогичным образом можно определить длину самофокусировки и в среде с $\delta_0 < 0$ (активная среда). Имеем

$$\alpha = \alpha_0 I_0^{-1} \left(\frac{1}{\delta_0 R_{нл}} \right) I_0 \left[\frac{\exp(\delta_0 z)}{R_{нл} \delta_0} \right]. \quad (2,55)$$

В этом случае, очевидно, $Z_\phi < R_{нл}$ — самофокусировка пучка происходит быстрее, нежели в среде без потерь. При больших усилениях ($R_{нл} \delta_0 \gg 1$) можно писать $Z_\phi \delta_0 = \ln R_{нл} \delta_0$. С существенным сокращением длины самофокусировки за счет усиления нельзя не считаться, по-видимому, в опытах по вынужденному комбинационному рассеянию (здесь для рассеянного излучения $\delta_0 < 0$), а также при анализе угловой и пространственной структуры излучения некоторых типов лазеров (в частности, полупроводниковых лазеров и лазеров на CO_2).

С помощью расчетов, аналогичных вышеизложенным, можно рассчитать величину Z_ϕ и для среды с нелинейным поглощением. Рассматривая наиболее типичный случай $\delta_0 = 0$, $\delta_2 > 0$ и возмущенную волну вида

$$A_0^2 = \left\{ E_0^2 + \alpha(z) \exp \left(-i \frac{x+iy}{a} \right) \right\} [1 + 2\delta_2 E_0^2 z]^{-1}, \quad (2,56)$$

получаем формулу

$$\alpha(z) = \alpha_0 \frac{K_2 \left[\frac{(1 + \delta_2 E_0^2 z)^{1/2}}{\delta_2 E_0^2 R_{нл}} \right]}{K_2 \left[\frac{1}{\delta_2 E_0^2 R_{нл}} \right]}. \quad (2,57)$$

При $\delta_2 \rightarrow 0$ формула (2,57) переходит в (2,49). Величина Z_ϕ согласно (2,57) может быть определена как (см. также ⁷²)

$$Z_\phi = R_{нл} + \frac{ka^2 \epsilon_2''}{2 \epsilon_2'}. \quad (2,58)$$

Из (2,58) следует, что наличие нелинейного поглощения увеличивает длину самофокусировки. При этом даже для мощности $P \rightarrow \infty$ Z_ϕ не обращается в нуль, а стремится к значению $ka^2/2 \cdot \epsilon_2''/\epsilon_2'$, определяемому дифракционной длиной пучка $R_d = ka^2/2$ и нелинейными свойствами среды. Отношение ϵ_2''/ϵ_2' в значительной мере определяется длиной волны излучения. В жидкостях, где ϵ_2'' определяется в основном высокочастотным керр-эффектом, а ϵ_2' — двухфотонным поглощением на длине волны рубинового лазера, обычно $R_d \epsilon_2''/\epsilon_2' \ll R_{нл}$. Однако в экспериментах на более коротких волнах (в частности, при изучении самофокусировки излучения оптических гармоник лазеров на рубине и на стекле) возможны ситуации, при которых $\epsilon_2''/\epsilon_2' \simeq R_{нл}/R_d$ *).

Изменение напряженности поля самофокусирующей волны, учтенное в формулах (2,54) — (2,58), не является, разумеется, единственным следствием диссипативных процессов. Весьма существенным может быть также и нагрев среды. Как уже указывалось в § 1, стационарное распределение температуры устанавливается лишь за времена, превышающие

*) Следует иметь в виду, что для действительной и мнимой частей ϵ_2 имеют место соотношения Крамерса — Кронига (см. ³⁶).

$\tau_T \simeq a^2/\kappa$, так что для задачи о влиянии тепловых эффектов на самофокусировку лазерных импульсов (длительности которых не превышают обычно 10^{-3} сек) оказываются существенно нестационарными.

Задачи о нестационарной самофокусировке возникают, однако, и не только в связи с проблемой самофокусировки в диссипативной среде. Отчетливо наблюдающаяся в последние годы тенденция к укорочению лазерных импульсов (сейчас довольно типичны импульсы длительностью 10^{-9} сек; имеются сообщения о генерации мощных импульсов длительностью $10^{-10} \div 10^{-11}$ сек; см. 49) делает актуальным учет релаксационных процессов и при одном из наиболее «быстрых» механизмов самофокусировки за счет эффекта Керра. Ниже дан анализ особенностей нестационарной самофокусировки на примере керровской самофокусировки и самофокусировки за счет электрострикции.

2.4. Нестационарная самофокусировка.

Нелинейная дисперсия. Хроматическая аберрация погибающей.

О пространственной дисперсии нелинейности

Для исследования нестационарной самофокусировки следует ввести временные производные в уравнения (2,10) и (2,11) и решать их совместно с материальным уравнением, характеризующим поведение нелинейной поляризации (теперь уже пользоваться простой алгебраической связью между поляризацией и полем нельзя (см. 62)). Временные производные в укороченных уравнениях появляются из разложений типа (1,13); ограничиваясь, как и прежде, приближением геометрической оптики, в них следует учесть лишь члены с первыми производными комплексных амплитуд *). Тогда система уравнений нестационарной самофокусировки за счет эффекта Керра принимает следующий вид:

$$\frac{2}{v} \frac{\partial s}{\partial t} + 2 \frac{\partial s}{\partial z} + \left(\frac{\partial s}{\partial r} \right)^2 = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_0} p, \quad (2,59)$$

$$\frac{1}{v} \frac{\partial A_0}{\partial t} + \frac{\partial A_0}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial r} \frac{\partial A_0}{\partial r} + \frac{A_0}{2} \Delta_{\perp} s = 0 \quad (2,60)$$

(v — групповая скорость света),

$$\tau \frac{\partial p}{\partial t} + p = A_0^2. \quad (2,61)$$

(Здесь τ — время релаксации, см. § 1.) Для вычисления длины самофокусировки, как и раньше, используем метод возмущений; только теперь мы будем следить за поведением одной спектральной компоненты пространственно-временного разложения Фурье. Представим интенсивность A_0^2 , поперечную производную эйконала и величину p (пропорциональную соответствующей компоненте тензора анизотропии; см. § 1) в виде (ср. с формулой (2,43))

$$A_0^2 = E_0^2 + \alpha(z) \exp \left\{ i v t - i \frac{x+y}{a} \right\}, \quad (2,62a)$$

$$u = u'(z) \exp \left\{ i v t - i \frac{x+y}{a} \right\}, \quad (2,62b)$$

$$p = E_0^2 + p'(z) \exp \left\{ i v t - i \frac{x+y}{a} \right\}. \quad (2,62b)$$

*) Это соответствует первому приближению теории дисперсии, в котором учитывается лишь эффект группового запаздывания волнового пакета. Учет вторых производных (дисперсионного расплывания пакета) выходит за рамки геометрической оптики, и его следует производить наряду с учетом дифракционного расплывания пучка (см. § 3).

Подставляя (2,62) в уравнения (2,59)–(2,61), приходим к уравнению для α

$$\frac{d^2\alpha}{dz^2} - \frac{\alpha}{R_{\text{нл}}(1+i\nu\tau)} = 0, \quad (2,63)$$

откуда нетрудно определить длину самофокусировки заданной спектральной компоненты (ν, a^{-1}):

$$Z_{\text{ф}}(\nu, a^{-1}) = R_{\text{нл}} \frac{\sqrt{2} \sqrt{1+(\nu\tau)^2}}{\sqrt{1+\sqrt{1+(\nu\tau)^2}}}, \quad (2,64)$$

где, как и прежде, величина $Z_{\text{ф}}$ определена из действительной части инкремента уравнения (2,63). Из (2,64) видно, что в релаксирующей среде длина самофокусировки модулированной волны возрастает с ростом частоты модуляции ν . Указанный эффект может быть назван «хроматической аберрацией» для огибающей. В результате указанной аберрации достаточно короткие волновые пакеты не самофокусируются как целое, а происходит пространственно-временное расслоение пакета: фокальные точки для разных спектральных компонент распределяются по длине тем большей, чем больше $\nu\tau$. Физическая причина указанного эффекта достаточно очевидна — нелинейный отклик среды различен для разных частот модуляции, имеет место нелинейная дисперсия фазовой скорости вида $[1 + (\nu\tau)^2]^{-1/2}$ (замедление или ускорение модулированной волны за счет нелинейности меньше, нежели немодулированной)*).

Аналогичным образом можно рассмотреть и нестационарные процессы при стрикционной самофокусировке — для этого уравнения (2,59) и (2,60) надо решить совместно с волновым уравнением (ср. (1,23))

$$\Delta p - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{\Gamma}{u^2} \frac{\partial p}{\partial t} = \Delta A_0^2. \quad (2,65)$$

Используя метод возмущений (см. (2,62)), можно рассчитать величину

$$Z_{\text{ф}}(\nu, a^{-1}) = R_{\text{нл}} \frac{\sqrt{2} \sqrt{(1+\nu^2\tau_{\perp}^2)^2 + (2\Gamma\nu\tau_{\perp}^2)^2}}{\sqrt{1-\nu^2\tau_{\perp}^2} + \sqrt{(1-\nu^2\tau_{\perp}^2)^2 + (2\Gamma\nu\tau_{\perp}^2)^2}}, \quad (2,66)$$

где $\tau_{\perp} = a/u$. Из (2,66) видно, что при стрикционной самофокусировке, как и при керровской, имеет место хроматическая аберрация. Однако нелокальный характер нелинейного отклика среды в случае стрикции приводит к важным особенностям. Действительно, аберрации носят теперь не релаксационный, а резонансный характер; минимальное значение $Z_{\text{ф}}$ соответствует не $\nu = 0$, как для керр-эффекта, а $\nu = \tau_{\perp}^{-1}$ или $a = u/\nu = \lambda_{\text{эв}}$ — длине волны звука на частоте ν . В этом случае

$$Z_{\text{ф}}^{\text{мин}}(\nu, a^{-1}) = R_{\text{нл}} \sqrt{2\lambda_{\text{эв}}/Z_{\delta}}, \quad \text{где } Z_{\delta} = u/2\Gamma \ (\lambda_{\text{эв}} < Z_{\delta}).$$

Таким образом, акустическая связь поперек пучка может существенно изменить темп самофокусировки, если возмущения световой волны и акустические волны согласованы, а $a = \lambda_{\text{эв}}$.

Резюмируя результаты, относящиеся к нестационарной самофокусировке, следует еще раз подчеркнуть, что они характеризуют поведение отдельных пространственно-временных компонент Фурье; для анализа поведения лазерного импульса в целом следует принять во внимание распределение энергии по спектру. Вместе с тем, выявленные выше качественные закономерности (нелинейные хроматические аберрации, эффекты пространственной дисперсии нелинейности), разумеется, остаются в силе. Заметим, наконец, что изложенные результаты могут быть непосред-

*) Эффект нелинейной дисперсии существен, разумеется, и при самовоздействиях плоских волновых пакетов; см. раздел 3.6 § 3.

ственно использованы при интерпретации опытов, в которых огибающая лазерного излучения содержит резко выраженную частоту ν_0 (например, частоту межмодовых биений в лазере с гигантским импульсом или частоту следования пиков в мощном лазере, работающем в режиме свободной генерации *)). В частности, при стрикционной самофокусировке акустические волны частоты ν_0 могут привести к распаду самофокусирующегося пучка на нити с поперечным масштабом $a_0 \approx u/\nu_0$. Этот эффект должен сказываться особенно сильно, если акустические волны мало затухают на ширине пучка $Z_\delta > a$. Последнее хорошо выполняется в твердых телах, особенно в твердых телах при низких температурах, где Z_δ может достигать десятков и сотен сантиметров. В жидкостях же эффекты пространственной дисперсии стрикционной нелинейности могут, вероятно, определить тонкую структуру пучка, предварительно самофокусированного за счет эффекта Керра (см. § 1 и 4).

Изложенная методика может быть использована и при анализе тепловой нестационарной самофокусировки^{41, 45} и дефокусировки. Для этого в правую часть уравнения (2,65) согласно^{40, 112} следует добавить член,

описывающий $\Delta p_{\text{тепл}}$, где $p_{\text{тепл}} = \gamma \delta_0 \int_0^t EE^* dt$ — повышение давления

в среде к моменту t , которое возникло бы при тепловыделении без изменения плотности, γ — производная от давления по внутренней энергии единицы объема, взятая при постоянном объеме. При этом, очевидно, длина самофокусировки будет функцией времени (временные aberrации), $Z_\phi = Z_\phi(t)$. Временные aberrации, точно так же как и рассмотренные выше хроматические aberrации, будут приводить к пространственно-временному расслоению лазерного импульса. Ряд оценок на этот счет дан в^{40, 41, 112}. Согласно⁴¹ при $t < \tau_\perp$ даже в среде с $\partial \epsilon / \partial T < 0$ может быть $Z_\phi < R_{\text{нл}}$. При $t > \tau_\perp$ величина Z_ϕ монотонно нарастает и затем становится мнимой величиной; в силу интегрального характера теплового эффекта на достаточно больших отрезках времени тепловая дефокусировка подавляет самофокусировку. Вместе с тем, в средах с $\partial \epsilon / \partial T > 0$ (см.⁴⁵) ситуация обратная — здесь нагрев среды должен приводить к самофокусировке.

2.5. О самовоздействии плоских волновых пакетов. Уширение спектра в нелинейной среде

Выше, при рассмотрении самовоздействия волновых пакетов, основное внимание было уделено влиянию временной модуляции на изменение углового спектра (пространственную самофокусировку) волн. Вместе с тем, как уже указывалось в § 1, наличие нелинейных добавок к показателю преломления приводит к модификации комплексной огибающей плоского волнового пакета.

Распространение модулированной плоской волны описывается в приближении геометрической оптики системой (ср. с (2,59)), (2,60))

$$\frac{1}{v} \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial z} = \frac{\epsilon_2 A_0^2}{2\epsilon_0}, \quad (2,67a)$$

$$\frac{1}{v} \frac{\partial A_0}{\partial t} + \frac{\partial A_0}{\partial z} = 0, \quad (2,67b)$$

*) Согласно работе⁵⁰, средняя мощность такого генератора может достигать $1 \div 2 \text{ Мвт}$ при длительности импульса 10^{-3} сек . Такая мощность превышает критическую для многих жидкостей и близка к критической мощности в твердых телах, в которых самофокусировка происходит за счет стрикции (для стекла $P_{\text{кр}} \approx 4 \text{ Мвт}$, для кальцита $P_{\text{кр}} \approx 4 \text{ Мвт}$; см. 4).

решения которой имеют вид

$$A_0^2 = E_0^2 F(t - z/v), \quad s = \frac{\varepsilon_2 E_0^2 z}{2\varepsilon_0} F(t - z/v) + s_0(t - z/v). \quad (2,68)$$

Здесь F характеризует амплитудную модуляцию волны, а s_0 — фазовую. Из (2,68) следует, что если при $z = 0$ волна модулирована только по амплитуде ($s_0 \equiv 0$), то по мере распространения волны в нелинейной среде за счет эффекта самовоздействия появляется фазовая модуляция. При этом изменение частоты определяется формулой

$$\Delta\omega = \frac{\varepsilon_2 E_0^2 k z}{2\varepsilon_0} \frac{\partial F(t - z/v)}{\partial t}. \quad (2,69)$$

При достаточно больших z частота модуляции становится большой и необходимо, вообще говоря, учитывать дисперсионные свойства среды в

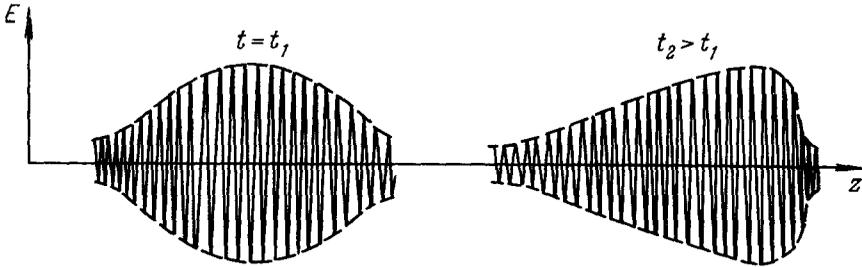


Рис. 13. Искажение формы огибающей плоской волны, распространяющейся в среде с $\varepsilon = \varepsilon_0 - \varepsilon_2 |A|^2$.

По мере распространения волны (вдоль оси z) первоначально гармоническая огибающая искажается. При $\varepsilon_2 > 0$ перепад образуется на заднем конце импульса.

следующем приближении (см. п. 3.6). Фазовая модуляция, описываемая (2,68), может приводить к заметному расширению спектра светового импульса.

Отметим, наконец, что в среде без дисперсии (или весьма малой) уравнения (2,67) в следующем приближении учитывают изменение групповой скорости волны вследствие нелинейности среды:

$$\frac{\partial s}{\partial z} + \frac{\varepsilon_2 A_0^2}{v\varepsilon_0} \frac{\partial s}{\partial \xi} = \frac{\varepsilon_2 A_0^2}{2\varepsilon_0}, \quad (2,70а)$$

$$\frac{\partial A_0}{\partial z} + \frac{\varepsilon_2 A_0^2}{v\varepsilon_0} \frac{\partial A_0}{\partial \xi} = 0, \quad (2,70б)$$

где $\xi = t - z/v$ — «бегущая» координата. В такой среде амплитуда деформируется как простая волна (см. рис. 13):

$$A_0 = E_0 \left(\xi - \frac{\varepsilon_2 A_0^2}{v\varepsilon_0} z \right), \quad (2,71)$$

частота же растет на одних участках и падает на других ²³. Из (2,71) следует, что заметные искажения огибающей возникают на характерных длинах $R \simeq \tau_H v \cdot \varepsilon_0 / \varepsilon_2 E_0^2$ (τ_H — период амплитудной модуляции). Отсюда видно, что $R \gg R_{нл}$ для обычно реализуемых условий (даже для $\tau_H v \simeq a$; $R/R_{нл} \simeq \sqrt{\varepsilon_0 / \varepsilon_2 E_0^2}$).

§ 3. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЫ

В этом параграфе мы рассмотрим эффекты, связанные с конечностью длины волны; учтем, что поведение пучка определяется не только эффектами нелинейной рефракции, рассмотренными в § 2, но и дифракционными

явлениями. Как и в § 2, обратимся прежде всего к рассмотрению сферических и цилиндрических волн с переменным радиусом кривизны и гауссовским распределением амплитуды; для таких волн удается проследить закономерности самовоздействий аналитически.

3.1. Стационарная безабберационная самофокусировка в кубичной среде при учете дифракции

Рассмотрим прежде всего стационарные процессы в среде с $\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_2 A_0^2$, $\epsilon_2 > 0$. Исходными в рассматриваемом случае являются уравнения (2,8), (2,9): эйконал представим в виде

$$s = \frac{r^2}{2} \beta(z) + \varphi(z), \quad \beta(z) = f^{-1} \frac{df}{dz}, \quad (3,1a)$$

а для амплитуды запишем

$$A_0^2(r, z) = \frac{E_0}{f^{1+m}} \exp \left\{ -\frac{2r^2}{a^2 f^2} \right\}. \quad (3,1b)$$

Как и в § 2, будем пользоваться граничными условиями (2,14). Подставляя (3,1) в уравнения (2,8), (2,9) и ограничиваясь рассмотрением приосевой части пучка (для этого в нелинейном члене следует провести разложение по степеням r и учесть лишь члены $\sim r^2$), можно получить приближенное уравнение для ширины пучка f

$$\frac{d^2 f}{dz^2} = -\frac{1}{R_{\text{нл}}^2 f^{2+m}} + \frac{1}{R_{\text{д}}^2 f^3}. \quad (3,2)$$

Здесь, как и прежде, $R_{\text{нл}} = a \sqrt{\epsilon_0 / 2 \epsilon_2 E_0^2}$ — длина самофокусировки, $R_{\text{д}} = ka^2/2$ — дифракционная длина пучка. Исследование уравнения (3,2) целесообразно провести по отдельности для случаев $m = 0$ и $m = 1$.

1. $m = 1$. Рассмотрим прежде всего представляющий наибольший практический интерес трехмерный пучок. При $m = 1$ первый интеграл уравнения (3,2) записывается в виде

$$\left(\frac{df}{dz} \right)^2 = \frac{1}{f^2} \left(\frac{1}{R_{\text{нл}}^2} - \frac{1}{R_{\text{д}}^2} \right) + C, \quad (3,3)$$

где $C = 1/R^2 - 1/R_{\text{нл}}^2 + 1/R_{\text{д}}^2$. Сравнивая (3,3) с (2,18), нетрудно убедиться, что первый интеграл при учете дифракции имеет тот же вид, как и в приближении геометрической оптики, изменяется лишь коэффициент при f^{-2} . Характер поведения пучка зависит теперь от соотношения между величинами $R_{\text{нл}}$ и $R_{\text{д}}$ или между полной мощностью пучка $P = a_{\text{п}0}^2 A_0^2/8$ и критической мощностью $P_{\text{кр}}$, определяемой из условия равенства $R_{\text{нл}} = R_{\text{д}}$:

$$P_{\text{кр}} = \frac{\lambda_0^2 c}{32\pi^2 n_2}. \quad (3,4)$$

При $P > P_{\text{кр}}$ ($R_{\text{нл}} < R_{\text{д}}$) коэффициент при f^{-2} в (3,3) положителен; качественная картина поведения трехмерного пучка в кубичной среде не отличается от геометрооптической картины, исследованной в § 2 (см. траектории лучей на рис. 9, которые полностью относятся и к рассматриваемому случаю). Дифракция в этом случае изменяет лишь пространственный масштаб, связанный с нелинейностью; поэтому при конечных λ можно пользоваться соответствующими формулами § 2, подставляя в них вместо величины $R_{\text{нл}}$ величину

$$R_{\text{нл}}^{\text{диф}} = R_{\text{нл}} \left(1 - \frac{P_{\text{кр}}}{P} \right)^{-1/2} = R_{\text{д}} \left(\frac{P}{P_{\text{кр}}} - 1 \right)^{-1/2}. \quad (3,5)$$

В частности, при $P \gg P_{кр}$ трехмерный пучок с плоским фазовым фронтом и параболическим амплитудным профилем, как и в приближении геометрической оптики, самофокусируется в точку, однако происходит это не на длине $R_{нл}$, а на длине $R_{нл}^{диф} > R_{нл}$ *). Важно подчеркнуть, что хотя критическая мощность не зависит от поперечного размера пучка a (см. (3,4), а также (1,7)), темп самофокусировки существенно определяется поперечной структурой пучка. Из (3,5) следует, что если для достаточно широких пучков ($R_{нл} \ll R_d$) $R_{нл}^{диф} \sim a$, как и в приближении геометрической оптики, при $R_{нл} \rightarrow R_d$ ($P \rightarrow P_{кр}$) зависимость $R_{нл}^{диф}$ от a может стать обратной. Последнее приводит к существованию оптимального поперечного пространственного масштаба $a_{опт}$, определяемого из условия $\partial R_{нл}^{диф} / \partial a = 0$, для которого самофокусировка происходит наиболее быстро. Согласно (3,5)

$$a_{опт} = \frac{2}{k} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon_2 E_0^2}} \quad \text{и} \quad Z_{ф, \min} = \frac{2}{k} \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2 E_0^2}. \quad (3,6)$$

На это обстоятельство было обращено внимание Беспаловым и Талановым¹⁶. Оно особенно существенно для пучков со сложным амплитудным профилем (неоднородных пучков); неоднородности с размерами $a \sim a_{опт}$ будут наиболее сильно подчеркиваться за счет самофокусировки в нелинейной среде **). Оценки величин $a_{опт}$ для типичных экспериментальных условий таковы: $\epsilon_2 \simeq 10^{-11}$ CGSE (керр-эффект в CS_2), $k = 10^5$ см⁻¹; поток мощности 100 Мвт/см² дает значения $a_{опт} \simeq 100$ мк. Интересно, что такой же порядок величин имеют и неоднородности пространственной структуры излучения рубинового лазера на сравнительно неоднородном кристалле (см. ⁶⁸). Последнее означает, весьма вероятно, что в опытах, в которых эффект самофокусировки сильно неоднородных лазерных пучков регистрируется по появлению эффекта вынужденного рассеяния (по достижению некоторой пороговой напряженности светового поля), определяется не величина $R_{нл}^{диф}$, характеризующая весь пучок в целом, а величина порядка $Z_{ф, \min}$ (см. (3,6)). Указанное обстоятельство объясняет, по-видимому, отмеченные в ряде экспериментальных работ (см., например, ¹⁰) расхождения между значениями теоретически и экспериментально определенных длин самофокусировки.

Результаты, относящиеся к самофокусировке пучков с плоским фазовым фронтом, иллюстрируются графиками рис. 14, а; заштрихованы области несамофокусирующихся профилей. На рис. 14, б приведены соответствующие графики для пучков, обладающих конечной расходимостью на границе нелинейной среды (величина R конечна). Здесь указана область начальных расходимостей $\theta = a/R$, для которых самофокусировка возможна, и график зависимости фокального расстояния

*) Формула (3,5) является, как уже указывалось, следствием соотношения $(1/R_{нл}^{диф})^2 = R_{нл}^{-2} - R_d^{-2}$, следующего из уравнения (3,3). К аналогичному результату приводит и расчет, проведенный Талановым (см. 5, ¹⁶). С другой стороны, в работе Келли¹⁴ без вывода дается несколько отличная формула для $R_{нл}^{диф}$, являющаяся следствием соотношения $1/R_{нл}^{диф} = 1/R_{нл} - 1/R_d$, $R_{нл}^{диф} = n_0 a^2 / 4 (c/n_2)^{1/2} (\sqrt{P} - \sqrt{P_{кр}})^{-1}$ (ср. с (3,5)). Краткость статьи¹⁴ затрудняет детальное выяснение причин расхождения; подчеркнем еще раз только, что все результаты, базирующиеся на (3,3), относятся к приосевой части пучка. Заметим, наконец, что в эксперименте различные формулы (3,5) и формулы Келли несущественно при P , уже в два-три раза превосходящих $P_{кр}$.

***) Напомним, что в соответствии с результатами § 2 в среде, в которой пространственная дисперсия нелинейности отсутствует, самофокусировка отдельных неоднородных участков происходит независимо, так что к каждой из самофокусирующихся нитей полностью приложимы результаты развиваемой теории.

от начальной расходимости. Эти результаты непосредственно следуют из (3,3). Действительно, проводя выкладки, аналогичные приведенным в § 2, имеем с учетом дифракции (ср. (2,20)) $1/Z_\phi = -1/R + \sqrt{1/R_{нл}^2 - 1/R_d^2}$. Полагая $Z_\phi \rightarrow \infty$, можно найти критические значения угла расходимости $\theta_{кр}$, ограничивающие область самофокусирующихся пучков:

$$\theta_{кр, 1, 2} = \frac{\epsilon_2 E_0^2}{\epsilon_0} \pm \sqrt{\left(\frac{\epsilon_2 E_0^2}{\epsilon_0}\right)^2 - \frac{4}{k^2 R^2}}.$$

Между $\theta_{1,2}$ заключен угол $\theta_{опт}$ — пучок с такой расходимостью самофокусируется быстрее всего. Следует иметь в виду при этом, что мощность, необходимая для самофокусировки расходящегося пучка P_p , больше $P_{кр}$. Расчет, базирующийся на приведенных выше формулах, дает

$$P_p = P_{кр} \left(1 + \frac{k^2 a^4}{R^2}\right). \quad (3,6a)$$

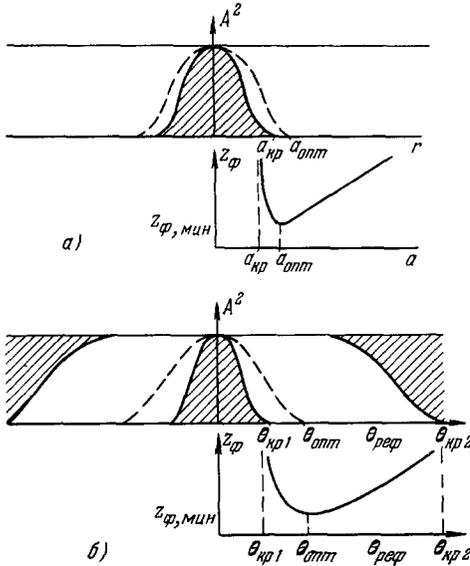


Рис. 14. Графики, поясняющие условия оптимальной самофокусировки гауссовых пучков с плоским (рис. 14, а) и сферическим (рис. 14, б) фазовым фронтом.

Графики $Z_\phi = Z_\phi(z)$ (а) для пучков с плоским фазовым фронтом и $Z_\phi = Z_\phi(\theta)$ для расходящихся пучков характеризуют области начальных условий, для которых самофокусировка возможна; значения $Z_{\phi, мин}$ соответствуют оптимальной самофокусировке. Заштрихованы области несамофокусирующихся профилей.

нелинейная рефракция приводит лишь к количественным поправкам.

Изложенные результаты согласуются при $P > P_{кр}$, как показывают экспериментальные работы (см., например, ^{10,11,48}), с опытными данными лишь для расстояний z , меньших длины самофокусировки $R_{нл}$. При $z > R_{нл}^{диф}$ лучи ведут себя не так, как на рис. 9, а образуют квазиоднородные волновые каналы, т. е. на опыте режим самофокусировки при $z > R_{нл}$ непрерывно переходит в режим самоканализации. Отсутствие такого перехода в развитой выше теории не может быть приписано учету явлений лишь в приосевой части пучка. Результаты численного анализа рассматриваемой задачи, проведенного в ^{14,29}, показывают, что хотя учет отличия профиля пучка от параболического и замедляет темп роста напряженности поля на оси пучка *), он недостаточен для объясне-

*) В конечном счете речь здесь идет об учете нелинейных aberrаций в волновой теории

Для неоднородных расходящихся пучков пороговые мощности P_p могут быть меньшими (но все-таки большими, чем $P_{кр}$) за счет расслоения, аналогичного расслоению пучка с плоским фронтом; на это обстоятельство обратил внимание Райзер ⁷⁴, рассмотревший самофокусировку расходящегося пучка в геометрооптическом приближении и определивший угол $\theta_{кр,2}$.

При $P = P_{кр}$ ($R_{нл} = R_d$) согласно (3,2) $df/dz = \text{const}$. Пучок с плоским фазовым фронтом ($R \rightarrow \infty$) и $P = P_{кр}$ распространяется в кубичной среде, сохраняя свое поперечное сечение ($df/dz = 0$), т. е. реализуется режим волноводного распространения (самоканализации). Наконец, при $P < P_{кр}$ поведение пучка в среде определяется в основном краевыми условиями и дифрак-

ния формирования каналов. Причины автоматического формирования собственного волнового канала, факторы, определяющие его структуру и поперечные размеры (а следовательно, и предельную напряженность поля, получаемую за счет самофокусировки), представляют первостепенный интерес и пока еще до конца не выяснены. Их обсуждение будет дано ниже; однако, прежде чем переходить к нему, целесообразно кратко рассмотреть результаты решения уравнения (3,2) для двумерного случая, а перечисленные выше проблемы специфичны именно для трехмерного пучка.

2. При $m = 0$ уравнение (3,2) с учетом граничных условий (2,14) имеет первый интеграл

$$\left(\frac{df}{dz}\right)^2 = \frac{2}{fR_{нл}^2} - \frac{1}{f^2R_d^2} + C, \quad C = \frac{1}{R^2} - \frac{2}{R_{нл}^2} + \frac{1}{R_d^2}. \quad (3,7)$$

Поведение пучка определяется значением параметра C . Если $C < 0$, т. е.

$$R^2 > \left(\frac{2}{R_{нл}^2} - \frac{1}{R_d^2}\right)^{-1} \quad (3,7a)$$

(при $R \rightarrow \infty$ имеем $C < 0$, если $R_{нл} < R_d$), то имеет место режим самоканализации, при котором ширина волнового пучка осциллирует в пределах, найденных из условия $df/dz = 0$:

$$a_{1,2} = \frac{a}{|C|} \left\{ \frac{1}{R_{нл}^2} \pm \left[\left(\frac{1}{R_{нл}^2} - \frac{1}{R_d^2}\right)^2 + \frac{1}{R^2 R_d^2} \right]^{1/2} \right\}. \quad (3,8)$$

Радиус волнового пучка с плоским фазовым фронтом ($R \rightarrow \infty$) остается постоянным, когда $R_{нл} = R_d$. При этом погонная мощность двумерного пучка равна критической

$$P_{кр} = \frac{\lambda_0^2 c}{16\pi^3 n_2 a}, \quad (3,9)$$

обратно пропорциональной (ср. с трехмерным пучком (3,4)) размеру a .

Сильно сфокусированные или сильно расфокусированные, не удовлетворяющие условию (3,7a), пучки не самоканализируются. Однако в этом случае нелинейная рефракция приводит к уменьшению размеров фокального пятна; соответствующие расчеты выполнены в⁶.

3.2. Динамика формирования оптического волновода. Стационарная самофокусировка трехмерного пучка в среде с насыщающейся нелинейностью

Одним из возможных объяснений наблюдающегося экспериментально формирования оптического волновода при $z > R_{нл}$ является уменьшение нелинейной рефракции при больших полях за счет насыщения нелинейной поляризации (см. раздел 1.2 § 1 и рис. 8). Действительно, чрезвычайно высокие напряженности поля, достигаемые в фокальной точке, делают необходимым, вообще говоря, учет членов высшего порядка в разложении (1,2). Уменьшение «силы» нелинейной рефракции за счет насыщения вместе с дифракцией обеспечивает конечные размеры фокальной области. Чтобы убедиться в этом, обратимся к анализу уравнения

для ширины пучка в среде с насыщающейся нелинейностью. Теперь уже будем задавать ε в общем виде *):

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_{\text{нл}}(A_0^2), \quad (3,10)$$

причем в силу существования эффекта насыщения

$$\lim_{A_0 \rightarrow \infty} \varepsilon_{\text{нл}}(A_0^2) = \varepsilon_{\text{нас}}, \quad \lim_{A_0 \rightarrow \infty} \frac{\partial \varepsilon_{\text{нл}}(A_0^2)}{\partial A_0^2} = 0. \quad (3,11)$$

Учитывая (3,10) и ограничиваясь, как и прежде, приосевой частью пучка, получаем уравнение для f (ср. с (3,2))

$$\frac{d^2 f}{dz^2} = -\frac{1}{f^3} \left[\frac{2E_0^2 \varepsilon_{\text{нл}}^{(1)} \left(\frac{E_0^2}{f^2} \right)}{\varepsilon_0 a^2} - \frac{4}{k^2 a^4} \right]. \quad (3,12)$$

Здесь $\varepsilon_{\text{нл}}^{(1)}$ обозначает первую производную по аргументу и характеризует крутизну нелинейной характеристики диэлектрической проницаемости как функции интенсивности (в кубичной среде, первое приближение, $\varepsilon_{\text{нл}}^{(1)} = \varepsilon_2$).

Качественно поведение пучка в среде с насыщающейся нелинейностью можно проследить, анализируя правую часть (3,12). Нетрудно видеть, что с уменьшением нормированного радиуса пучка f первоначально отрицательная правая часть (3,12) может изменять знак; вначале весьма сильная нелинейная рефракция уменьшается настолько, что уже может быть скомпенсирована дифракционной расходямостью. Радиус волнового пучка, соответствующий условию точной компенсации ($d^2 f/dz^2 = 0$, $f = 1$),

$$a^2 = \frac{2\varepsilon_0}{k^2 E_0^2 \varepsilon_{\text{нл}}^{(1)}}, \quad (3,13)$$

теперь зависит от мощности. Если крутизна $\varepsilon_{\text{нл}}^{(1)}$ с ростом напряженности поля уменьшается монотонно, величина $E_0^2 \varepsilon_{\text{нл}}^{(1)}$, стоящая в знаменателе (3,13), имеет максимум, а следовательно, суще-

Рис. 15. Теоретические профили нелинейной добавки к диэлектрической постоянной $\varepsilon_{\text{нл}} = \varepsilon_{\text{нл}}(r/a)$ для гауссова пучка при разных напряженностях поля на оси.

Кривой 1 соответствует $\varepsilon_2 E_0^2 / \varepsilon_{\text{нас}} = 4$, кривой 2 — $\varepsilon_2 E_0^2 / \varepsilon_{\text{нас}} = 9$. По оси абсцисс — нормированный радиус пучка.

ствует минимальный размер собственного оптического волновода. Чтобы получить более конкретные соотношения, зададимся законом насыщения диэлектрической проницаемости в форме, предложенной в работе⁷: $\varepsilon_{\text{нл}} = \varepsilon_2 A_0^2 / 1 + \varepsilon_2 A_0^2 / \varepsilon_{\text{нас}}$; в типичных случаях $\varepsilon_{\text{нас}} \sim \varepsilon_0$ (уменьшение градиента диэлектрической постоянной и, следовательно, нелинейной рефракции при больших полях и для указанного выше закона насыщения иллюстрируется графиками рис. 15). Тогда

$$a^2 = \frac{2\varepsilon_0 \left(1 + \frac{\varepsilon_2 E_0^2}{\varepsilon_{\text{нас}}} \right)^2}{k^2 E_0^2 \varepsilon_2}. \quad (3,14)$$

*) Учет насыщения в первом приближении (в разложении (1,2) учитывался член не только с ε_2 , но и с $\varepsilon_4 < 0$) выполнен в⁶ с помощью уравнений типа (2,8), (2,9). Простые оценки условий самофокусировки в среде с $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_2 A_0^2 + \varepsilon_4 A_0^4$ даны недавно в⁸⁴, где в основу рассмотрения было положено условие типа (1,6).

Оптимальному условию соответствует $\epsilon_2 E_0^2 = \epsilon_{нас}$, и, следовательно, минимальный радиус собственного оптического волновода равен

$$a_{мин}^2 = \frac{4\epsilon_0}{k^2\epsilon_{нас}}, \tag{3,15}$$

т. е. $a_{мин} \sim \lambda_0^*$). Оптимальная величина мощности самоканализирующегося волнового пучка

$$P_{опт} = 2P_{кр} \sqrt{\frac{1 + \epsilon_{нас}}{\epsilon_0}}, \tag{3,16}$$

т. е. оптимальная мощность по порядку величин совпадает с критической (в несколько раз ее превосходит).

Поведение пучка с произвольной расходимостью на входе в среде с насыщающейся нелинейностью можно проанализировать, записывая, как и раньше, первый интеграл уравнения для f (в данном случае (3.12))

$$\left(\frac{df}{dz}\right)^2 = \left[\frac{2\epsilon_{нл} \left(\frac{E_0^2}{f^2}\right)}{\epsilon_0 a^2} - \frac{4}{f^2 k^2 a^4} \right] + C, \tag{3,17}$$

$$C = \frac{1}{R^2} - \frac{2\epsilon_{нл} (E_0^2)}{\epsilon_0 a^2} + \frac{4}{k^2 a^4}. \tag{3,18}$$

Как и раньше, слабо сходящиеся (или слабо расходящиеся) при $z = 0$ пучки ($C < 0$) самоканализируются; при этом в общем случае диаметр волноводного канала осциллирует (см. также ⁶, где эти осцилляции рассчитывались в первом приближении). Сильно сфокусированные**) на границе пучки сверхкритической мощности, как и в случае кубичной среды, не могут самоканализироваться; здесь эффект самовоздействия приводит к изменению фокусного расстояния и к уменьшению размеров фокального пятна. Минимальное сечение пучка

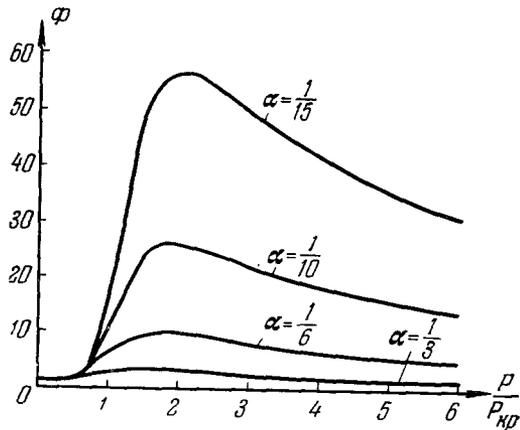


Рис. 16. Графики зависимости параметра $\Phi = [a^{(нл)}/a^{(пл)}]$, характеризующего уменьшение площади фокального пятна для трехмерного пучка в среде с $\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_2 |A|^2 - \epsilon_4 |A|^4$, от отношения $P/P_{кр}$.

Параметром кривых служит $\alpha = a/R$ — половина угла схождения пучка, фокусируемого сферической линзой ⁶.

*) Следует отметить, что этот результат, строго говоря, находится уже за пределами точности квазиоптического приближения, использованного при расчете; поэтому для точной оценки величины $a_{мин}$ метод расчета должен быть улучшен. Вместе с тем качественная картина, установленная в этом разделе, разумеется, сохраняется.

**) Таким образом, сильная предварительная фокусировка достаточно однородного пучка на входе в нелинейную среду может предотвратить эффект самоканализации, если он по какой-либо причине нежелателен и в то же время необходимо получать значительные напряженности поля световой волны. Напряженности светового поля, получаемые даже в довольно сильно самофокусирующихся органических жидкостях с помощью короткофокусных линз, могут превышать таковые, получаемые за счет эффекта самофокусировки. Потoki мощности, наблюдающиеся при самоканализации, $P_{самоф} \approx P_{кр}/\pi a^2$, для $a \approx 30$ мк и CS_2 $P_{самоф} \approx 10^9$ вт/см²; для нитробензола эта цифра в несколько раз больше. Вместе с тем следует иметь в виду, что для «сверхтонких» нитей ($a \approx 1 \div 3$ мк; см., например, ⁴⁸) величина потока мощности может достигать $10^{10} \div 10^{11}$ вт/см², а соответствующая напряженность светового поля $\sim (2 \div 3) \cdot 10^7$ в/см (см. ¹⁰³).

в среде соответствует условию $df/dz = 0$ и равно при $P/P_{кр} \gg 1$

$$[a_{\Phi}^{(нл)}]^2 = \left\{ [a_{\Phi}^{(л)}]^{-2} + \frac{\epsilon_{нас} k^2}{2\epsilon_0} \right\}^{-1}, \quad (3,19)$$

где $a_{\Phi}^{(л)}$ — фокальное сечение пучка в линейной среде. На рис. 16 приведены графики величины $\Phi = [a_{\Phi}^{(нл)} / a_{\Phi}^{(л)}]^2$, характеризующей изменение площади фокального пятна за счет самофокусировки, вычисленные для не слишком больших отношений $P/P_{кр}$ (см. 6).

Таким образом, учет эффекта насыщения устраняет особенность в фокусе (в силу (3,19) размер фокальной области конечен). Однако процесс формирования собственного волновода при $z > R_{нл}$ остается не объясненным до конца; по-видимому, он связан с совместным действием насыщения и потерь.

3.3. О самофокусировке в сильно нелинейной среде. Распределение поля в самоканализирующихся пучках.

Моды собственного оптического волновода

Теория самофокусировки, развитая выше на основе применения метода параболического уравнения, дает возможность проанализировать поведение почти плоских волн в слабо нелинейной, слабо поглощающей среде. При этом изменение диэлектрической проницаемости при самовоздействии волны должно быть не только медленным, но и малым ($\epsilon_{нл} \ll \epsilon_0$). Однако в процессе самофокусировки мощных световых пучков интенсивность поля может стать настолько большой, что линейная и нелинейная части оптического показателя преломления окажутся величинами одного порядка ($\epsilon_{нл} \simeq \epsilon_0$)*. В этом случае эйконал комплексной амплитуды становится сравнимым с эйконалом плоской волны, взятым за основу решения, и амплитуда волны больше не является медленной функцией координат; метод параболического уравнения становится неприменимым в таком виде. Вместе с тем, если в среде с большой нелинейностью волна остается почти плоской (слабо расходящийся или слабо сходящийся пучок с поперечными размерами, большими длинами волны, $a \gg \lambda$), то при описании дифракции такого пучка можно сохранить квазиоптический подход. Именно, за основу решения можно снова взять плоскую волну, только, в отличие от случая слабо нелинейной среды, следует сразу учесть изменение волнового числа (ср. с (2,3), (2,5)):

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \mathbf{e} A (\mu z, \sqrt{\mu r}) \exp \left\{ i \left(\omega t - \int k_{эфф} dz \right) \right\}. \quad (3,20)$$

Подставляя выражение (3,20) в нелинейное волновое уравнение и учитывая эффект самовоздействия в кубичной среде, находим обычным способом два действительных уравнения (ср. с (2,8), (2,9))

$$k_{эфф}^2 + 2k_{эфф} \frac{\partial s}{\partial z} + \left(\frac{\partial s}{\partial r} \right)^2 = k_0^2 (\epsilon_0 + \epsilon_2 A_0^2) + \frac{1}{A_0} \left(\frac{\partial^2 A_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_0}{\partial r} \right), \quad (3,21)$$

$$k_{эфф} \frac{\partial A_0}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial r} \frac{\partial A_0}{\partial r} + \frac{A_0}{2} \left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{\partial k_{эфф}}{\partial z} \right) = 0. \quad (3,22)$$

Здесь добавка к эйконалу плоской волны описывает лишь кривизну фазового фронта, т. е. в приближении сферической волны имеем

$$s = \frac{k_{эфф} r^2 f'}{2f}. \quad (3,23)$$

* Согласно данным Таунса и Брюера¹⁰³ в нитях диаметром ~ 2 мкм нелинейная добавка к n достигает 0,2.

Уравнение (3,22) имеет интеграл сохранения мощности пучка

$$P = \frac{cn_{\text{эфф}}}{4} \int A_0^2 r dr \quad (3,24)$$

($n_{\text{эфф}} = k_{\text{эфф}}/k_0$ — эффективный показатель преломления в нелинейной среде), из которого, в частности, следует, что мощность, необходимая для самоканализации пучка, зависит от радиуса пучка (впервые на это было обращено внимание в ⁴). Выше подобная зависимость была связана с эффектом насыщения (см. (3,13) *). Волноводному распространению пучка соответствует плоский фазовый фронт ($s = 0$); получающееся из (3,21) обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 A_0}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_0}{\partial r} - (k_{\text{эфф}}^2 - k^2) A_0 + \frac{\varepsilon_2 k^2}{\varepsilon_0} A_0^3 = 0 \quad (3,25)$$

описывает амплитудные профили самоканализирующегося пучка. Заметим, что в квазиоптическом приближении в уравнении (3,25) имеем $k_{\text{эфф}}^2 - k^2 \simeq 2k(k_{\text{эфф}} - k)$ (см. также (2,6) при $\partial s/\partial r = 0$). Уравнение (3,25) можно привести к безразмерному виду

$$\frac{d^2 \tilde{A}_0}{d\tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{A}_0}{\partial \tilde{r}} - \tilde{A}_0 + \tilde{A}_0^3 = 0, \quad (3,26)$$

где

$$\tilde{A}_0(\tilde{r}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \frac{k}{\Gamma}} A_0, \quad \tilde{r} = \Gamma r, \quad \Gamma^2 = k_{\text{эфф}}^2 - k^2.$$

Численный анализ уравнения (3,26), проведенный на вычислительной машине ^{4,67}, показал, что на основной моде амплитуда в поперечном сечении монотонно уменьшается при удалении от оси пучка. Расчет амплитудного профиля позволил вычислить и критическую мощность самоканализирующегося пучка

$$P_{\text{кр}} = \frac{5,763\lambda_0^3 c n_{\text{эфф}}}{32\pi^3 n_2 n_0}, \quad (3,27)$$

которая примерно в 1,8 раза больше величины мощности, рассчитанной для приосевой части пучка (3,4); вместе с тем (3,27) мало отличается от (1,6). Вышие моды волноводного пучка в кубичной среде, как показано в ^{66,67}, имеют характер затухающих осцилляций амплитуды по координате r (картина распределения амплитуды в сечении пучка имеет вид колец, число которых зависит от номера моды). Критическая мощность пучка растет с номером моды N приближенно как $2N^2 - 1$.

3.4. Самофокусировка сложных пучков в волновой оптике

Как и в § 2, эту задачу можно рассмотреть методом возмущений, однако теперь в основу расчета должны быть положены уравнения (2,8), (2,9). Если речь идет о кубичной среде без потерь, стационарной самофокусировке, и если пространственная дисперсия нелинейности отсутствует, необходимость в таком рассмотрении для сравнительно крупномасштабных неоднородностей отпадает; его результаты (во всяком случае те, которые можно получить, анализируя поведение одной фурье-компоненты) уже содержатся в формулах раздела 3.1. Действительно,

*) В работе ⁷⁴ учет насыщения предлагается делать, подставляя в выражение для мощности полное значение n ; ср. с результатами раздела 3.2.

самофокусировка отдельной неоднородности наступает, если полная мощность, заключенная в ней, превышает критическую. На основании анализа формулы для $R_{\text{пл}}^{\text{диф}}$ можно установить оптимальные размеры наиболее быстро самофокусирующейся неоднородности (см. (3,6)). Разумеется, при учете потерь следует внести дифракционные поправки в формулы раздела 2.4 § 2. То же самое относится и к формулам раздела 2.5 для нестационарной самофокусировки. Анализ показывает, что теперь критическая мощность, соответствующая разным спектральным компонентам, различна; для керр-эффекта она растет как $1+(\nu\tau)^2$: речь идет о количественных поправках. Наиболее же интересным качественным эффектом, связанным с нестационарностью в задаче о самоканализации, является появление конечной скорости формирования оптического волновода в релаксирующей среде; это обстоятельство обсуждалось в ^{7,8}. Ниже мы кратко рассмотрим этот вопрос.

3.5. Динамика развития оптического волновода в релаксирующей среде

Рассмотрим процесс формирования волновода в среде, где нелинейность определяется керр-эффектом. Пусть в момент времени $t = 0$ в нелинейную среду при $z = 0$ входит трехмерный световой пучок, мощность которого равна критической. Нестационарные уравнения имеют такой вид:

$$\frac{2}{v} \frac{\partial s}{\partial t} + 2 \frac{\partial s}{\partial z} + \left(\frac{\partial s}{\partial r} \right)^2 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} p + \frac{1}{k^2 A_0} \left(\frac{\partial^2 A_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_0}{\partial r} \right), \quad (3,28)$$

$$\frac{1}{v} \frac{\partial A_0}{\partial t} + \frac{\partial A_0}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial r} \frac{\partial A_0}{\partial r} + \frac{A_0}{2} \left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} \right) = 0, \quad (3,29)$$

$$\tau \frac{\partial p}{\partial t} + p = A_0^2. \quad (3,30)$$

Введем вместо t новую независимую переменную $\xi = t - z/v$; тогда вместо (3,28) — (3,30) будет система

$$2 \frac{\partial s}{\partial z} + \left(\frac{\partial s}{\partial r} \right)^2 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} p + \frac{1}{k^2 A_0} \left(\frac{\partial^2 A_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_0}{\partial r} \right), \quad (3,31a)$$

$$\frac{\partial A_0}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial r} \frac{\partial A_0}{\partial r} + \frac{A_0}{2} \left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} \right) = 0, \quad (3,31b)$$

$$\tau \frac{\partial p}{\partial \xi} + p = A_0^2, \quad (3,31в)$$

первые два уравнения которой имеют такой же вид, как и в случае стационарной задачи, а инерционность нелинейной поляризации учитывается третьим уравнением. Решение системы (3,31) будем, как и раньше, искать в виде сферической волны с переменным радиусом кривизны

$$s = \frac{\beta(z, \xi)r^2}{2} + \varphi(z, \xi), \quad A_0^2 = \frac{E_0^2(\xi)}{f^2(z, \xi)} \exp \left\{ -\frac{2r^2}{a^2 f^2(z, \xi)} \right\} \quad (3,32)$$

с граничными условиями при $z = 0$:

$$\begin{aligned} \beta(0, t) = 0, \quad \varphi(0, t) = 1, \quad f(0, t) = 1, \\ E_0^2(t) = \begin{cases} E_0^2 & \text{при } 0 \leq t \leq \tau_n, \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (3,33)$$

Ограничиваясь рассмотрением приосевой части пучка, находим уравнение для функции $f(z, \xi)$, характеризующей измерение ширины пучка и его

амплитуды:

$$\frac{1}{f} \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{f^4 R_d^2} - \frac{1}{R_{нл}^2 \tau} \int_0^{\xi} \frac{\exp\left(\frac{\eta - \xi}{\tau}\right)}{f^4} d\eta. \quad (3,34)$$

Уравнение (3,34) отличается от аналогичного уравнения стационарной теории самоканализации (ср. (3,2)) временным интегралом в нелинейном члене; нетрудно видеть, что роль нестационарных процессов определяется соотношением между ξ и τ (*). Убедимся прежде всего, что (3,34) описывает предельные случаи пучка, распространяющегося в линейной среде, и стационарного самоканализирующегося пучка, рассмотренного выше.

Нелинейность среды не влияет на распространение пучка при $\xi \ll \tau$. При этом последним членом в (3,34) можно пренебречь, и функция

$$f^2 = 1 + (z/R_d)^2 \quad (3,35)$$

описывает распывание пучка за счет дифракционной расходимости; $A_0^2 \sim f^{-2}$. Сказанное означает, что головная часть лазерного импульса, соответствующая $\xi \ll \tau$ (а если длительность импульса $\tau_{и} \ll \tau$, то и весь импульс), в среде с инерционной нелинейностью не самоканализируется. Нетрудно видеть также, что стационарный режим самоканализации, при котором функция f не зависит от z , достигается только при достаточно больших ξ . Действительно, пусть $\partial f / \partial z = 0$. Тогда, учитывая, что мощность пучка по условиям рассматриваемой задачи равна критической ($R_{нл} = R_d$), приходим к уравнению

$$\frac{1}{f^4} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\xi} \frac{1}{f^4} \exp\left(\frac{\eta - \xi}{\tau}\right) d\eta, \quad \bullet \quad (3,36)$$

которое удовлетворяется, если $f = 1$, а $\xi \rightarrow \infty$. Для анализа явлений в области формирования оптического волновода учтем, что в силу изложенного функция f (ширина пучка) слабо зависит от переменной ξ ; поэтому в (3,34) ее можно вынести из-под знака интеграла. Тогда, решая обыкновенное дифференциальное уравнение для f , получаем

$$f^2 = 1 + \left(\frac{z}{R_d}\right)^2 \exp\left(-\frac{\xi}{\tau}\right), \quad 0 \leq \xi \leq \tau_{и} \quad (3,37)$$

(заметим, что решение (3,37) описывает и указанные выше предельные случаи). Пользуясь (3,37), можно определить скорость «прорастания» волновода из условия $f = \text{const}$. Для простоты положим $f^2 = 2$, чему при $\xi = 0$ соответствует $z = R_d$. В силу (3,37) равенство $f^2 = 2$ сохраняется, если выполняется соотношение

$$t - \frac{z}{v} = 2\tau \ln \frac{z}{R_d}. \quad (3,38)$$

Соотношение (3,38) относится к области $z \gg R_d$ и связывает длину оптического волновода z со временем его развития t . Для скорости прорастания волновода u_B из (3,38) получаем

$$\frac{1}{u_B} = \frac{1}{v} + \frac{2\tau}{z}. \quad (3,39)$$

Согласно (3,39) при $\tau = 0$ скорость прорастания волновода равна скорости света ($u_B = v$); при $\tau \neq 0$ $u_B < v$, причем с ростом z скорость прорастания уменьшается. Отличие скорости прорастания u_B от скорости

* Заметим, что, пользуясь уравнением (3,34), можно построить более общую, нежели в § 2, теорию нестационарной самофокусировки, не ограничиваемую областью приложения метода возмущений.

света v приводит к тому, что длина оптического волновода, образовавшегося за время лазерного импульса, меньше расстояния, пройденного волной, а следовательно, самоканализируется лишь часть энергии лазерного импульса (рис. 17). Пользуясь (3,38) и (3,39) для длины оптического волновода, сформировавшегося за время τ_n , получаем уравнение

$$z + 2\tau v \ln \frac{z}{R_d} = \tau_n v, \tag{3,40}$$

а для энергетического к. п. д. (η) процесса самоканализации, равного отношению световой энергии, транспортирующейся по волноводу, к полной энергии светового импульса,

$$\eta = 1 - 2 \frac{\tau}{\tau_n} \ln \frac{z}{R_d}. \tag{3,41}$$

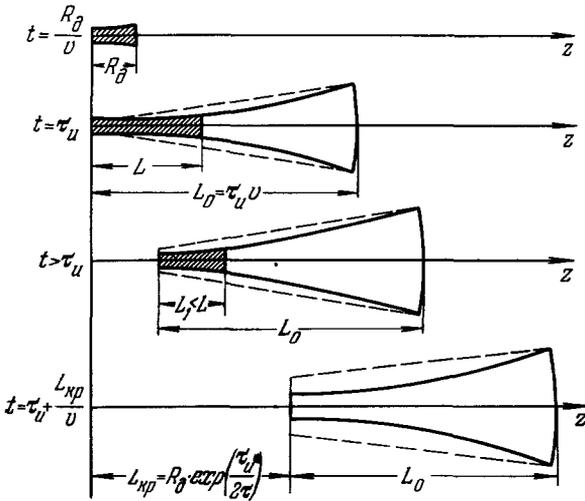


Рис. 17. Фазы развития собственного оптического волновода, образуемого мощной световой волной. Область, занятая волноводом, заштрихована; пунктиром показана форма пучка в отсутствие нелинейности. Максимальная длина волновода L достигается в момент окончания импульса $t = \tau_n$. После $t > \tau_n$ волновод отрывается от границы $z = 0$ и его длина уменьшается, так как $u_B < v$. Наконец, при $z = L_{кр}$ волновод пропадает

В силу различия скоростей u_B и v при $z = L_{кр} = R_d \exp(\tau_n / (2\tau))$ оптический волновод исчезает — волна отрывается от волновода. Роль инерционных эффектов определяется значениями величины τ , τ/τ_n и z/R_d . Оценки показывают, что если при керровской самофокусировке обычных гигантских импульсов перечисленные эффекты мало существенны ($\tau_n \approx 10^{-9}$ сек, $\tau \approx 10^{-12}$ сек и $L_{кр}$ весьма велико), для лазеров с синхронизированными модами ($\tau_n \approx 10^{-11} \div 10^{-12}$ сек) их нельзя не учитывать. Гораздо более сильными инерционными эффектами должны

быть при стрикционной самофокусировке. Изложенные результаты, строго говоря, неприменимы к ней, поскольку она отличается от керровской нелокальным характером нелинейного отклика (см. § 2). Однако, если длина свободного пробега акустического фонона $Z_\delta = u/2\Gamma$ много меньше ширины пучка a ($Z_\delta \ll a$), формулы этого пункта можно использовать для приближенных оценок, заменяя τ на τ_\perp (см. раздел 2.5). Разумеется, это не исключает необходимости строгой теории стрикционной самоканализации.

3.6. О самосжати и волновых пакетов — учет вторых временных производных

Эффект самовоздействия плоской модулированной волны в диспергирующей среде с нелинейностью кубичного типа описывается укороченным уравнением (будем для простоты рассматривать нерелаксирующую среду; при конечном времени релаксации надо учесть «нелинейную дисперсию»)

$$2ik \frac{\partial A}{\partial z} = -kk''_{\omega\omega} \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} + \frac{k^2 \epsilon_2 |A|^2}{\epsilon_0} A, \tag{3,42}$$

где $\xi = t - z/v$, $v = \partial\omega/\partial k$; очевидно, $k''_{\omega\omega} = -v'_\omega/v^2$. В линейной среде ($\varepsilon_2 = 0$) уравнение (3,42) описывает дисперсионное распыливание волнового пакета.

Если ввести нормированные величины

$$\tilde{z} = -\frac{z}{kk''_{\omega\omega}}, \quad \tilde{\xi} = \frac{\xi}{kk''_{\omega\omega}}, \quad \tilde{\varepsilon}_2 = -\varepsilon_2 kk''_{\omega\omega}, \quad (3,43)$$

то уравнение (3,42) можно записать в виде

$$2ik \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} + \frac{k^2 \tilde{\varepsilon}_2 |A|^2}{\varepsilon_0} A. \quad (3,44)$$

Сравнение уравнения (3,44) с уравнением (2,4), описывающим стационарную пространственную самофокусировку, показывает, что между поведением плоского волнового пакета и пространственной самофокусировкой двумерного пучка имеется математическая аналогия. Поэтому здесь остаются в силе все выкладки и соответствующие выводы § 3 при формальной замене $z \rightarrow \tilde{z}$, $x \rightarrow \tilde{\xi}$, $\varepsilon_2 \rightarrow \tilde{\varepsilon}_2$ и $a \rightarrow \tau/k |k''_{\omega\omega}|$. Единственное существенное отличие заключается в том, что пространственная самофокусировка происходит в среде с $\varepsilon_2 > 0$, а самосжатие волновых пакетов — при $\tilde{\varepsilon}_2 > 0$, т. е. при $\varepsilon_2 k''_{\omega\omega} < 0$ или $\varepsilon_2 v'_\omega > 0$. Используя указанную пространственно-временную аналогию, можно, например, сразу записать величины пространственных масштабов

$$R_d^\tau = \frac{\tau_n^2}{2 |k''_{\omega\omega}|}, \quad (3,45a)$$

$$R_{нл}^\omega = \tau_n \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{2\varepsilon_2 E_0^2 k |k''_{\omega\omega}|}}, \quad (3,45b)$$

где R_d^τ — длина, на которой в линейной среде происходит существенное распыливание импульса длительностью τ_n , $R_{нл}^\tau$ — длина, на которой происходит самосжатие импульса. Импульс будет сохранять свою форму, если $R_{нл}^\tau = R_d^\tau$, при этом плотность энергии стационарного импульса в поперечном сечении волны

$$W_{кр} = \frac{c\lambda_0^3 k |k''_{\omega\omega}|}{16\pi^3 n_2 \tau} \quad (3,46)$$

обратно пропорциональна длительности импульса. Соответствующие стационарные профили рассмотрены в ²⁴ (ср. с результатами раздела 3.3).

Если энергия в импульсе больше критической ($W \gg W_{кр}$), то происходит модуляция волны, вследствие которой первоначально немодулированная волна разбивается на волновые пакеты.

§ 4. НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ПОЛЕ САМОФОКУСИРУЮЩИХСЯ ПУЧКОВ

Существенное увеличение напряженности светового поля, вызываемое самофокусировкой, может, очевидно, быть причиной сильного изменения характера протекания других оптических эффектов, зависящих от интенсивности волны. Результаты, изложенные в § 2, 3 настоящего обзора, позволяют дать простой количественный критерий для оценки вклада самофокусировки.

Действительно, эффектами самофокусировки в опытах с нефокусированными или слабо фокусированными пучками можно заведомо пре-

небрежь, если длина L , на которой изучается поведение пучка *), удовлетворяет условию

$$L \ll R_{\text{нл}}. \quad (4,1)$$

Наоборот, эффекты самофокусировки весьма существенны, если $L \simeq R_{\text{нл}}$ или $L > R_{\text{нл}}$; в последнем случае в среде возникает режим самоканализации; факторы, определяющие эффективные

длины нитей (и соответственно времена их жизни), еще не полностью ясны. Если речь идет о сильно фокусированных однородных пучках, для которых эффект самоканализации невозможен, вклад эффектов самофокусировки можно оценить, пользуясь графиками типа рис. 16 (см. также рис. 14).

В соответствии со сказанным выше и данными, изложенными в § 1, наиболее сильно эффекты самофокусировки должны влиять на протекание других нелинейных оптических эффектов в жидкостях, в особенности в тех, где постоянная Керра велика. Более того, регистрация пороговых нелинейных оптических эффектов, таких, как вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР) или вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна (ВРМБ), в предварительно нефокусированных лазерных пучках служит часто методом индикации (а иногда и количественного изучения эффекта самофокусировки). Действительно, поскольку, например, эффект вынужденного комбинационного рассеяния имеет место лишь при напряженностях поля

$$E \gg E_0 = \sqrt{\frac{n_0 \lambda_0 \delta_0}{8\pi^2 \sigma}} \quad (4,2)$$

(здесь δ_0 , как и раньше, декремент затухания, см. § 2; σ — мнимая часть комбинационной восприимчивости; см., например, ³⁶), регистрация его в пучке, первоначальная напряженность поля которого $E < E_0$, свидетельствует о самофокусировке. По-видимому, впервые прямые опыты подобного рода были описаны Лаллеманом и Бломбергом ¹⁰ **). В этих опытах было установлено, что критическая длина генератора на ВКР (раман-лазера) может быть существенно уменьшена, если между его кюветой и лазером накачки расположить еще одну кювету с сильно самофокусирующей жидкостью. Типичные экспериментальные результаты, полученные в ¹⁰, иллюстрируются рис. 18. Здесь по оси ординат отложена пороговая длина, необходимая для самовозбуждения раман-лазера на нитробензоле, а по оси абсцисс — длина самофокусирующей кюветы с бромбензолом (обладающим значительной постоянной Керра;

*) При этом следует, разумеется, иметь в виду замечание к формуле (3,6); для сложных пучков в (4,1) должна фигурировать, по-видимому, длина $Z_{\text{ф мин}}$.

***) Следует заметить, правда, что предположения о возможном влиянии эффекта самофокусировки на протекание ВКР высказывались и раньше; они содержатся, в частности, и в работе ⁴.

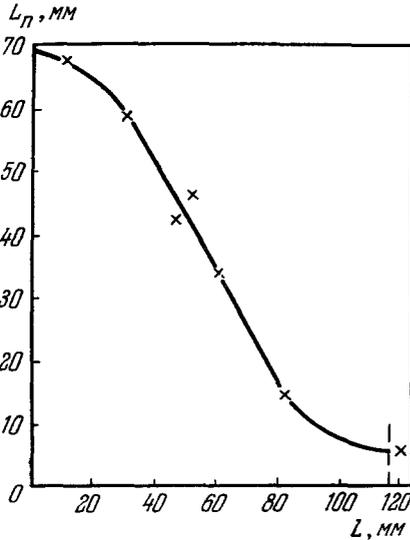


Рис. 18. Экспериментальная зависимость пороговой длины раман-лазера на нитробензоле $L_{\text{п}}$ в функции длины кюветы L с самофокусирующей жидкостью (бромбензолом) ¹⁰.

см. § 1). Изучение зависимости эффекта от расстояния между кюветами, проведенное в ¹⁰, показало, что он сохраняется лишь на расстояниях, меньших $10 \div 15$ см; расходимость в воздухе излучения нитей велика *). В ¹⁰ были измерены и диаметры нитей, получающихся в результате самофокусировки; они оказались $\sim 20 \div 80$ мк; при этом было установлено, что число нитей возрастает с ростом длины кюветы (ср. с данными § 3), наблюдение ВКР позволяет оценить возрастание интенсивности излучения за счет самофокусировки; в работе ¹⁰ это возрастание достигало двух порядков. Аналогичные, или близкие к этим, результаты были изложены в опубликованных почти одновременно с ¹⁰ работах ^{15,17}. При этом в ¹⁵ для регистрации увеличения напряженности светового поля за счет самофокусировки использовалось не только ВКР, но и эффект генерации второй оптической гармоники в кварцевой пластинке, помещаемой на пути самофокусирующегося пучка. Величине потока мощности в самофокусирующихся нитях в органических жидкостях по оценкам, приведенным в ¹⁵, достигала $2 \cdot 10^9$ вт/см². Перечисленные результаты позволяют утверждать, что явление самофокусировки играет часто решающую роль в возбуждении ВКР в жидкостях с большой постоянной Керра. В ^{10,17} отмечается хорошая корреляция между самофокусирующими свойствами жидкостей и постоянной высокочастотного эффекта Керра, измеренной в ⁴³. С точки зрения способности к самофокусировке жидкости располагаются следующим образом (в порядке убывания самофокусирующих свойств): CS₂, нитробензол, бромбензол, бензол и ацетон. Добавление сильно самофокусирующих жидкостей к таким жидкостям, как CCl₄ или циклогексан, позволяло существенно снизить порог ВКР; последнее означает, что в опытах со смесями значительную роль играют эффекты самовоздействия. Важно подчеркнуть, что явление самофокусировки влияет не только на порог ВКР (заметим, что в силу этого обстоятельства величина порога определяется не столько сечением спонтанного рассеяния, сколько величиной постоянной Керра; см. табл. III, заимствованную из ⁷⁰), но и изменяет многие его важные характеристики.

Таблица III

Пороговые мощности, необходимые для возбуждения ВКР
в некоторых самофокусирующих жидкостях
(все нормированы к CS₂) ⁷⁰

Жидкость	Экспериментальный порог	Расчетный порог из данных о постоянной Керра	Расчетный порог из данных о спонтанном рассеянии
CS ₂	1,0	1,0	1,0
Нитробензол	1,3	1,2	6,1
Толуол	4,9	5,0	9,5
Бензол	5,2	5,7	3,6

Здесь следует отметить прежде всего изменение угловой структуры; расчеты, проведенные в ¹³, показывают, что именно нитевидной структурой пучков объясняются отличия угловой структуры рассеянного излучения от таковой, предсказываемой теорией плоских волн. Сильно изменяется в самофокусирующихся пучках и форма спектральных линий ВКР. В ряде случаев, особенно при самофокусировке в сверхтонкие нити, наблюдается аномальное уширение линий ¹¹⁶⁻¹¹⁸. Последнее связано с сильными измене-

*) Расчет расходимости в воздухе, по дифракционным формулам для круглого отверстия, является, по-видимому, грубым приближением; речь идет об излучении с открытого конца волновода.

ниями комплексной огибающей (см. пп. 2.5 и 3.6). Самофокусировка может существенно повлиять на асимметрию рамановского излучения вперед-назад; не исключено, что при этом существенную роль может играть эффект самовозбуждения стоксовых колебаний в отдельных участках нитей, связанный с отражением от неоднородностей. Последнее может привести, вообще говоря, к распаду нитей. Таким образом, наряду с влиянием самофокусировки на вынужденное рассеяние возможно и обратное влияние, могущее быть весьма заметным.

Особенно сильно ВКР сказывается, по-видимому, на структуре «сверхтонких» нитей (диаметром до 1—2 мк), наблюдаемых в некоторых самофокусирующихся жидкостях.

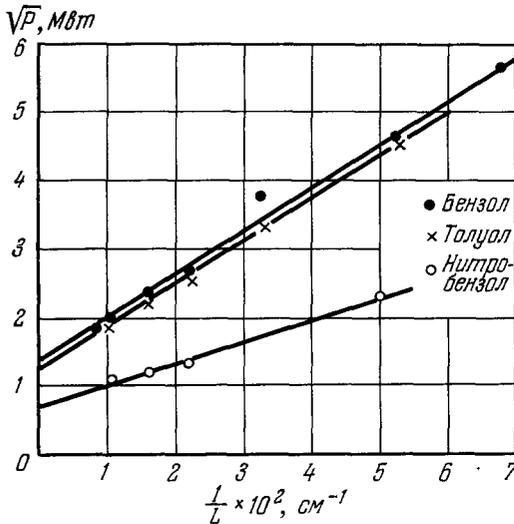


Рис. 19. Экспериментальная зависимость пороговой мощности (в степени 1/2), необходимой для самофокусировки пучка в кювете длиной L , от L^{-1} для бензола, толуола, нитробензола.

(Графики заимствованы из работы ¹⁸.)

нужно, что информация о самом эффекте самофокусировки, получаемая из опытов по ВКР с предварительно не фокусированными лазерными пучками, не ограничивается лишь изложенными выше полуквантитативными выводами. Обстоятельные эксперименты, выполненные в ^{18,71,72,73}, позволяют определить величину критической мощности $P_{кр}$ и исследовать влияние различных факторов на длину самофокусировки, в частности, линейного поглощения.

В основе указанных работ лежит обнаруженный экспериментально факт, что пороговая входная мощность, необходимая для появления ВКР, совпадает для многих жидкостей с мощностью, при которой в экспериментальной кювете длины L возникает оптический волновод, т. е. соответствует приближенному выполнению равенства $L \simeq R_{пл}^{диф}$ (**).

*) С последним обстоятельством, быть может, связано отличие частотного сдвига компонент ВРМБ в пучках мощных лазеров от сдвига, измеряемого в слабых световых полях.

**) Вместе с тем, если поперечник комбинационного рассеяния очень мал, возможны, разумеется, ситуации, при которых поток мощности, необходимый для заметного нарастания стоксовой компоненты ВКР, может существенно превышать поток мощности в самофокусирующихся нитях ⁷⁰.

Согласно Таунсу и сотрудникам ¹⁰⁵ возбуждение молекулярных колебаний увеличивает значение n_2 и существенно влияет на диаметр этих нитей; переходом энергии когерентных молекулярных колебаний в тепло авторы ¹⁰⁵ объясняют короткое время жизни «сверхтонких» нитей. Наконец, при самофокусировке существенно может измениться характер конкуренции между различными молекулярными колебаниями в ВКР и различными видами рассеяния. Отметим также, что в самофокусирующихся пучках наблюдается и ВРМБ; некоторые сведения на этот счет содержатся в ^{12,69,77}. Интересно, что при этом определенную роль может играть и самофокусировка гиперзвука, возникающего в процессе рассеяния ⁹⁶ *).

Пользуясь указанным обстоятельством и формулой для $R_{\text{нл}}^{\text{диф}}$ вида

$$L = R_{\text{нл}}^{\text{диф}} = \left(\frac{n_0}{4}\right) \left(\frac{a^2}{\mathfrak{F}}\right) \left(\frac{c}{n_2}\right)^{1/2} [V\bar{P} - V\bar{P}_{\text{кр}}]^{-1} \quad (4,3)$$

(см. формулу (3,5) и относящуюся к ней дискуссию), Ванг¹⁸ определил критическую мощность (она определяется как асимптотическое значение P при $L \rightarrow \infty$) и геометрический фактор \mathfrak{F} (напомним, что для гауссовых пучков $\mathfrak{F} = 1$; см. § 2). Типичные экспериментальные графики, полученные в¹⁸, приведены на рис. 19. Изучалась самофокусировка гигантских импульсов рубинового лазера в органических жидкостях. Величины критических мощностей, определенные из этих графиков, составили: для бензола 0,064 *Мвт*, для нитробензола 0,019 *Мвт*, для толуола 0,055 *Мвт*. Расчетные значения для бензола и нитробензола составляют соответственно 0,085 *Мвт* и 0,021 *Мвт*; экспериментально определялся и фактор \mathfrak{F} (по наклону прямых рис. 19), величина $\mathfrak{F} \cong 2$.

Используя аналогичную методику, Ванг¹⁰⁰ определил соотношение критических мощностей для циркулярно и плоско поляризованных пучков (рис. 20) в CS_2 . Как видно из графиков, критические мощности различаются не вчетверо, а всего лишь вдвое, что подтверждает предположение о неустойчивости циркулярно поляризованной волны в среде с большой постоянной Керра. Подробные данные на этот счет для других жидкостей содержатся в работе¹⁰⁴, где установлено, что отношение критических мощностей для двух видов поляризации колеблется от 1,3 до 2,2.

В работе⁷² аналогичные измерения были выполнены с сильно поглощающими жидкостями; использовался сероуглерод с поглощающими добавками (при этом коэффициент поглощения изменялся от $\delta_0 = 0,002 \text{ см}^{-1}$ до $\delta_0 = 0,125 \text{ см}^{-1}$). Экспериментальные графики, полученные в⁷², приведены на рис. 21; сплошные линии — теоретические, построенные по формулам типа (4,2) с учетом затухания (см. § 2). Сказанное означает, что, во всяком случае для гигантских импульсов и для затуханий $\delta_0 \leq 0,1 \text{ см}^{-1}$, влияние диссипации на самофокусировку определяется в основном затуханием поля. К аналогичным выводам приводят и результаты работы⁷³, где экспериментально исследовалось возрастание мощности пучка, необходимой для самофокусировки на заданной длине в бензоле и нитробензоле, за счет затухания; там исследовались среды с $\delta_0 \leq 0,3 \text{ см}^{-1}$. Нелинейные оптические явления, на протекание которых существенно влияет самофокусировка, даже если речь идет о жидкостях, не ограничиваются, разумеется, ВКР и ВРМБ. Здесь следует указать также на вынужденное рэлеевское рассеяние (ВРР)^{84,85}. Аномально большое асимметричное уширение стоксовых компонент ВКР за счет ВРР может быть объяснено, согласно^{19,86}, весьма сильной их самофокусировкой.

Эффект самофокусировки должен существенно влиять и на протекание других нелинейных явлений. Резкое возрастание светового поля

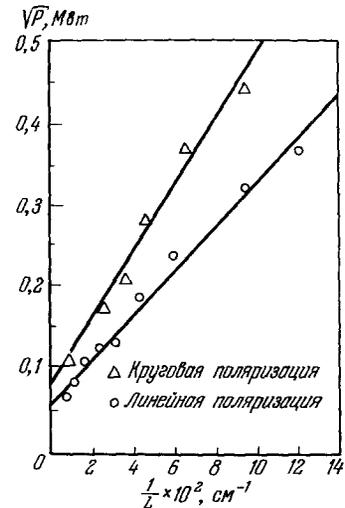


Рис. 20. Экспериментальная зависимость пороговой мощности (в степени 1/2), необходимой для самофокусировки пучка в кювете с CS_2 длиной L , от L^{-1} для циркулярно-поляризованного и плоскополяризованного излучения.

в самофокусирующихся пучках должно облегчить, очевидно, наблюдение нелинейного рассеяния на второй гармонике^{87,88}. Особенно интересным представляется здесь изучение эффекта межмолекулярного взаимодействия. Интересно, что в самофокусирующихся пучках обнаружено нелинейное изотропное рассеяние с частотами, близкими к частоте основной волны. Некоторые результаты его изучения сообщаются в¹⁰³. В тонких нитях мощность рассеянного излучения достигает нескольких ватт; области интенсивного нелинейного рассеяния оказываются четко локализованными. О подобном рассеянии сообщается и в⁴⁸, где его

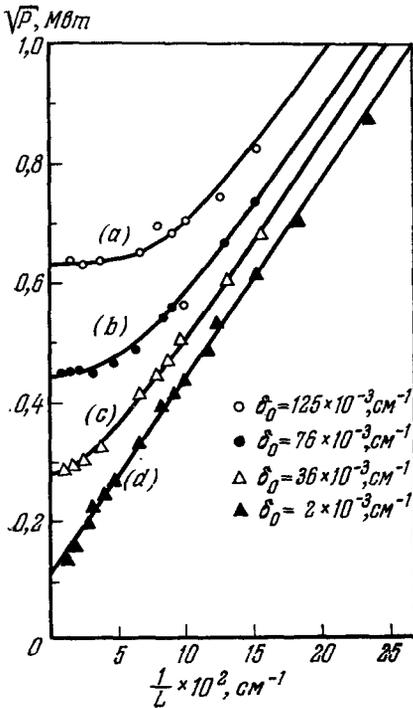


Рис. 21. Экспериментальные графики, аналогичные графикам рис. 19, построенные для сероуглерода с различными поглощающими добавками.

компонент ВРМБ в жидкостях, в условиях, когда кювета с жидкостью развязана от лазера⁷⁸. Следует отметить, правда, что усиление рассматриваемого типа, как показывает анализ^{79,109,110}, может иметь место лишь при взаимодействии волн с непараллельными волновыми векторами, что обуславливает специфическую угловую структуру усиленного сигнала.

Заметим, наконец, что, во всяком случае, начальные стадии процесса самофокусировки можно трактовать как процесс вырожденного по частоте (если речь идет о стационарной самофокусировке) параметрического усиления рассматриваемого типа или невырожденного (если имеется в виду нестационарная самофокусировка). На это обстоятельство было обращено внимание в²⁹. Действительно, по своей постановке задача о самофокусировке, рассматриваемая методом возмущений, полностью аналогична задаче о параметрическом усилении. При этом оптимальное значение наиболее быстро самофокусирующейся неоднородности $a_{\text{опт}}$

появление связывается с рассеянием энергии когерентных молекулярных колебаний, получаемых при ВКР.

Существенное изменение длины волны в самофокусирующемся пучке может оказать влияние на процессы, определяемые пространственной дисперсией. В числе возможных эффектов здесь должен быть назван, в частности, эффект нелинейного вращения плоскости поляризации в оптически активных жидкостях. По порядку величины удельный угол нелинейного вращения $\sim \omega/cfn_2E^2/n_0$, где f — константа оптической активности. Интересными особенностями обладает эффект кругового дихроизма в нелинейной оптически активной среде⁸⁹. Следует отметить, что пространственная дисперсия может повлиять также и на сам эффект самофокусировки, определяя наряду с дифракцией величину критической мощности, однако в оптическом диапазоне этот эффект обычно мал. Наконец, в сильных полях самофокусирующихся пучков возможны параметрические взаимодействия на кубичном члене в разложении электронной поляризуемости по полю — взаимодействия, при которых $2\omega_n = \omega_1 + \omega_2$ ³⁵. Возможно, что именно с этим эффектом связано наблюдение многих стоксовых и антистоксовых

(см. (3,6)) соответствует на «параметрическом» языке условиям синхронизма для усиления двух плоских волн частоты ω (или одной пространственно-модулированной волны) в поле плоской волны накачки той же частоты. Аналогичную «параметрическую» трактовку можно дать и эффекту дефокусировки — здесь слабая плоская волна частоты ω нарастает в поле пространственно-модулированной волны накачки той же частоты. В⁷⁹ обсуждается параметрический подход к объяснению возникновения дефокусировки; там же дана и нелинейная теория параметрического усиления в кубичной среде; ее можно рассматривать как спектральную теорию сильных самовоздействий.

§ 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенный в настоящем обзоре экспериментальный и теоретический материал свидетельствует, таким образом, что в области изучения самовоздействий мощных электромагнитных волн достигнут значительный прогресс. Предсказаны и обнаружены экспериментально основные физические эффекты, выработан математический аппарат, позволяющий, во всяком случае качественно, проследить основные их черты (оценить пространственные масштабы процессов, выявить влияние разнообразных свойств среды, геометрии пучков и т. п.). Наиболее изученным к настоящему времени является эффект пространственной самофокусировки. Вместе с тем и здесь ряд важных вопросов требует своего дальнейшего изучения.

1. В первую очередь необходимы экспериментальные исследования, из которых можно было бы получить надежную количественную информацию о самофокусировке и самоканализации в различных средах, выявление физических механизмов самофокусировки. До сих пор не вполне ясно, наблюдается ли на опыте стрикционная самофокусировка. Косвенные данные по наблюдению ВКР в предварительно нефокусированных пучках в таких жидкостях, как CCl_4 и спирт^{17,39}, и ВРМБ в CCl_4 и воде (для этого потребовались весьма длинные кюветы¹²) как будто бы подтверждают возможность такой самофокусировки; однако этот вопрос еще далеко не изучен. В последнее время были высказаны предположения, что стрикция определяет тонкую структуру самофокусирующихся пучков^{62,75*}). Причиной этого является нелокальный характер стрикционного отклика. Это обстоятельство подробно обсуждается в⁷⁵; интересно, что, как установлено здесь, уравнения стрикционной самофокусировки имеют много общего с уравнениями теории сверхпроводимости. Довольно общее рассмотрение неустойчивостей светового пучка дано в⁷⁶. Выяснение вклада стрикционных эффектов весьма существенно для изучения поведения мощных световых пучков в кристаллах**).

2. Не до конца выяснена динамика формирования оптического волновода. Особого внимания заслуживают вопросы о предельном потоке

*) Вместе с тем в работе¹⁰⁵ тонкая структура связывается с вынужденным комбинационным рассеянием.

**) В кристаллах, допускающих генерирование второй оптической гармоники, заметное самовоздействие, как показано в⁸⁰, может быть связано также с обратной реакцией второй гармоники на основное излучение. Оценки, проведенные в⁸⁰, показывают, что соответствующая величина n_2 может достигать $\sim 10^{-12}$ CGSE. Следует иметь в виду также, что в электрооптических кристаллах самовоздействие может быть связано и с эффектом оптического детектирования; появившееся статическое поле деформирует поверхности показателей преломления. Это обстоятельство отмечалось Занадворовым⁸¹. Заметим, наконец, что изменение оптических параметров кристалла LiNbO_3 при уровнях мощности, еще не приводящих к пробое, отмечалось в⁸² и⁸³, где эти изменения регистрировались в опытах по генерации оптических гармоник.

мощности (диаметре и полной мощности), переносимом волноводом (напомним, что согласно теоретическим оценкам и экспериментальным данным он достигает $10^9 \div 10^{11}$ *вт/см²* и факторах, определяющих предельную длину волновода (согласно ⁴⁸ «сверхтонкие» нити оказываются весьма короткоживущими (см. также ¹⁰³). Возможными причинами «обрыва» волновода являются конечные скорости прорастания (см. раздел 3.5), неоднородности, сильная перекачка энергии в рассеянное излучение (в особенности, за счет ВКР, ВРМБ ^{77,105}), самовозбуждение за счет неоднородностей.

Много неясного в картине нестационарной самофокусировки. Необходимы экспериментальные данные, которые позволили бы оценить роль тепловой самофокусировки и дефокусировки лазерных импульсов. Представляет интерес изучение эффектов нелинейной дисперсии, могущих влиять на поведение сверхкоротких лазерных импульсов.

3. Теория самофокусировки (в том числе теория сложных пучков) развита к настоящему времени лишь для пространственно-когерентных полей. Представляет интерес обобщение ее на случай пространственно-некогерентного излучения. Это можно сделать, например, с помощью формул (2,45), где поле в произвольной точке нелинейной среды, в пределах применимости метода возмущений, выражается через произвольные краевые условия на входе; последнее позволяет рассчитать статистические характеристики поля в любом сечении среды по статистическим свойствам поля на входе. Интересен учет распыливания пучка, связанного со статистической неоднородностью среды.

4. Значительный интерес представляют эффекты нелинейной дефокусировки сравнительно маломощных ($P < P_{кр}$) пучков лазеров в различных средах — проблема, непосредственно связанная с изучением распространения мощного излучения на большие расстояния. Результаты соответствующих экспериментальных и теоретических работ изложены в ^{44,114}. Разумеется, тепловой эффект не является единственной причиной нелинейной дефокусировки мощного излучения с $P < P_{кр}$; следует учитывать и такие эффекты, как испарение, ионизация и т. п.

5. Если говорить о волновой теории эффектов самофокусировки (и, вообще, теории самовоздействия в целом), то следует признать, что в силу сложности проблемы аналитические результаты удается получать лишь для немногих моделей пучков. Поэтому для получения более подробных данных неизбежно приходится сталкиваться с необходимостью численного интегрирования уравнений. Ряд результатов в этом направлении содержится в ¹⁴, значительный материал имеется в ²⁹. Однако и эта работа еще не может считаться завершенной. Если говорить о теории, то следует отметить также, что мало исследованы поляризационные эффекты при самофокусировке (в частности, эффект неустойчивости циркулярно поляризованной волны, обсуждавшийся в ^{104, 106}). В теорию для учета указанных явлений надо включить рассмотрение векторного характера полей.

6. Наконец, актуальной задачей является объединение теории самофокусировки с теорией вынужденного рассеяния. Такое общее рассмотрение позволит выявить взаимовлияние указанных эффектов, т. е. воздействие самофокусировки на вынужденное рассеяние и не менее важное обратное влияние, могущее, вероятно, объяснить многие особенности поведения «горячих» нитей. Чрезвычайно важным при построении такой теории является учет нестационарных процессов; за счет последних влияние самофокусировки на ВКР и ВРМБ различно.

7. Хотя теория самовоздействия волновых пакетов находится в общем на уровне теории пространственной самофокусировки (более того, в ²⁹

развита основанная на методе возмущений «объединенная» теория пространственно-временной неустойчивости волновых пакетов в нелинейной среде), эксперимент здесь значительно более скуден. Причинами этого являются большие, нежели при самофокусировке, величины пространственных масштабов.

Однако при $E \sim 10^7$ в/см (в сверхтонких нитях) эти длины составляют несколько см и соответствующие эффекты наблюдаемы (экспериментально они регистрируются по уширению спектра лазерных импульсов). В радиодиапазоне (в искусственных линиях с нелинейными элементами) эффекты самовоздействия модулированных во времени волн недавно наблюдались Островским. На

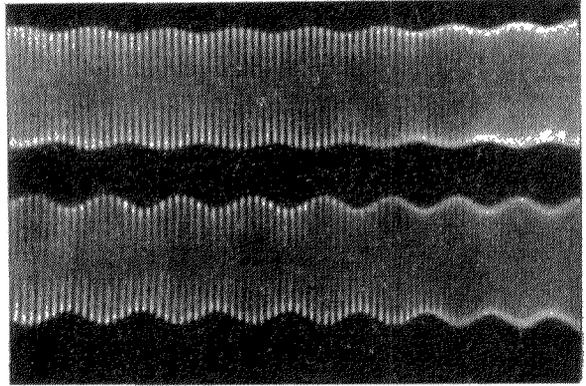


Рис. 22. Осциллограммы гармонически модулированной волны на входе (вверху) и выходе (внизу) нелинейной линии (частота несущей 300 кГц). Отчетливо видно возрастание глубины модуляции, связанное с эффектом самовоздействия.

рис. 22 приведены осциллограммы гармонически модулированной волны (частота несущей 300 кГц) на входе и выходе нелинейной линии.

Отчетливо видно возрастание коэффициента модуляции (ср. с данными раздела 3.7). В этих же опытах наблюдалась и обсуждавшаяся в ²⁴ трансформация амплитудной модуляции в фазовую в нелинейной линии.

В заключение следует подчеркнуть, что проблему пространственной самофокусировки ограниченных пучков можно рассматривать как одну из глав развивающейся в настоящее время нелинейной теории дифракции. Работа по созданию теоретических методов и выработке физических понятий здесь еще далеко не закончена. Правда, уже сейчас можно сказать, что, по-видимому, одним из наиболее эффективных в этой области оказывается метод параболического уравнения, близкий по духу методу медленно меняющихся амплитуд, являющемуся, по существу, теоретической основой нелинейной оптики *).

Пользуясь изложенной в § 2, 3 методикой, можно рассмотреть эффекты само-

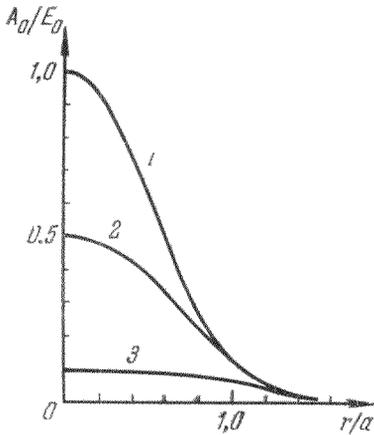


Рис. 23. Преобразование амплитудного профиля гауссова пучка в среде с нелинейным (двухфотонным) поглощением.

Кривая 1 — соответствует сечению $z = 0$; 2 — $z = (2\delta_2 F_0^2)^{-1}$; 3 — $z = 10(2\delta_2 F_0^2)^{-1}$.

воздействия ограниченного пучка, обусловленные нелинейным поглощением. Эта задача представляет самостоятельный интерес безотноси-

*) Вместе с тем, как уже указывалось, имеются важные задачи, выходящие за пределы применимости квазиоптического приближения.

тельно к самофокусировке, поскольку именно на основе решения ее можно правильно интерпретировать опыты по определению сечения нелинейного поглощения. В качестве примера можно привести результаты⁹⁰ для среды с двухфотонным поглощением ($\delta_0 = 0$, $\epsilon'_2 = 0$, $\epsilon''_2 \neq 0$); на рис. 23 показана модификация амплитудного профиля гауссова пучка в среде с нелинейным поглощением.

Интересно, что для случая фокусировки волны в нелинейной среде удается связать входную и выходную мощности простым соотношением

$$\frac{1}{P_{\text{вых}}} = \frac{1}{P_{\text{вх}}} + \frac{1}{P_{\text{пр}}}, \quad (5,4)$$

где $P_{\text{пр}} = \pi n \lambda_0 / 32 \lambda d_2$ — предельная величина мощности, выходящая из фокуса, — не зависит от $P_{\text{вх}}$ (при $P_{\text{вх}} \rightarrow \infty$; $P_{\text{вых}} \rightarrow P_{\text{пр}}$) и определяется лишь длиной волны и сечением двухфотонного поглощения (см. также³⁴).

Существенную роль дифракционные эффекты могут играть при генерации оптических гармоник (разумеется, и в отсутствие самофокусировки). Эта задача теории дифракции в нелинейной среде рассматривалась в⁹⁰⁻⁹⁴. С аналогичными вопросами приходится сталкиваться и в теории параметрического усиления; учет конечной апертуры может здесь дать важные поправки. Наконец, существенную роль пространственная ограниченность пучка может играть и в динамике генерации лазера. Рассмотрение процесса генерации гигантского импульса, базирующееся на анализе параболического уравнения, дано в⁹⁵.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ 42, 1567 (1962).
2. В. И. Таланов, Изв. вузов (Радиофизика) 7, 564 (1964).
3. Л. В. Келдыш, Доклад на сессии Отделения общей и прикладной физики АН СССР, 1964.
4. R. Chiao, E. Garmire, C. Townes, Phys. Rev. Letts 13, 479 (1964); Phys. Rev. Letts 14, 1056 (1965).
5. В. И. Таланов, Письма ЖЭТФ 2, 218 (1965).
6. С. А. Ахманов, А. П. Сухорук, Р. В. Хохлов, ЖЭТФ 50, 1537 (1966).
7. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер, Письма ЖЭТФ 3, 37 (1966).
8. С. А. Ахманов, А. П. Сухорук, Р. В. Хохлов, ЖЭТФ 51, 296 (1966).
9. А. П. Сухорук, Доклад на семинаре Первой Всесоюзной летней школы по дифракции волн, г. Паланга, май 1965 г. (тезисы).
10. P. Lallemand, N. Bloembergen, Phys. Rev. Letts 15, 1010 (1965).
11. E. Garmire, R. Chiao, C. Townes, Phys. Rev. Letts 16, 347 (1966).
12. N. Bloembergen, P. Lallemand, A. Pine, J. Quantum Electronics QE-2, 246 (1956).
13. K. Shimoda, Japanese J. Appl. Phys. 5, 86 (1966).
14. P. Kelley, Phys. Rev. Letts 15, 1005 (1965).
15. G. Hauchecorne, G. Mayer, Compt. Rend. 261, 4014 (1965).
16. В. И. Беспалов, В. И. Таланов, Письма ЖЭТФ 3, 471 (1966).
17. Y. Shen, Y. Shaham, Phys. Rev. Letts 15, 1008 (1965).
18. C. Wang, Phys. Rev. Letts 16, 344 (1966).
19. Ю. С. Чилингарян, Доклад на II Всесоюзном симпозиуме по нелинейной оптике, Новосибирск, 1966.
20. Н. Ф. Пилипецкий, А. Р. Рустамов, Письма ЖЭТФ 2, 88 (1965).
21. В. И. Беспалов, А. М. Кубарев, Доклад на II Всесоюзном симпозиуме по нелинейной оптике, Новосибирск, 1966.
22. Б. Я. Зельдович, УФН 87, 169 (1965).
23. Л. А. Островский, ЖТФ 33, 905 (1963).
24. Л. А. Островский, ЖЭТФ 51, 1189 (1966).

25. L. Frantz, J. Nodvik, J. Appl. Phys. 34, 2346 (1963).
26. Н. Г. Басов, В. С. Летохов, ДАН СССР 167, 73 (1966).
27. Н. Г. Басов, В. С. Летохов, Доклад на II Всесоюзном симпозиуме по нелинейной оптике, Новосибирск, 1966.
28. Н. Г. Басов, Р. В. Амбарцумян, В. С. Зуев, П. Г. Крюков, В. С. Летохов, ЖЭТФ 50, 23 (1966).
29. В. И. Беспалов, А. Г. Литвак, В. И. Таланов, Доклад на II Всесоюзном симпозиуме по нелинейной оптике, Новосибирск, 1966.
30. С. А. Ахманов, А. И. Ковригин, А. С. Чиркин, О. Н. Чунаев, ЖЭТФ 50, 829 (1966); см. также С. А. Ахманов, А. П. Сухорукоев, А. С. Чиркин, Изв. вузов (Радиофизика) 10, № 7 (1967).
31. С. А. Ахманов, А. П. Сухорукоев, Р. В. Хохлов, Доклад на II Всесоюзном симпозиуме по нелинейной оптике, Новосибирск, 1966.
32. A. Javan, P. Kelley, IV Quantum Electronics Conference, Digest of Technical papers, Phoenix, 1966; IEEE Quant. Electr. 2, 470 (1966).
33. R. Terhune, P. Maker, C. Savage, Quantum Electronics, Proceedings of Third International Congress, Paris, 1964 (см. перевод в сб. «Оптические квантовые генераторы», М., «Мир» (1966)).
34. P. Maker, R. Terhune, Phys. Rev. 137, A801 (1965).
35. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов, «Проблемы нелинейной оптики», М., ВИНТИ АН СССР, 1964.
36. Н. Бломберген, Нелинейная оптика, М., «Мир», 1966.
37. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов, М., «Наука», 1965.
38. P. Butcher, Nonlinear Optical Phenomena, Ohio State Univ., Ohio, USA, 1965.
39. Y. Shen, Phys. Letts 20, 378 (1966).
40. Ю. П. Райзер, Письма ЖЭТФ 4, 286 (1966).
41. Ю. П. Райзер, Письма ЖЭТФ 4, 124 (1966).
42. R. Mink, R. Terhune, C. Wang, Appl. Optics 5, 1595 (1966).
43. G. Mayer, F. Gires, Compt. Rend. 258, 2039 (1964).
44. K. Rieckhoff, Appl. Phys. Letts 9, 87 (1966).
45. А. Г. Литвак, Письма ЖЭТФ 4, 341 (1966).
46. Г. А. Аскарьян, Письма ЖЭТФ 4, 400 (1966).
47. J. Budin, J. Raffy, Appl. Phys. Letts 9, 291 (1966).
48. R. Brewer, J. Lifshitz, Phys. Letts 23, 79 (1966).
49. D. Stetser, A. De Maria, Appl. Phys. Letts 9, 118 (1966).
50. М. П. Ванюков, В. И. Исаенко, В. В. Любимов, В. А. Серебряков, О. А. Шорохов, Письма ЖЭТФ 3, 316 (1966).
51. R. Terhune, P. Maker, C. Savage, Phys. Rev. Letts 12, 507 (1964).
52. P. McWane, D. Sealer, Appl. Phys. Letts 8, 278 (1966).
53. М. А. Новиков, Доклад на II Всесоюзном симпозиуме по нелинейной оптике, Новосибирск, 1966.
54. Л. В. Келдыш, Доклад на II Всесоюзном симпозиуме по нелинейной оптике, Новосибирск, 1966.
55. Г. Д. Малюжинец, УФН 69, 321 (1959).
56. Г. Д. Малюжинец, Л. А. Вайнштейн, Радиотехника и электроника; 6, 1247 (1961); 6, 1489 (1961).
57. Р. Мизес, Математическая теория течений сжимаемой жидкости, М., ИЛ 1961.
58. А. Г. Литвак, Изв. вузов (Радиофизика) 8, 1148 (1965).
59. А. Г. Литвак, Изв. вузов (Радиофизика) 9, 629 (1966).
60. А. Г. Литвак, Изв. вузов (Радиофизика) 9, 675 (1966).
61. А. Г. Литвак, Изв. вузов (Радиофизика) 9, 900 (1966).
62. С. А. Ахманов, А. П. Сухорукоев, Письма ЖЭТФ 5, 108 (1967).
63. С. В. Кривохижа, Д. И. Маш, В. В. Морозов, В. С. Старунов, И. Л. Фабелинский, Письма ЖЭТФ 3, 378 (1966).
64. A. Piekara, IEEE, J. Quantum Electronics QE-2, 249 (1966).
65. В. И. Таланов, Изв. вузов (Радиофизика) 9, 410 (1966).
66. З. К. Янкаускас, Изв. вузов (Радиофизика) 9, 412 (1966).
67. H. A. Haus, Appl. Phys. Letts 8, 128 (1966).
68. Т. М. Бархударова, Г. С. Воронов, В. М. Горбунков, Н. Г. Делоне, ЖЭТФ 49, 386 (1965).
69. A. Pine, Phys. Rev. 149, 114 (1966).
70. M. Maier, W. Kaiser, Phys. Letts 21, 529 (1966).
71. C. Wang, J. Appl. Phys. 37, 1948 (1966).
72. C. Wang, G. Racette, Appl. Phys. Letts 8, 256 (1966).
73. W. Kaiser, A. Lauberau, M. Maier, G. Giordamine, Phys. Letts 22, 60 (1966).
74. Ю. П. Райзер, Письма ЖЭТФ 4, 3 (1966).

75. K. Grob, M. Wagner, Phys. Rev. Letts 17, 819 (1966).
76. K. Bruesckner, S. Jorna, Phys. Rev. Letts 17, 78 (1966).
77. W. Kaiser, W. Rother, M. Maier, Phys. Letts 23, 83 (1966).
78. R. Wick, D. Rank, T. Wiggins, Phys. Rev. Letts 17, 466 (1966).
79. С. А. Ахманов, В. Г. Дмитриев, А. П. Сухоруков, Доклад на симпозиуме по самофокусировке, Горький, апрель 1967.
80. Л. А. Островский, Письма ЖЭТФ 5, 331 (1967).
81. П. И. Занадворов, Доклад на I Всесоюзном симпозиуме по нелинейной оптике, Минск, 1965.
82. A. Ashkin, G. Boyd, Appl. Phys. Letts 9, 72 (1966).
83. А. Г. Ершов, В. В. Фадеев, О. Н. Чупаев, Доклад на II Всесоюзном симпозиуме по нелинейной оптике, Новосибирск, 1966.
84. Д. И. Мам, В. В. Морозов, В. С. Старунов, И. Л. Фабелинский, Письма ЖЭТФ 2, 41 (1965).
85. N. Bloembergen, P. Lallemand, Phys. Rev. Letts 16, 81 (1966).
86. P. Lallemand, Appl. Phys. Letts 8, 276 (1966).
87. R. Terhune, P. Maker, C. Savage, Phys. Rev. Letts 14, 681 (1965).
88. С. А. Ахманов, Д. Н. Клышко, Письма ЖЭТФ 2, 15 (1965).
89. С. А. Ахманов, В. И. Жариков, Письма ЖЭТФ 6, № 5 (1967).
90. А. П. Сухоруков, Кандидатская диссертация, М., 1967.
91. С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, ЖЭТФ 50, 474 (1966).
92. А. П. Сухоруков, Изв. вузов, Радиофизика 9, 765 (1966).
93. A. Ashkin, D. Kleinman, G. Boyd, Phys. Rev. 145, 338 (1966).
94. Г. И. Фрейдман, Изв. вузов (Радиофизика) 9, 550 (1966).
95. В. С. Летохов, А. Ф. Сучков, ЖЭТФ 50, 1148 (1966).
96. Г. А. Аскаръян, Письма ЖЭТФ 4, 144 (1966).
97. М. С. Бродин, В. М. Ватулев, О. М. Камуз, Укр. физ. журнал 10, 1151 (1966).
98. Т. М. Ильнинова, Р. В. Хохлов, Изв. вузов (Радиофизика) 8, 899 (1965).
99. Л. А. Ривлин, ЖЭТФ 47, 24 (1964).
100. C. Wang, Phys. Rev. 152, 149 (1966).
101. С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, А. С. Чиркин, ЖЭТФ 54, 12 (1967).
102. C. K. N. Patel, Phys. Rev. Letts 15, 1027 (1965).
103. R. Brewer, C. Townes, Phys. Rev. Letts 18, 196 (1967).
104. D. H. Close, C. R. Giuliano, R. W. Hellwarth, L. D. Hess, F. J. McClung, W. G. Wagner, IEEE J. Quantum Electronics QE-2, 1964 (1966).
105. R. Y. Chiao, M. A. Johnson, S. Krinsky, H. A. Smith, C. H. Townes, E. Garmire, IEEE J. Quantum Electronics QE-2, 467 (1966).
106. А. А. Чабан, Письма ЖЭТФ 5, 57 (1967).
107. R. W. Hellwarth, Phys. Rev. 152, 157 (1966).
108. F. Kaszmarek, Acta Phys. Polonica 30, 87 (1966).
109. R. Chiao, E. Garmire, P. Kelley, Phys. Rev. Letts (1966).
110. L. R. Carman, R. Chiao, P. Kelley, Phys. Rev. Letts 17, 1281 (1966).
111. Д. И. Абакаров, А. А. Акопян, С. И. Пекар, ЖЭТФ 52, 463 (1967).
112. Ю. П. Райзер, ЖЭТФ 52, 470 (1967).
113. S. Kielich, Acta Physica Polonica 30, 683 (1966).
114. С. А. Ахманов, Д. П. Криндач, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, Письма ЖЭТФ 6, № 2, 509 (1967).
115. R. Chiao, J. Dodson, D. Irwin, T. Gustafson, Bull. Amer. Phys. Soc. 12, 686 (1967).
116. T. Gustafson, F. De Martini, C. Townes, P. Kelley, Bull. Amer. Phys. Soc. 12, 687 (1967).
117. С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, Доклад на сессии Отделения общей и прикладной физики АН СССР, Москва, июль 1967.
118. H. Grieneisen, C. Sacchi, Bull. Amer. Phys. Soc. 12, 685 (1967).