

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

535.3

ТЕОРИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ МОЩНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

В. Н. Луговой, А. М. Прохоров

СОДЕРЖАНИЕ

I. Введение	203
II. Методы исследования и некоторые результаты по распространению мощных лазерных импульсов в материальной среде	206
1. Исходные уравнения (206). 2. Аналитическое исследование (210). 3. Численное решение параболического уравнения в отсутствие поглощения в среде (212)	
III. Стационарная во времени многофокусная структура светового пучка в линейной среде	213
1. Постановка задачи с учетом поглощения (213). 2. Численное решение параболического уравнения в среде с керровской нелинейностью и нелинейным поглощением (214). а) Трехфотонное поглощение (214). б) Вынужденное комбинационное рассеяние в направлении прямо вперед (219). в) Двухфотонное поглощение (221). 3. Структура фокусов (223).	
IV. Распространение в нелинейной среде мощных световых импульсов. Теория движущихся фокусов	227
1. Квазистационарные пучки (227). 2. Распространение коротких импульсов (231). а) Траектории движения фокусов (231). б) Структура движущихся фокусов (233). 3. Возбуждение сверхкоротких импульсов ВКР (235). 4. Уширение спектральных импульсов в нелинейной среде (237). а) Фазовая модуляция импульсов (238). б) Спектр поля движущихся фокусов (240).	
V. Заключение	243
1. Обобщения теории (243). 2. Экспериментальные результаты (244).	
Цитированная литература	246

I. ВВЕДЕНИЕ

Распространение интенсивных световых пучков в нелинейных средах в последнее время привлекает большое внимание. Интерес к этому вопросу связан прежде всего с тем, что особенности распространения пучка в среде существенно влияют практически на все широко изучаемые в настоящее время явления нелинейной оптики, например такие, как вынужденное комбинационное рассеяние, вынужденное рассеяние Манделштама — Бриллюэна, вынужденное рассеяние в крыле линии Рэлея, оптический пробой в газах и диэлектриках, уширение спектра лазерных импульсов и другие. Правильная интерпретация исследований этих явлений во многих случаях целиком определяется картиной распространения пучка.

Выяснение данной картины и безотносительно к указанным явлениям носит тоже принципиальный характер. Достаточно провести сравнение с линейной оптикой, развитие которой было бы трудно себе представить без знания основных особенностей распространения света в линейных средах. Совершенно аналогично решение вопроса о картине

распространения света в нелинейных средах играет такую же важную роль и в развитии нелинейной оптики. Наибольший интерес представляют световые пучки, получаемые в лазерах в импульсном режиме генерации, для которых основной вклад в нелинейность среды вносит практически безынерционный эффект Керра *). Поэтому в большинстве работ по распространению света в нелинейных средах вслед за первой работой Чао, Гармайр и Таунса ², вышедшей в 1964 г., рассматривается керровская нелинейность, когда показатель преломления среды является функцией интенсивности света.

В работе ² было введено понятие критической мощности пучка, и затем Келли ³ в 1965 г. было показано, что начало распространения светового пучка со сверхкритической мощностью в среде с керровской нелинейностью происходит следующим образом: интенсивность на оси этого пучка нарастает, причем неограниченно (в рамках используемого параболического уравнения), при приближении к некоторой точке на оси (точке «схлопывания»). Однако картина распространения пучка за точкой схлопывания не была рассмотрена. Общепринятая в то время точка зрения сводилась к тому, что за точкой схлопывания происходит самозахват пучка в режим волноводного распространения ² (в работе ² был рассчитан профиль интенсивности пучка в волноводном режиме в керровской среде). Наблюдавшиеся экспериментально тонкие световые нити в жидкостях, стеклах и впоследствии также в газах рассматривались как реализация такого режима. Заметим, что возможность самозахвата электромагнитного пучка в волноводный режим отмечалась еще в 1958 г. Волковым ⁴, впервые рассчитавшим профиль интенсивности пучка при самозахвате в плазме. Впоследствии о подобной возможности упоминалось также в работах ^{5, 6} (рассмотренный в статье ⁶ профиль интенсивности совпадает с полученным в работе ⁴).

Однако многие экспериментальные результаты не находили объяснения в рамках предположения о самозахвате пучка в волноводный режим за точкой схлопывания. Прежде всего не находило объяснений очень малое «время жизни» нитей, которое в типичных условиях для гигантских лазерных импульсов было порядка 10^{-10} сек. Далее, длина нитей, например, в таких веществах, как сероуглерод, толуол, нитробензол и другие, превышала 5—10 см. Оставалось не ясным, почему подобные нити возможны в условиях возникавшего в этих средах интенсивного вынужденного комбинационного рассеяния. Действительно, по данным ряда экспериментальных работ с торца исследуемой кюветы наблюдалась перекачка до 90% энергии из нити в стоксову компоненту рассеяния. По расчетам такая перекачка должна была произойти на длине всего порядка 0,1 см, что противоречило размерам 5—10 см. Не находил объяснения и характер излучения антистоксовых компонент вынужденного комбинационного рассеяния. В рамках волноводной картины углы при вершинах конусов излучения антистоксовых компонент должны были определяться из условий черенковского типа (см. ^{7, 8}). На самом же деле наблюдалось не черенковское, а промежуточное между черенковским и так называемым объемным излучением рассматриваемых компонент. Лоем и Шеном ⁹ были обнаружены сверхкороткие импульсы в обратном вынужденном комбинацион-

*) Здесь следует оговориться, что вообще эффект Керра определяет вид нелинейности среды при нерезонансном взаимодействии света с веществом. В специальном случае резонансного взаимодействия, реализующемся, например, в газах при частоте света, близкой к одной из частот молекулярных (атомных) переходов, возникает другой вид нелинейности. Распространение световых импульсов в последнем классе сред в настоящем обзоре не рассматривается. Обзор соответствующих работ приведен в статье ¹.

ном рассеянии, возникающие внутри кюветы с исследуемым веществом. Возникновение этих импульсов не имеет объяснения на основе волноводной картины распространения пучка. В рамках этой картины возникают также трудности в объяснении дискретного характера оптического пробоя в прозрачных средах, некоторых особенностей уширения спектра лазерных импульсов, прошедших через вещество, и других явлений.

В 1967 г. Дышко, Луговым и Прохоровым¹⁰ на основе численного решения задачи была предложена новая (многофокусная) картина распространения световых пучков в средах с керровской нелинейностью, и в 1968 г. Луговым и Прохоровым¹¹ было дано объяснение наблюдавшихся ранее экспериментально тонких световых нитей не как режима волноводного распространения, а как траекторий движущихся фокусов. Эта новая точка зрения на основные особенности распространения световых пучков в нелинейных средах устранила все указанные противоречия и дала объяснение многим экспериментальным результатам.

Стационарная по времени многофокусная структура светового пучка представляет собой конечный ряд отдельных фокусов на его оси, образованных в результате последовательной фокусировки различных кольцевых зон этого пучка. При этом сама точка схлопывания является не началом волноводной нити, а центром первого фокуса. Проведенное в последующей работе¹² подробное исследование влияния различных видов нелинейного поглощения в среде¹¹ (т. е. мнимой части показателя преломления) на картину распространения пучка показало, что независимо от конкретного вида этого поглощения возникает многофокусная структура. Было исследовано также влияние возможных в реальных условиях отклонений от квадратичной по полю зависимости действительной части показателя преломления, связанных с так называемым насыщением керровской нелинейности (см. ¹³⁻¹⁷) или с нелинейным поглощением в среде. При этом на основе численных расчетов было установлено, что многофокусная структура светового пучка сохраняется не только качественно, но и с количественной стороны параметры фокусов получают лишь малые поправки. Таким образом, для сред с керровской нелинейностью многофокусная картина распространения световых пучков оказалась весьма универсальной, т. е. должна наблюдаться в разнообразных физических условиях.

В реальных условиях падающий пучок не является стационарным. Мощность этого пучка изменяется во времени в соответствии с огибающей лазерного импульса. Поскольку положение фокусов вдоль оси пучка зависит от начальной мощности, а сама эта мощность изменяется во времени, то это приводит к движению фокусов вдоль оси пучка. Для гигантских лазерных импульсов в типичных условиях скорости движения фокусов порядка 10^9 см/сек. В результате движения фокусов при интегральном во времени наблюдении картины распространения пучка сбоку на фотопленке должны получаться тонкие нити — следы движения фокусов. В развитой теории поперечные размеры наблюдаемых нитей определяются поперечными размерами фокусов, а время жизни этих нитей есть просто время прохождения фокусов через выходную плоскость среды. Расчетное значение указанного времени прохождения в типичных условиях оказалось порядка 10^{-10} сек¹¹, что находится в полном согласии с экспериментальными значениями «времени жизни» нитей.

Таким образом, последовательная теория распространения мощных лазерных пучков в средах с керровской нелинейностью приводит к многофокусной картине этого распространения и возникновению движущихся фокусов. Эта теория, исходными уравнениями в которой являются непосредственно уравнения Максвелла, изложена ниже.

II. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ
ПО РАСПРОСТРАНЕНИЮ МОЩНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ
В МАТЕРИАЛЬНОЙ СРЕДЕ

1. Исходные уравнения. Распространение световых волн в нелинейной среде описывается системой уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \tilde{\mathbf{E}} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{\mathbf{H}}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \tilde{\mathbf{H}} = \frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{\mathbf{D}}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \tilde{\mathbf{D}} = 0 \quad (1)$$

и материальным уравнением, задающим нелинейную связь вектора электрической индукции $\tilde{\mathbf{D}}$ с вектором электрического поля $\tilde{\mathbf{E}}$, которую можно записать в виде

$$\tilde{\mathbf{D}} = \varepsilon \tilde{\mathbf{E}}, \quad (2)$$

где ε — нелинейный функционал от $\tilde{\mathbf{E}}$. Наибольший интерес представляют линейно поляризованные пучки большой мощности, генерируемые лазерами в импульсном режиме (длительности импульсов обычно порядка 10^{-8} сек и меньше). За такие времена стрикционный или тепловой и связанные с ними механизмы нелинейности при обычном диаметре пучка $\geq 0,1-0,03$ см, как правило, не успевают проявиться из-за относительно больших времен перераспределения плотности вещества под действием стрикционных сил или неравномерного нагрева¹⁸⁻²¹. Основной вклад в нелинейность среды в этом случае дает ориентационный^{2, 18-23} либо электронный²⁴⁻²⁶ эффект Керра*). Характерное время установления электронного эффекта Керра обычно не превышает 10^{-15} сек, и тем самым данный механизм нелинейности успевает проявиться вплоть до пикосекундных импульсов, т. е. импульсов с длительностью порядка 10^{-12} сек. Для обычных гигантских импульсов, длительность которых порядка 10^{-8} сек, основной вклад в нелинейность среды может вносить ориентационный эффект Керра, для которого характерное время установления обычно составляет $10^{-10}-10^{-12}$ сек. В тех случаях, когда характерное время τ_K установления эффекта Керра намного меньше характерных времен изменения интенсивности I света заданной поляризации, показатель преломления среды в любой точке \mathbf{r} является функцией I :

$$n = n(I) = n_0 + n_2' I + \dots \quad (n_2' > 0). \quad (3)$$

Для диэлектрической проницаемости это дает

$$\varepsilon = \varepsilon(I) = \varepsilon_0 + \varepsilon_2' I + \dots \quad (\varepsilon_0 = n_0^2, \varepsilon_2' = 2n_0 n_2'). \quad (4)$$

В рассматриваемых ниже условиях (9) вид поляризации, заданный падающим световым импульсом, остается практически неизменным при распространении этого импульса в среде. Поэтому для простоты равенства (3), (4) можно сразу считать не зависящими от вида этой поляризации.

Исключая из уравнений (1) магнитное поле $\tilde{\mathbf{H}}$ и электрическую индукцию $\tilde{\mathbf{D}}$ и учитывая равенства (2), (4), приходим к следующему уравнению для электрического поля $\tilde{\mathbf{E}}$:

$$\operatorname{grad} \left(\frac{\tilde{\mathbf{E}} \operatorname{grad} \varepsilon}{\varepsilon} \right) - \Delta \mathbf{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\varepsilon \tilde{\mathbf{E}}) = 0, \quad \varepsilon = \varepsilon(\langle \tilde{\mathbf{E}}^2 \rangle); \quad (5)$$

здесь $\langle \tilde{\mathbf{E}}^2 \rangle$ — усредненное по периоду световой волны значение $\tilde{\mathbf{E}}^2$ ($\langle \tilde{\mathbf{E}}^2 \rangle \propto I$). Выбирая систему координат, направление оси z которой совпадает

*) В работах^{27, 28} отмечается также возможность малоинерционного механизма эффекта Керра, связанного с «либрационными» колебаниями молекул, а в работе²⁹ рассматривается малоинерционный механизм, состоящий в «микроскопической группировке» молекул.

с центральным направлением распространения интересующего нас светового пучка, полагая далее

$$\tilde{\mathbf{E}} = \frac{1}{2} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) e^{ikhz - i\omega t} + \text{к. с.}, \quad (6)$$

где $k = (\omega/c) \sqrt{\varepsilon_0}$, ω — центральная частота колебаний поля в пучке, и учитывая, что $\langle \tilde{E}^2 \rangle \propto |E|^2$, находим следующее точное уравнение для новой неизвестной функции \mathbf{E} :

$$\frac{ik}{\varepsilon} (\mathbf{E} \text{grad } \varepsilon) + \text{grad} \left(\frac{\mathbf{E} \text{grad } \varepsilon}{\varepsilon} \right) - \left[\Delta \mathbf{E} + 2ik \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 (\delta \varepsilon) \mathbf{E} + \right. \\ \left. + \frac{\varepsilon}{c^2} \left(2i\omega \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \right) + \frac{2}{c^2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \left(i\omega \mathbf{E} - \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} \mathbf{E} \right] = 0, \quad (7)$$

$$\varepsilon = \varepsilon(|\mathbf{E}|^2) = \varepsilon_0 + \frac{1}{2} \varepsilon_2 |\mathbf{E}|^2 + \dots, \quad \delta \varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_0 = \frac{1}{2} \varepsilon_2 |\mathbf{E}|^2 + \dots \quad (\varepsilon_2 > 0); \quad (8)$$

вектор \mathbf{k} по величине равен k и направлен вдоль оси z .

Ниже мы будем предполагать при всех \mathbf{r} и t выполненными следующие наиболее интересные с практической точки зрения условия:

$$|\delta \varepsilon| \ll \varepsilon_0, \quad (9a)$$

$$\lambda \ll \Lambda_{\perp} \ll \Lambda_{\parallel}, \quad (9b)$$

$$\frac{\Lambda_{\perp}}{\lambda} T \ll \tau, \quad (9в)$$

$$\tau_K \ll \tau, \quad (9г)$$

где Λ_{\parallel} и Λ_{\perp} — характерные масштабы изменения амплитуды \mathbf{E} соответственно вдоль оси z и в перпендикулярном к этой оси направлениях; τ — масштаб изменения \mathbf{E} как функции t ; $\lambda = 2\pi/k$ — длина световой волны; $T = 2\pi/\omega$ — период световых колебаний; τ_K — характерное время установления эффекта Керра в среде. Условие (9г) позволяет записать выражение для диэлектрической проницаемости в виде (8). При условиях (9a) — (9в) часть членов в равенстве (7) пренебрежимо мала. Рассмотрим сначала проекцию этого векторного равенства на плоскость x, y . При этом первый член равен нулю. Если учесть далее, что

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}_{\perp}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial |\mathbf{E}|^2} \frac{\partial |\mathbf{E}|^2}{\partial \mathbf{r}_{\perp}} \sim \frac{\delta \varepsilon}{\Lambda_{\perp}}$$

(и аналогично $\partial \varepsilon / \partial t \sim \delta \varepsilon / \tau$), то оценка остальных членов дает

$$\left| \text{grad}_{\perp} \left(\frac{\mathbf{E} \text{grad } \varepsilon}{\varepsilon} \right) \right| \sim \frac{\delta \varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{E}{\Lambda_{\perp}^2}, \quad \Delta_{\perp} \mathbf{E}_{\perp} \sim \frac{E_{\perp}}{\Lambda_{\perp}^2}, \quad \frac{\partial^2 \mathbf{E}_{\perp}}{\partial z^2} \sim \frac{E_{\perp}}{\Lambda_{\parallel}^2},$$

$$2ik \frac{\partial \mathbf{E}_{\perp}}{\partial z} \sim i \frac{4\pi E_{\perp}}{\lambda \Lambda_{\parallel}}, \quad \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 (\delta \varepsilon) \mathbf{E}_{\perp} \sim \frac{4\pi^2}{\lambda^2} (\delta \varepsilon) \mathbf{E}_{\perp},$$

$$\frac{\varepsilon}{c^2} 2i\omega \frac{\partial \mathbf{E}_{\perp}}{\partial t} \sim 4\pi i \frac{\varepsilon_0 T}{\lambda^2 \tau} \mathbf{E}_{\perp}, \quad \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}_{\perp}}{\partial t^2} \sim \frac{\varepsilon_0 T^2}{\lambda^2 \tau^2} \mathbf{E}_{\perp},$$

$$\frac{2}{c^2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} i\omega \mathbf{E}_{\perp} \sim 4\pi i \frac{(\delta \varepsilon) T}{\lambda^2 \tau} \mathbf{E}_{\perp}, \quad \frac{2}{c^2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \frac{\partial \mathbf{E}_{\perp}}{\partial t} \sim 2 \frac{(\delta \varepsilon) T^2}{\lambda^2 \tau^2} \mathbf{E}_{\perp},$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} \mathbf{E}_{\perp} \sim \frac{(\delta \varepsilon) T^2}{\lambda^2 \tau^2} \mathbf{E}_{\perp}$$

(здесь $\mathbf{E}_{\perp} = (E_x, E_y)$, $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$). Поэтому с точностью до малых более высокого порядка получаем следующее уравнение для \mathbf{E}_{\perp} :

$$\Delta_{\perp} \mathbf{E}_{\perp} + 2ik \left(\frac{\partial \mathbf{E}_{\perp}}{\partial z} + \frac{1}{v} \frac{\partial \mathbf{E}_{\perp}}{\partial t} \right) + k^2 \frac{(\delta \varepsilon)}{\varepsilon_0} \mathbf{E}_{\perp} = 0, \quad v = \frac{c}{n_0}; \quad (10)$$

здесь $\delta\epsilon = \delta\epsilon (|E_{\perp}|^2 + |E_z|^2)$. Уравнение, получаемое проекцией векторного равенства (7) на направление оси z , замыкает систему уравнений для трех величин E_x , E_y , E_z . Однако более удобно получить третье уравнение непосредственно из соотношения $\operatorname{div}(\epsilon E e^{ikz - i\omega t}) = 0$ (см. (1), (2), (6)), из которого получаем

$$E_z = \frac{i}{k\epsilon} \operatorname{div}(\epsilon \mathbf{E}). \quad (11)$$

Из равенства (11) сразу видно, что при условиях (9а), (9б) для всех r и t выполнено соотношение

$$|E_z| \ll |E_{\perp}|. \quad (12)$$

При этом с точностью до малых более высокого порядка имеем

$$E_z = \frac{i}{k} \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right). \quad (13)$$

Если учесть соотношение (12), то в равенстве (10) можно положить $\delta\epsilon = \delta\epsilon (|E_{\perp}|^2)$. Таким образом, распространение светового пучка в нелинейной среде при условиях (9) описывается параболическим уравнением (10) для поперечной составляющей E_{\perp} электрического поля в этом пучке*). Продолжная составляющая E_z при этом может быть найдена в первом приближении с помощью соотношения (13) по известному решению уравнения (10).

Из уравнения (10) для E_{\perp} сразу следует, что если в начальной плоскости $z = 0$ поле при всех t имеет определенную (одну и ту же) поляризацию, то эта поляризация сохраняется и при $z > 0$, т. е. в процессе распространения пучка в нелинейной среде. В частности, распространение линейно поляризованных световых пучков, генерируемых лазерами в импульсном режиме, определяется уравнением для одной компоненты поля, например, компоненты $E_x \equiv E$ (имеется в виду, что направление оси x выбрано вдоль вектора электрического поля в пучке):

$$\Delta_{\perp} E + 2ik \left(\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{v} \frac{\partial E}{\partial t} \right) + k^2 \frac{\delta\epsilon (|E|^2)}{\epsilon_0} E = 0. \quad (14)$$

Функция $\delta\epsilon (|E|^2)$, входящая в это уравнение, для сред с хорошо выраженным эффектом Керра имеет простой вид

$$\delta\epsilon (|E|^2) = \frac{1}{2} \epsilon_2 |E|^2. \quad (15)$$

Данное выражение представляет собой первый член разложения величины $\delta\epsilon$ в ряд по степеням $|E|^2$. Для показателя преломления n это дает

$$n = n_0 \left(1 + \frac{1}{2} n_2 |E|^2 \right), \quad n_2 = \frac{\epsilon_2}{2\epsilon_0}. \quad (16)$$

Нелинейность среды в виде (15) или (16) обычно называют керровской нелинейностью. Зависимость $n (|E|^2)$ для больших значений $|E|^2$, когда $|E|^2 \gtrsim 1/n_2$ (т. е. когда выражение (16) теряет силу), подробно рассматривалась в работе¹⁵**) и в ряде работ аппроксимировалась функцией^{30, 31}

$$n = n_0 \left[1 + \frac{1}{2} \frac{n_2 |E|^2}{1 + (|E|^2/E_s|^2)} \right] \quad (17)$$

*) Параболическое уравнение давно и многократно применялось для описания волновых процессов и в линейных средах. В линейной слабонеоднородной среде оно имеет вид (10), где $\delta\epsilon = \delta\epsilon(r, t)$.

**) В работе¹⁷ рассмотрена также зависимость показателя преломления среды от интенсивности света в существенно нестационарном случае, когда условие (9г) не выполнено.

или другими функциями³², не имеющими принципиальных отличий от (17). Согласно (17) при $|E|^2 \gg |E_s|^2$ зависимость n (или ϵ) от $|E|^2$ исчезает. В последнем случае говорят о насыщении керровской нелинейности. Поскольку, однако, $|E_s|^2 \sim 1/n_2$ (что в свою очередь обусловлено нерезонансным характером эффекта Керра), то уравнение (14) в силу (9а) применимо лишь при $|E|^2 \ll |E_s|^2$, когда насыщение нелинейности практически отсутствует (т. е. справедливы выражения (15), (16)). Поэтому для описания распространения световых пучков при заметном насыщении керровской нелинейности среды вообще необходимо использовать непосредственно уравнение Максвелла без перехода к уравнению (14). В разделе 1 гл. III показано, что эта же ситуация сохраняется и в стационарном случае, когда $\partial E/\partial t \equiv 0$ *).

При очень малых значениях $|E|^2$ выражения (15), (16) можно считать действительными. В то же время в работе¹¹ было обращено внимание на то, что при описании распространения световых пучков в нелинейных средах, когда значения $|E|^2$ могут быть относительно велики (хотя и $|E|^2 \ll |E_s|^2$), вообще необходимо одновременно с действительной частью $\delta\epsilon$ учитывать также мнимую часть ($\delta\epsilon''$), связанную с нелинейным поглощением в среде. В общем случае величина $\delta\epsilon''$ есть нелинейный функционал от E . Если, однако, основным видом нелинейного поглощения является многофотонное поглощение, характерное время установления которого обычно не превышает 10^{-15} сек, то (так же как и действительную часть $\delta\epsilon'$) величину $\delta\epsilon''$ при условии (9в) можно записать просто в виде функции от $|E|^2$. Для случая, когда основной вид нелинейного поглощения обусловлен, например, перекачкой энергии из рассматриваемого пучка в компоненты вынужденного рассеяния, зависимость $\delta\epsilon''$ от E не сводится к функции от $|E|^2$ (см. раздел 2,б) гл. III). Ниже будет видно, что в наиболее интересных случаях величина $\delta\epsilon''$, играя существенную роль, остается при всех r и t намного меньше, чем $\delta\epsilon'$. Последнее обстоятельство позволяет не принимать во внимание поправок к действительной части $\delta\epsilon$, связанных с нелинейным поглощением в среде (см. раздел 3 гл. III). Таким образом, входящую в уравнение (14) величину $\delta\epsilon$ можно записать в виде

$$\delta\epsilon = \frac{1}{2} \epsilon_2 |E|^2 + i\delta\epsilon'' \quad (18)$$

В ряде практически интересных случаев выполнено условие

$$\frac{\Lambda_{\parallel}}{v} \ll v, \quad (19)$$

при котором член $(1/v) \partial E/\partial t$ в уравнении (14) мал по сравнению с членом $\partial E/\partial z$. Пренебрегая первым из этих членов, мы приходим к уравнению, не содержащему явно времени:

$$\Delta_{\perp} E + 2ik \frac{\partial E}{\partial z} + k^2 \frac{\delta\epsilon}{\epsilon_0} E = 0. \quad (20)$$

Зависимость от времени остается при этом только в граничном условии

$$E|_{z=0} = \varphi(\mathbf{r}_{\perp}, t), \quad (21)$$

где $\varphi(\mathbf{r}_{\perp}, t)$ — заданная функция, определяющаяся электрическим полем падающего на границу $z = 0$ нелинейной среды светового импульса.

* Указанное обстоятельство не учитывалось, однако, в ряде работ (см., например, 30-32), в которых распространение световых пучков рассматривалось на основе параболического уравнения при существенном насыщении керровской нелинейности среды.

Таким образом, решение исходной нестационарной задачи при условии (19) сводится к решению стационарной задачи (20)–(21), где время t играет лишь роль параметра в граничном условии. Поэтому ниже сначала рассмотрим стационарную задачу. Условия, в которых выполнено неравенство (19), будем называть квазистационарными.

2. Аналитическое исследование. Наибольший практический интерес представляет случай аксиально симметричного пучка. Отклонение r_{\perp} от оси этого пучка будем обозначать просто через r . Положим далее, для простоты,

$$\delta \varepsilon'' = \varepsilon_0 m (|E|^2) \quad (m(0) = 0) \quad (22)$$

и для определенности будем считать, что падающий на границу нелинейной среды пучок имеет плоский фазовый фронт и гауссовское распределение интенсивности. Тогда уравнение (20) принимает вид

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + 2ik \frac{\partial E}{\partial z} + k^2 [n_2 |E|^2 + im(|E|^2)] E = 0 \quad (23)$$

с граничным условием

$$E|_{z=0} = E_0 e^{-r^2/2\bar{a}_0^2}; \quad (24)$$

здесь поле E_0 является параметром; величина \bar{a}_0 представляет собой начальный радиус пучка.

Для аналитического исследования представим поле E в виде

$$E = e^A. \quad (25)$$

Из (23) для A получаем следующее уравнение:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \left(\frac{\partial A}{\partial r}\right)^2 + 2ik \frac{\partial A}{\partial z} + k^2 [n_2 e^{2A} + im(e^{2A})] = 0 \quad (26)$$

($A^r = \text{Re}A$). Предположим, что величина A является аналитической функцией x, y . Тогда разложение A в ряд Тейлора содержит лишь целые неотрицательные степени величины $q = x^2 + y^2$:

$$A(q, z) = A_0(z) + qA_1(z) + q^2A_2(z) + \dots \quad (27)$$

Подставляя равенство (27) в уравнение (26), приходим к системе уравнений для величин $A_n(z)$

$$2ik \frac{\partial A_{n-1}}{\partial z} + 4 \left[n^2 A_n + \sum_{k=0}^n k(n-k) A_k A_{n-k} \right] + k^2 n_2 e^{2A_0^r} (L_{n-1} + iM_{n-1}) = 0 \quad (n = 1, 2, \dots), \quad (28)$$

где вещественные коэффициенты $L_k(z), M_k(z)$ определяются равенствами

$$\exp[2(qA_1^r + q^2A_2^r + \dots)] = 1 + qL_1 + q^2L_2 + \dots, \quad (29)$$

$$n_2^{-1} \exp(-2A_0^r) m [\exp(2A_0^r + 2qA_1^r + 2q^2A_2^r)] = M_0 + qM_1 + q^2M_2 + \dots$$

Вводя обозначения

$$a_0 = e^{2A_0^r}, \quad b_0 = \frac{1}{k} \frac{dA_0^i}{dz}, \quad k^{-2m} A_m = a_m + ib_m, \quad A^i = \text{Im} A \quad (m = 1, 2, \dots), \quad (30)$$

из уравнения (28) находим

$$2b_0 = n_2 a_0 + 4a_1. \quad (31)$$

Соотношение (31) определяет поправку к продольному волновому числу на оси пучка. Для остальных коэффициентов a_k, b_k равенство (28) сводится к бесконечной системе уравнений. Чтобы выяснить основные свой-

ства этой системы, ниже положим $m(|E|^2) \equiv 0$, т. е. не будем учитывать поглощение в среде. В этом случае указанная система принимает вид

$$\left. \begin{aligned} a'_0 + 4b_1a_0 &= 0, \\ a'_1 + 4b_1a_1 &= -8b_2, \\ b'_1 + 2b_1^2 &= n_2a_0a_1 + 2a_1^2 + 8a_2, \\ a'_2 + 8b_1a_2 &= -8a_1b_2 - 18b_3, \\ b'_2 + 8b_1b_2 &= n_2a_0(a_1^2 + a_2) + 8a_1a_2 + 18a_3, \\ a'_3 + 12b_1a_3 &= -4(3a_1b_3 + 4a_2b_2) - 32b_4, \\ b'_3 + 12b_1b_3 &= n_2a_0\left(\frac{2}{3}a_1^2 + 2a_1a_2 + a_3\right) + 8(a_2^2 - b_2^2) + 12a_1a_3 + 32a_4, \\ a'_4 + 16b_1a_4 &= -8(2a_1b_4 + 3a_2b_3 + 3a_3b_2) - 50b_5 \text{ и т. д.;} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

здесь штрих означает производную по $u = kz$.

Рассмотрим сначала случай, когда нелинейность среды отсутствует, т. е. $n_2 = 0$. В этом случае легко видеть, что система (32) имеет класс решений таких, что $a_2 \equiv b_2 \equiv a_3 \equiv b_3 \equiv \dots \equiv 0$, а остальные величины (a_0, a_1, b_1) удовлетворяют следующим уравнениям:

$$a'_0 + 4b_1a_0 = 0, \quad a'_1 + 4b_1a_1 = 0, \quad b'_1 + 2b_1^2 = 8a_1^2. \quad (33)$$

Согласно (25), (27), (30) рассматриваемый класс решений отвечает гауссовским пучкам, а само существование такого класса означает, что при распространении в линейной однородной среде гауссовский пучок не изменяет своей гауссовской формы; изменяется лишь ширина распределения интенсивности в поперечном сечении (коэффициент a_1), интенсивность на оси (коэффициент a_0) и кривизна фазового фронта (коэффициент b_1). Общее решение уравнений (33) приводит к следующему выражению для амплитуды E :

$$E = \frac{E_0}{1 - (z/R) + i(z/l_d)} \exp \left[-\frac{(1/2\bar{a}_0^2) + i(k/2R)}{1 - (z/R) + i(z/l_d)} r^2 \right], \quad (34)$$

где

$$l_d = k\bar{a}_0^2. \quad (35)$$

В частном случае $1/R = 0$ решение (34) удовлетворяет граничному условию (24). Заметим также, что отличные от нуля значения $1/R$, как видно из (34), соответствуют более общему граничному условию

$$E|_{z=0} = E_0 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\bar{a}_0^2} + i\frac{k}{R} \right) r^2 \right], \quad (36)$$

отвечающему сфокусированному пучку с точкой $z = R$ геометрического схождения лучей.

В случае нелинейной среды, когда $n_2 \neq 0$, ситуация существенно изменяется: указанного класса решений — гауссовских пучков — не существует. Даже в том случае, когда начальное распределение является гауссовским, процесс распространения пучка в нелинейной среде будет сопровождаться изменением формы этого распределения, т. е. появлением отличных от нуля коэффициентов $a_2, b_2, a_3, b_3, \dots$. Разложим коэффициенты a_k в ряд Тейлора по степеням u : $a_k = \sum_n a_k^{(n)} u^n$. Исходя из (28), (32), можно убедиться, что для определения коэффициента $a_0^{(n)}$ при $n_2 \neq 0$ необходимы $2n - 1$ первых уравнений системы (32), а для определения коэффициента $a_1^{(n)}$ ($2n + 1$) этих уравнений. Как выяснено

в работе ³³, это обстоятельство принципиальным образом влияет на характер решения при условии

$$E_0 \gg E_{кр}, \quad (37)$$

где

$$E_{кр} = \frac{1}{\sqrt{n_2 (ka_0)^2}}. \quad (38)$$

Условие (37) можно записать также в виде

$$P \gg P_{кр}, \quad (39)$$

где $P = (cn_0/8\pi) \int |E|^2 d\mathbf{r}_\perp$ — мощность пучка,

$$P_{кр} = \frac{cn_0}{2n_2 k^2}. \quad (40)$$

Таким образом, полученное в работе ² условие, при котором оказывается существенным влияние нелинейности среды, совпадает с условием (39), когда существенную роль в процессе распространения пучка играет перераспределение его интенсивности по поперечному сечению с изменением первоначальной формы. Последнее обстоятельство не учитывалось в работе ³⁴ (см. также обзор ¹⁴), вследствие чего в ней не было получено правильной картины распространения пучка в нелинейной среде. Подобное возражение относится и к вышедшей недавно работе ³⁵, в которой пучок, распространяющийся в нелинейной среде, предполагается гауссовским.

Корректное аналитическое решение рассматриваемой задачи было получено в работе ³³ и справедливо лишь при условиях $|N - 1| \ll 1$, $z \ll ka_0^2$, ($N = E_0/E_{кр}$), т. е. в некотором диапазоне значений начального поля E_0 и лишь вблизи границы среды. Это решение при $r = 0$ имеет вид

$$\frac{|E|^2}{E_0^2} = 1 + \frac{N^2 - 1}{(ka_0^2)^2} z^2 - \frac{11}{3(ka_0^2)^4} z^4. \quad (41)$$

При $E_0^2 \gg E_{кр}^2$ из (32) вытекает разложение

$$\frac{|E|^2}{E_0^2} = 1 + \frac{n_2 E_0^2}{a_0^2} z^2 + \dots, \quad (42)$$

определяющее характерную длину l_x начального изменения по z осевого поля $|E|$:

$$l_x = \frac{\bar{a}_0}{\sqrt{n_2 E_0^2}}. \quad (43)$$

Выражение (43) было первоначально получено в работе ³.

Вследствие ограниченной области применимости аналитические результаты, как будет видно ниже, не содержат ряда существенных особенностей картины распространения пучка в нелинейной среде. Поэтому ниже рассматривается численное решение данной задачи.

3. Численное решение параболического уравнения в отсутствие поглощения в среде. Итак, рассмотрим численное решение уравнения (23) с граничным условием (24), причем сначала, следуя работе ³, будем считать $m(|E|^2) \equiv 0$, т. е. не будем учитывать поглощения в среде. Вводя для удобства обозначения

$$X = \frac{E}{E_0}, \quad N = \frac{E_0}{E_{кр}}, \quad z_1 = \frac{z}{l_x}, \quad r_1 = \frac{r}{a_0}, \quad (44)$$

где $E_{кр}$ и l_x определяются выражениями (38) и (43), приходим к следующему уравнению для величины X :

$$\frac{\partial^2 X}{\partial r_1^2} + \frac{1}{r_1} \frac{\partial X}{\partial r_1} + 2iN \frac{\partial X}{\partial z_1} + N^2 |X|^2 X = 0 \quad (45)$$

с граничным условием

$$X|_{z=0} = e^{-r_1^2/2}. \quad (46)$$

Согласно ¹⁰ при $|N - 1| \ll 1$, $z_1 \ll 1$ численное решение задачи (45)–(46) подтверждает аналитическое выражение (41). Далее при $N > N_1$ (где $N_1 \approx 2$) согласно ^{3, 10, 36} в решении появляется существенная особенность, состоящая в том, что интенсивность $|X|^2$ на оси пучка (т. е. при $r_1 = 0$) как функция z_1 неограниченно возрастает при приближении к некоторой точке z_1^* . Выражение для z_1^* , полученное в работе ³ на основе аппроксимации численных результатов, имеет вид

$$z_1^* \approx \frac{0,7N}{N - N_1}, \quad (47)$$

или, с учетом (44) и (38),

$$z^* \approx 0,4 \frac{k a_0^2}{\sqrt{P/P_{кр} - 1}};$$

здесь $z^* = z_1^* l_x$, P — мощность падающего пучка, величина $P_{кр}$ близка к определенной равенством (40).

Здесь заметим, что, строго говоря, численный расчет не решает вопроса о существовании при $z_1 = z_1^*$ особенности в математическом смысле, поскольку в таком расчете, приближаясь к точке z_1^* , мы получаем все большее, но всегда конечное (ограниченное временем расчета и памятью вычислительной машины) значение $|X|^2$. Несмотря на это, согласно ^{3, 10} крутизна возрастания по z величины $|X|^2$ при $r = 0$ и значениях z , близких к z^* , оказывается, во всяком случае, настолько большой, что условие $\Lambda_{||} \gg \lambda$ (см. (9)), необходимое для применимости используемого параболического уравнения (45), в реальных условиях нарушается. С этой точки зрения вопрос о существовании математической особенности в решении носит формальный характер, и мы не будем на нем подробнее останавливаться. В то же время в следующей главе мы специально рассмотрим вопрос о тех факторах, которые в реальных условиях могут ограничивать возрастание $|X|^2$ при $z_1 \rightarrow z_1^*$.

III. СТАЦИОНАРНАЯ ВО ВРЕМЕНИ МНОГОФОКУСНАЯ СТРУКТУРА СВЕТОВОГО ПУЧКА В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

1. Постановка задачи с учетом поглощения. В работе ¹⁰ на основе численного решения уравнения (45) с граничным условием (46) было установлено, что в рассматриваемую особенность при $z \rightarrow z^*$ «втекает» вообще не вся мощность исходного пучка, а лишь ее часть, по величине близкая к критической мощности $I_{кр}$. При этом масштаб Λ_{\perp} пространственного изменения поля E в поперечном сечении оказывается минимальным вблизи оси пучка и в соответствии со сказанным равен

$$\Lambda_{\perp} = \sqrt{\frac{32P_{кр} \ln 2}{cn_0 |E|^2}} \quad (48)$$

— диаметру приосевого распределения интенсивности пучка в рассматриваемом сечении. Исходя из (48), (40), сразу находим

$$\Lambda_{\perp} = \frac{\lambda}{2 \sqrt{n_2 |E|^2}}. \quad (49)$$

Поэтому если выполнено условие

$$\Lambda_{\perp} \gg \lambda, \quad (50)$$

то автоматически выполнено и первое из условий (9) применимости параболического уравнения*). Ниже будет также видно (см. раздел 3), что неравенство (50) гарантирует и выполнение условия $\Lambda_{\parallel} \gg \Lambda_{\perp}$. Поэтому при приближении к точке z^* исходное уравнение применимо до тех пор, пока выполнено неравенство (50)**). При нарушении условия (50), т. е. при $\Lambda_{\perp} \sim \lambda$, параболическое уравнение становится неприменимым. Если теперь допустить, что при $z \rightarrow z^*$ достигаются значения $\Lambda_{\perp} \sim \lambda$, то для типичных сред, например таких, как сероуглерод, толуол, нитробензол, некоторые виды стекол и др. (т. е. сред с $n_2 \sim 10^{-11} - 10^{-13}$ CGSE), с учетом (40), (48) находим соответствующую интенсивность I на оси пучка $I \sim 3 \cdot 10^{12} - 3 \cdot 10^{14}$ *вт/см²*. В веществе при таких, а в большинстве случаев намного меньших значениях интенсивности может возникнуть существенное нелинейное поглощение света (например, многофотонное поглощение; поглощение, обусловленное перекачкой энергии в компоненты вынужденного рассеяния; поглощение, связанное с пробоем вещества и т. д.). Появление таких видов нелинейного поглощения в областях пучка с интенсивностью порядка $10^{10} - 10^{11}$ *вт/см²* зарегистрировано во многих экспериментальных работах (см., например, ^{20, 37-44}). Последнее означает, что нелинейное поглощение может явиться основным фактором, ограничивающим величину плотности энергии при $z \rightarrow z^*$. При этом минимальное значение Λ_{\perp} будет намного больше длины волны λ , что тоже согласуется с экспериментальными результатами. Соотношение $\Lambda_{\perp} \gg \lambda$ получается и на основе равенства (49), если учесть, что экспериментально измеренное значение $n_2 |E|^2$ порядка 10^{-3} (см.⁴⁵).

В указанных условиях для описания распространения световых пучков в среде применимо параболическое уравнение, в котором надо лишь записать величину $\delta\epsilon''$ в комплексном виде (18). Мнимая часть $\delta\epsilon''$ в (18) определяется основным видом нелинейного поглощения в среде. Ниже мы подробно рассмотрим три вида такого поглощения: а) трехфотонное поглощение; б) поглощение, обусловленное перекачкой энергии в первую стоксову компоненту вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР); в) двухфотонное поглощение.

2. Численное решение параболического уравнения в среде с керровской нелинейностью и нелинейным поглощением. а) *Трехфотонное поглощение*. При трехфотонном поглощении мнимую часть диэлектрической проницаемости среды, как известно, можно записать в виде

$$\delta\epsilon'' = \epsilon_0 m_4 |E|^4, \quad (51)$$

где m_4 — вещественный коэффициент. Вводя обозначения (44) и обозначая также

$$\mu_4 = \frac{m_4 E_0^2}{n_2} N^2, \quad (52)$$

*) В противоположном случае $n_2 |E|^2 \gg 1$ из (49) получаем $\Lambda_{\perp} \ll \lambda/2$. Поэтому описание распространения световых пучков в рассматриваемых средах, с учетом лишь насыщения керровской нелинейности (когда $n_2 |E|^2 \gg 1$), даже в стационарном случае требовало бы использования непосредственно уравнений Максвелла без перехода к параболическому уравнению.

**) Условия (9в), (9г), (19) применимости уравнения (20), связанные с нестационарностью пучка во времени, будут рассмотрены ниже (см. раздел 4 гл. IV).

с учетом (22)—(24) приходим к следующему уравнению для величины X :

$$\frac{\partial^2 X}{\partial r_1^2} + \frac{1}{r_1} \frac{\partial X}{\partial r_1} + 2iN \frac{\partial X}{\partial z_1} + (N^2 |X|^2 + i\mu_4 |X|^4) X = 0 \quad (53)$$

с граничным условием (46). При $\mu_4 = 0$ уравнение (53) переходит в уравнение (45). Параметр N согласно (44) и (38) связан с мощностью P_0 падающего пучка соотношением

$$N = N_1 \sqrt{\frac{P_0}{P_{кр}^{(1)}}}, \quad (54)$$

где

$$P_{кр}^{(1)} = \frac{cN_1^2 n_0}{8n_2 k^2} \approx P_{кр}. \quad (55)$$

Приведем результаты полученного в работе¹² численного решения рассматриваемой задачи для значений параметра N , лежащих в интервале от 2 до 10, что соответствует интервалу изменения мощности падающего пучка примерно от $P_{кр}^{(1)}$ до $27P_{кр}^{(1)}$, и значений параметра μ_4 , лежащих в интервале $10^{-3} < \mu_4 < 0,2$. Сразу заметим, что при $\mu_4 > 0$ возрастание плотности энергии при $z_1 \rightarrow z_1^*$, как и следовало ожидать, происходит лишь до конечных значений этой плотности. Результаты численного решения также показывают, что качественно процесс распро-

странения светового пучка в рассматриваемой среде сводится к образованию многофокусной структуры этого пучка. Многофокусная структура представляет собой конечный ряд отдельных фокусов на оси, получающихся в результате последовательной фокусировки различных кольцевых зон пучка. При этом сама точка $z_1 = z_1^*$ определяет центр первого фокуса многофокусной структуры.

Продольное сечение пучка, распространяющегося в рассматриваемой среде, схематически представлено на рис. 1. Из этого рисунка видно, что на оси пучка имеется ряд фокусов. Видно также, что через первый фокус протекает не вся мощность исходного пучка, а лишь некоторая доля ($P_{кр}^{(1)}$). Энергия, «втекающая» в этот фокус, частично поглощается благодаря нелинейному поглощению в среде, а частично выходит из фокуса в виде быстро расходящейся (и выходящей из области первоначального пучка) кольцевой волны. Часть пучка, прошедшая с боков мимо первого фокуса, точно так же образует на некотором расстоянии от него следующий фокус. В этот фокус втекает мощность, близкая к критической ($P_{кр}^{(1)}$). Аналогично часть энергии в этом фокусе поглощается благодаря нелинейному поглощению в среде, и часть выходит в виде расходящейся кольцевой волны. Подобным образом образуются третий, четвертый и т. д. фокусы. Прохождение пучка через каждый фокус тем самым сопровождается падением его мощности на некоторую величину. Соответственно образование фокусов длится до тех пор, пока не израсходована вся мощность первоначального пучка. Как только вся эта мощность израсходована, процесс образования фокусов прекращается. С этим связано то, что

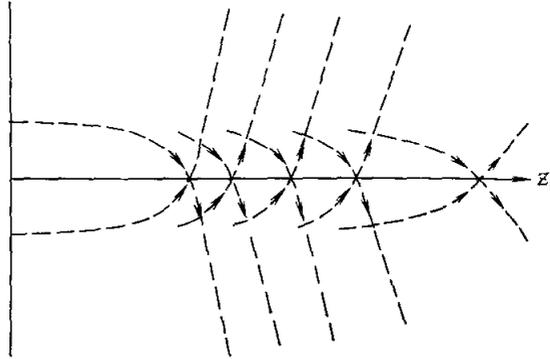


Рис. 1.

полное число фокусов конечно и зависит от первоначальной мощности пучка. Появление m -го фокуса происходит при мощности $P = P_{\text{кр}}^{(m)}$ или, что то же, при $N = N_m$. Значения $P_{\text{кр}}^{(m)}$ и N_m согласно (54) и (55) связаны соотношением

$$P_{\text{кр}}^{(m)} = \frac{cN_m^2 n_0}{8n_2 k^2}. \quad (56)$$

Численные расчеты показывают, что при достаточно малых значениях коэффициента μ_4 величина $P_{\text{кр}}^{(m)}$ оценивается так:

$$P_{\text{кр}}^{(m)} \approx mP_{\text{кр}}^{(1)}. \quad (57)$$

Для более подробного представления о характере решения на рис. 2 приведены в качестве примера зависимости величины $|X|^2$ и отношения

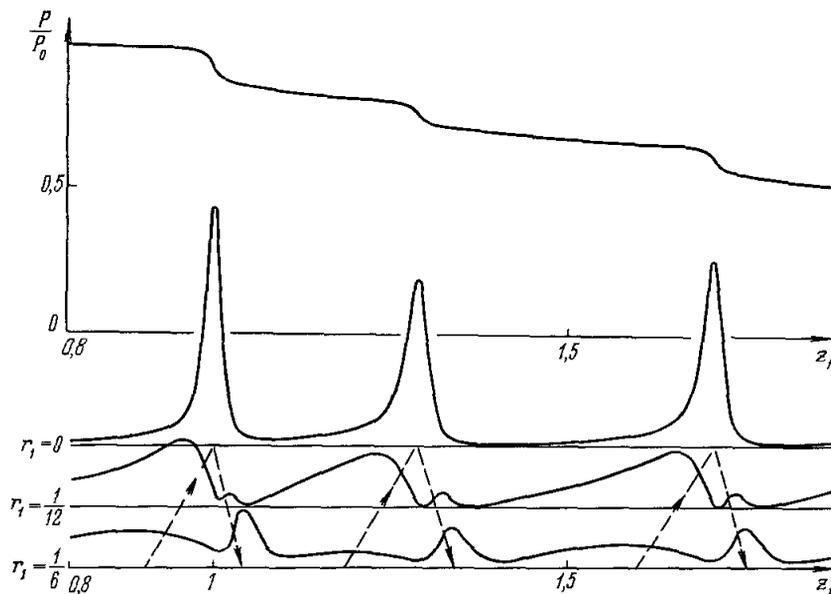


Рис. 2.

мощности пучка P при $z_1 > 0$ к мощности P_0 падающего пучка от z_1 при $N = 6$, $\mu_4 = 0,05$. Три нижних графика на этом рисунке определяют функцию $|X|^2$ от z_1 на оси пучка (т. е. при $r_1 = 0$) и на двух цилиндрах вблизи оси ($r_1 = 1/12$ и $r_1 = 1/6$) в интервале значений z_1 от 0,8 до 1,9 (в этом интервале расположены первые три фокуса). Для удобства указанные графики вычерчены в различных масштабах (масштаб увеличивается при увеличении r_1). Верхний график определяет зависимость относительной мощности пучка P/P_0 от z_1 в том же интервале значений z_1 . Как видно, зависимость $|X|^2$ от z_1 при $r_1 = 0$ имеет три резких пика, отвечающих трем фокальным областям на оси пучка. Кривые $|X|^2$ от z_1 при $r_1 = 1/12$ и $r_1 = 1/6$ отражают процесс формирования фокусов и выхода из них указанных выше кольцевых волн (этот процесс схематически обозначен пунктирными линиями подобно тому, как это сделано на рис. 1).

Что касается характера решения для больших расстояний от оси пучка ($r_1 \gg 1$), то здесь расходящиеся из различных фокусов кольцевые волны (вообще интерферирующие с волной, прошедшей мимо фокусов, лежащих до рассматриваемого сечения z_1) образуют сложную кольцевую структуру, характеризующуюся рядом максимумов и минимумов величины $|X|^2$ как функции r_1 . Указанная кольцевая структура появляется за

первым фокусом (т. е. при $z_1 > z_{\phi 1}$). Ограничивающая ее поверхность хорошо аппроксимируется поверхностью конуса с углом при вершине, определяемым углом выхода волны из первого фокуса.

Рассмотрим теперь приведенный на рис. 2 график, определяющий зависимость относительной мощности пучка P/P_0 от z_1 . Мы видим, что прохождение пучка через каждый фокус сопровождается падением его мощности P на величину порядка $P_{кр}^{(1)}$ (в рассматриваемом случае $N = 6$ согласно (55) имеем $P_{кр}^{(1)}/P_0 \approx 0,1$). Это падение мощности, очевидно, обусловлено поглощением существенной доли электромагнитной энергии, втекающей в фокальную область. Поэтому ясно, что поток энергии $P_{\phi m}$ через «центральное» сечение в этой области (т. е. сечение $z_1 = z_{\phi m}$, где $z_{\phi m}$ — точка максимума величины $|X|^2$ в m -й фокальной области) должен составлять лишь некоторую долю величины $P_{кр}^{(1)}$. Согласно ¹² величина $P_{\phi m}$ во всем рассматриваемом диапазоне значений N и μ_4 , а также для всех номеров фокальных областей имеет практически одно и то же (с абсолютной точностью $0,025 P_{кр}^{(1)}$) значение $P_{\phi m} \approx 2P_{кр}^{(1)}/3$.

Зависимость величины $|X_{\phi m}|^2$ от параметра μ_4 в рассматриваемом диапазоне значений $|X_{\phi m}|^2$ близка к обратной пропорциональной ($|X_{\phi m}|^2 \propto 1/\mu_4$). Для более точного представления о характере этой зависимости на рис. 3 приведен график функции $|X_{\phi 1}|^2$ от $1/\mu_4$ при $N = 6$.

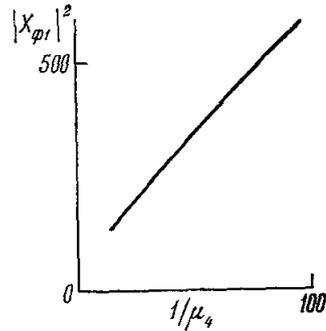


Рис. 3.

Что касается полного числа фокусов в пучке и их положений по оси z_1 , то вообще эти величины зависят от N и μ_4 . Однако при достаточно малых значениях μ_4 (что соответствует хорошо выраженной многофокусной структуре, при которой значения $|X_{\phi m}|^2$ достаточно велики) положения фокусов $z_{\phi m}$ слабо зависят от μ_4 и близки к положениям фокусов, полученным в работе ¹⁰. Существенная зависимость положений фокусов по оси z_1 сохраняется при этом только от параметра N . На рис. 4 приведено семейство кривых, определяющих зависимость величин $z_{\phi m}$ от N . При этом величина параметра μ_4 для каждого N выбиралась таким образом, чтобы значение $|X_{\phi 1}|^2$ составляло примерно 170, т. е. было бы достаточно велико (график соответствующих значений отношения μ_4/N^2 в зависимости от N тоже приведен на рис. 4). Для сравнения на рис. 5 приведено аналогичное семейство кривых, полученное в работе ¹⁰. Мы видим, что рассматриваемые семейства кривых имеют одинаковый характер и количественные различия этих семейств невелики (эти различия в основном проявляются для фокусов с большими номерами). Причиной существования этих различий является то, что для принятых значений μ_4 мощность, поглощаемая в интервалах между соседними фокальными областями, хотя и невелика, но все же сравнима с мощностью, поглощаемой в самих фокальных областях (см. рис. 2). При уменьшении значений μ_4 мощность, поглощаемая между соседними фокальными областями, уменьшается и положения всех фокусов приближаются к положениям, определяемым рис. 5. Таким образом, видно, что положения фокусов $z_{\phi m}$ можно аппроксимировать аналитической зависимостью

$$z_{\phi m} = \frac{\chi_m N}{N - N_m}, \quad (58a)$$

где величины χ_m, N_m , вообще зависящие от μ_4 и N , практически постоянны при достаточно малых значениях параметра μ_4 . Для размерных

значений положений фокусов $\zeta_{\phi m} = z_{\phi m} l_x$ равенство (58) дает

$$\zeta_{\phi m} = \frac{\chi_m}{N_m} \frac{k a_0^2}{\sqrt{P_0/P_{кр}^{(m)}} - 1}. \quad (586)$$

Равенства (58) при $m = 1$ обобщают выражения (47), (48). Действительно, как видно из рис. 5,

$$\lim_{\mu_4 \rightarrow 0} \chi_1 \approx 0,7, \text{ т. е. } \lim_{\mu_4 \rightarrow 0} z_{\phi 1} = z_1^*. \quad (59)$$

Значения $P_{кр}^{(m)}$ и N_m , входящие в формулы (58), легко оцениваются с помощью (56), (57) либо более точно из рис. 4 и 5. Рассмотрим для определенности графики, представленные на рис. 4. Хорошие аппроксимации

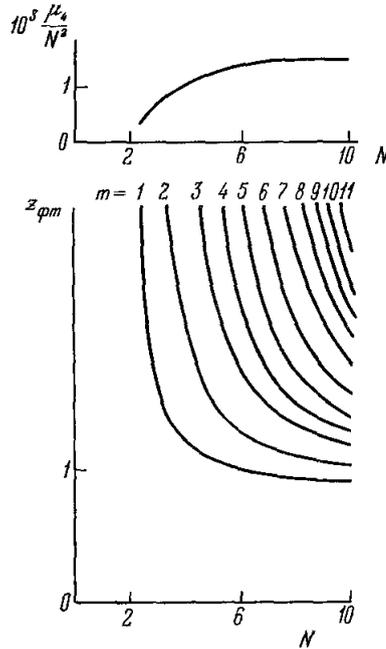


Рис. 4.

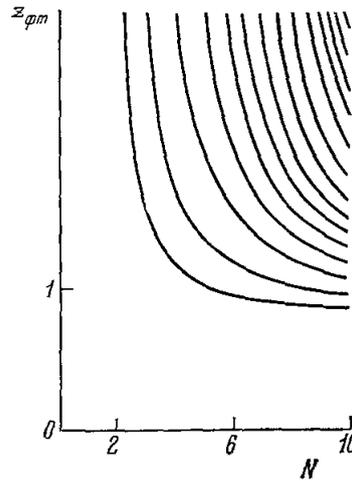


Рис. 5.

этих графиков в приведенном интервале (при $m = 1 - 4$) мы получаем, если в выражениях (58) положить

$$\begin{aligned} \chi_1 &= 0,72 & \chi_2 &= 0,76, \\ \chi_3 &= 0,79, & \chi_4 &= 0,77, \\ N_1 &= 1,77, & N_2 &= 2,48, \\ N_3 &= 3,24, & N_4 &= 3,85. \end{aligned}$$

Здесь значения N_m близки к точным, хотя и несколько отличаются от них (отличия обусловлены конкретным способом аппроксимации графических зависимостей).

В заключение этого раздела отметим, что рассмотренная картина распространения пучка в рассматриваемой среде полностью сохраняется и для случая пучков с другими «гладкими» начальными распределениями интенсивности в поперечном сечении*).

*) Это же относится и к пучку, предварительно сфокусированному обычной линзой (границное условие для такого пучка записывается в виде (36)). Численное решение соответствующей задачи было получено в работе ⁴⁶. Заметим также, что аналогичная задача рассматривалась в работе ⁴⁷. Однако использованное в последней работе преобразование переменных применительно к рассматриваемой задаче дает разрыв в решении при $z = R$ (т. е. в фокальной плоскости линзы). Поэтому представленная в ⁴⁷ картина распространения пучка при $z > R$ не отвечает действительности.

б) *Вынужденное комбинационное рассеяние в направлении прямо вперед.* Последовательное описание рассматриваемого процесса распространения светового пучка с учетом явления ВКР в среде, вообще говоря, представляет значительные трудности, которые связаны с необходимостью учета распределенных в среде δ -коррелированных затравочных источников рассеянного стоксова излучения (см. ⁴⁸). Поэтому мы рассмотрим лишь модельную ситуацию, когда перекачка энергии из основного пучка происходит лишь в одну первую стоксову компоненту ВКР, которая в свою очередь инициирована детерминированным монохроматическим «затравочным» пучком, падающим аналогично основному пучку извне на границу $z = 0$ рассматриваемой среды. Если в отношении пучка первой стоксовой компоненты учесть эффект Керра, то благодаря предполагаемой когерентности этого пучка в нем могли бы образовываться самостоятельные фокальные области. Ниже мы, однако, не будем интересоваться вопросом о возможности подобных ситуаций в реальных условиях *). Поэтому мы учтем эффект Керра для основного пучка и не будем учитывать этого эффекта в отношении пучка первой стоксовой частоты. Оба эти пучка предположим аксиально-симметричными. В большинстве практически интересных случаев можно пренебречь также изменением населенности основного колебательного состояния молекул вещества **). При этом мнимая часть диэлектрической проницаемости среды в отношении поля основного пучка положительна и равна $4\pi\Gamma |E_{-1}|^2$ и в отношении поля первой стоксовой компоненты ВКР она отрицательна и равна $-4\pi\Gamma |E|^2$, где E — комплексная амплитуда, относящаяся к основному пучку (см. (6)), и аналогично E_{-1} — комплексная амплитуда, относящаяся к пучку первой стоксовой частоты, Γ — коэффициент (см. ⁴⁸). Таким образом, уравнение (20) для E и в том же приближении уравнение для E_{-1} принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + 2ik \frac{\partial E}{\partial z} + k^2 \left(n_2 |E|^2 + i \frac{4\pi\Gamma}{\epsilon_0} |E_{-1}|^2 \right) E &= 0, \\ \frac{\partial^2 E_{-1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_{-1}}{\partial r} + 2ik_{-1} \frac{\partial E_{-1}}{\partial z} - k_{-1}^2 \frac{4\pi\Gamma}{\epsilon_0} |E|^2 E_{-1} &= 0; \end{aligned} \quad (60)$$

здесь $k_{-1} = 2\pi/\lambda_{-1}$, $\lambda_{-1} = 2\pi c/\omega_{-1}n_0$, $\omega_{-1} = \omega - \omega_0$ — первая стоксова частота; ω_0 — частота колебательного перехода вещества, с которым связан процесс ВКР.

Для определенности аналогично (24) рассмотрим систему (60) при условиях

$$E|_{z=0} = E_0 e^{-r^2/2a_0^2}, \quad E_{-1}|_{z=0} = E_{-1,0} e^{-r^2/2a_0^2}, \quad (61)$$

означающих гауссовское первоначальное распределение интенсивностей обоих пучков с одинаковым радиусом этого распределения и плоский фазовый фронт этих пучков в начальном сечении. Вводя обозначения (44) и обозначая также

$$H = k a_0 \sqrt{\frac{4\pi\Gamma}{\epsilon_0}} E_0^2; \quad Y = E_{-1}/E_0, \quad \xi = \frac{k_{-1}}{k} = \frac{\omega_{-1}}{\omega},$$

приходим к следующей системе уравнений для безразмерных величин X и Y :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 X}{\partial r_1^2} + \frac{1}{r_1} \frac{\partial X}{\partial r_1} + 2iN \frac{\partial X}{\partial z_1} + (N^2 |X|^2 + iH^2 |Y|^2) X &= 0, \\ \frac{\partial^2 Y}{\partial r_1^2} + \frac{1}{r_1} \frac{\partial Y}{\partial r_1} + 2iN\xi \frac{\partial Y}{\partial z_1} - i\xi^2 H^2 |X|^2 Y &= 0 \end{aligned} \quad (62)$$

*) Заметим лишь, что имеется экспериментальная работа ⁴⁹, в которой указывается на такую возможность.

***) Заметим также, что роль возбужденных колебательных состояний молекул анализировалась в работах ^{39, 50}.

с граничным условием

$$X|_{z_1=0} = e^{-r_1^2/2}, \quad Y|_{z_1=0} = \alpha e^{-r_1^2/2}, \quad (63)$$

где $\alpha = E_{-1,0}/E_0$ — отношение начальной напряженности поля на оси затравочного пучка к начальной напряженности поля на оси основного пучка. Проведенное в работе¹² численное решение этой задачи для значений $\alpha = 10^{-4}$, $\xi = 0,9$ и значений N и H , лежащих в интервале от 4 до 10, показало, что для каждого N существует значение $H = H_{кр}(N)$, такое, что при $H < H_{кр}$ величина $|X|^2$ как функция z_1 на оси пучка неограниченно возрастает при приближении к первому фокусу*). При $H > H_{кр}$ решение является полностью определенным (без выхода за рамки применимости уравнений (60)) во всей области $z > 0$. В этом случае, если значение H лишь немного превышает значение $H_{кр}$, решение представляет

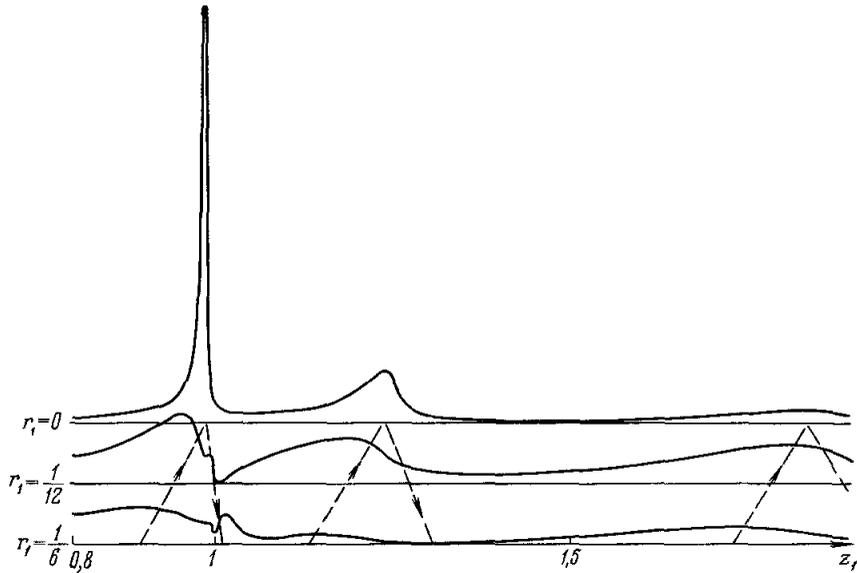


Рис. 6.

собой многофокусную структуру, положения нескольких первых фокусов в которой лишь немного отличаются от положений соответствующих фокусов на рис. 5. Остальных фокусов при этом может вообще не существовать вследствие того, что в процессе распространения происходит существенная перекачка энергии из основного пучка в стоков пучок. Последний вносит поглощение в основной пучок, так что тенденция к увеличению интенсивности на оси при формировании дальних фокусов полностью подавляется поглощением.

На рис. 6 в качестве примера приведены графики функции $|X|^2$ от z_1 при $N = 6$, $H = 1,04 H_{кр}$ ($H_{кр} \approx 7$). Три сплошные кривые на этом рисунке определяют функцию $|X|^2$ от z_1 соответственно на оси пучка ($r_1 = 0$) и на двух цилиндрах $r_1 = 1/12$ и $r_1 = 1/6$ в интервале значений z_1 от 0,8 до 1,9. Каждый из указанных графиков вычерчен в том же мас-

*) Так же как и в разделе 3 гл. II, мы не касаемся здесь вопроса о существовании математической особенности в решении, а подразумеваем лишь то, что крутизна возрастания по z величины $|X|^2$ при приближении к первому фокусу оказывается во всяком случае, настолько большой, что условие $\Lambda_{||} \gg \lambda$ (см. (9)), необходимое для применимости исходных уравнений (60), в реальных условиях нарушается

штабе, что и соответствующий график на рис. 2. Пунктирные линии на рис. 6 схематически обозначают процесс формирования фокусов и выхода из них кольцевых волн (в рассматриваемом примере полное число фокусов в основном пучке равно трем и все три фокуса лежат в приведенном интервале по z_1). Мощность $P_{\phi m}$, протекающая через центральное сечение m -й фокальной области, в рассматриваемом примере составляет для всех трех фокальных областей практически одно и то же (с абсолютной точностью $0,01 P_{\text{кр}}^{(1)}$) значение $P_{\phi m} \approx 0,7 P_{\text{кр}}^{(1)}$. С учетом этого, исходя из значений $|X_{\phi m}|^2$, определяемых графиком на рис. 6, легко определить и поперечные размеры соответствующих фокальных областей. Как видно, эти размеры быстро увеличиваются с увеличением номера фокуса за счет быстрого убывания $|X_{\phi m}|^2$ при увеличении m . По этой причине при экспериментальном наблюдении подобной картины может быть зарегистрирован лишь один (первый) фокус, если чувствительность приемного устройства недостаточна для регистрации областей со значительно меньшей плотностью энергии.

в) *Двухфотонное поглощение.* Если основным видом поглощения в среде является двухфотонное поглощение, то мнимая часть диэлектрической проницаемости этой среды пропорциональна $|E|^2$

$$\delta\epsilon'' = \epsilon_0 m_2 |E|^2. \quad (64)$$

Здесь m_2 — вещественный коэффициент. Обозначая

$$\mu_2 = \frac{m_2}{n_2} N^2 \quad (65)$$

и учитывая (22) — (24), (44), приходим к следующему уравнению для величины X :

$$\frac{\partial^2 X}{\partial r_1^2} + \frac{1}{r_1} \frac{\partial X}{\partial r_1} + 2iN \frac{\partial X}{\partial z_1} + (N^2 |X|^2 + i\mu_2 |X|^2) X = 0 \quad (66)$$

с граничным условием (46).

Проведенная в работе ¹² серия численных расчетов рассматриваемой задачи показала, что в плоскости N , μ_2 существует кривая $\mu_2 = \mu_{2\text{кр}}(N)$ такая, что при $\mu_2 < \mu_{2\text{кр}}$ величина $|X|^2$ как функция z_1 на оси пучка неограниченно возрастает при приближении к первому фокусу (подобно случаю $H < H_{\text{кр}}$; см. предыдущий пункт), при $\mu_2 > \mu_{2\text{кр}}$ решение является полностью определенным во всей области $z_1 > 0$. В последнем случае, если значение μ_2 не намного превышает значение $\mu_{2\text{кр}}$ (например, $\mu_{2\text{кр}} < \mu_2 < 2\mu_{2\text{кр}}$), полученное решение представляет собой многофокусную структуру. Особенностью этой структуры является, однако, то, что положения фокусов в ней заметно отличаются от положений фокусов, определяемых рис. 5. Это отличие объясняется тем, что двухфотонное поглощение вне фокусов является исчезающе малым лишь при достаточно малых значениях коэффициента μ_2 , в то время как при $\mu_2 > \mu_{2\text{кр}}$ это поглощение всегда будет конечным, т. е. конечной будет величина мощности, поглощаемой между соседними фокальными областями (и в интервале от начальной плоскости $z_1 = 0$ до первой фокальной области). По этой же причине и полное число фокусов оказывается заметно меньшим, чем в отсутствие двухфотонного поглощения в среде. Тем не менее механизм образования самих фокусов и структура пучка оказываются такими же, как и в двух предыдущих случаях.

На рис. 7 приведены три графика функции $|X|^2$ от z_1 соответственно при $r_1 = 0, 1/12, 1/6$, $N = 6$, $\mu_2 = 2,6$. Каждый из этих графиков вычерчен в том же масштабе, что и соответствующий график на рис. 2. В интервале $1 < z_1 < 2,1$, приведенном на рис. 7, расположены первые два

фокуса. Сравнивая рис. 2 и 7, мы видим, что качественно особенности формирования фокусов и выхода из них кольцевых волн для случаев

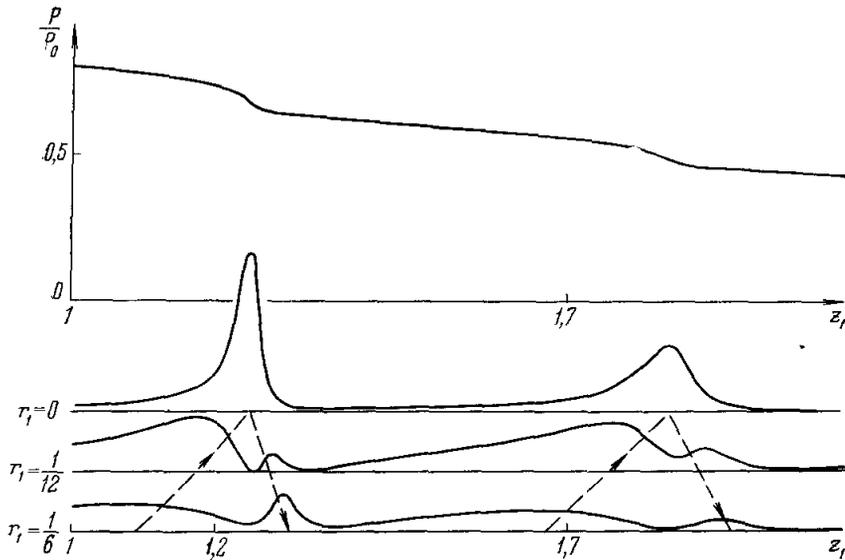


Рис. 7.

двух и трехфотонного поглощения в среде одинаковы. Зависимость относительной мощности пучка P/P_0 от z_1 , представленная верхним графиком на рис. 7, также показывает, что в каждом фокусе поглощается мощность порядка $P_{кр}^{(1)}$. Помимо этого существенная доля мощности пучка поглощается в интервале от начальной плоскости $z_1 = 0$ до первой фокальной области и между соседними фокальными областями. Мощность P_{fm} , протекающая через центральное сечение m -й фокальной области, при $m=1; 2$ равна $P_{\phi 1} \approx 0,61 P_{кр}^{(1)}$, $P_{\phi 2} \approx 0,66 P_{кр}^{(1)}$.

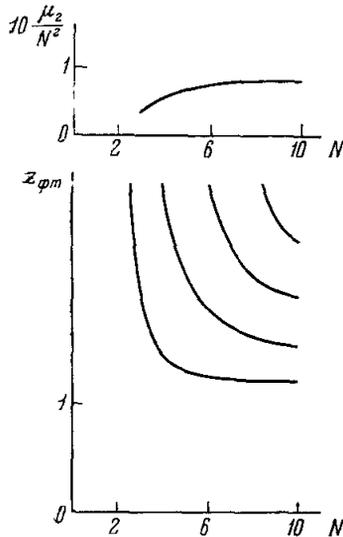


Рис. 8.

Что касается положений фокусов z_{fm} по оси z_1 , то эти величины зависят от параметров N и μ_2 . На рис. 8 приведено семейство кривых, определяющих зависимости величин z_{fm} от N при определенном выборе значений μ_2 . Значения μ_2 для каждого N выбирались так, чтобы величина $|X_{\phi 1}|^2$ оставалась постоянной и составляла примерно 110. График соответствующих значений отношения μ_2/N^2 в зависимости от N тоже приведен на рис. 8. Сравнивая рис. 4 и 8 (или рис. 2, 6, 7) мы видим, что при двухфотонном поглощении расстояния между фокусами в многофокусной структуре могут быть суще-

ственно большими, чем при других видах нелинейного поглощения.

Таким образом приведенные в пунктах а), б), в) результаты показывают, что распространение интенсивного светового пучка в широком круге материальных сред с нелинейностью керровского типа приводит к возникновению многофокусной структуры этого пучка. В согласии

с работой¹¹ конкретным видом нелинейного поглощения в среде определяется лишь ряд количественных характеристик (значения плотности энергии в фокальных областях, размеры этих областей, их число и относительное расположение). В то же время качественная картина распространения пучка оказывается не зависящей от рассмотренных видов поглощения.

Многофокусная структура пучка заведомо возникает в тех случаях, когда нелинейное поглощение среды проявляется лишь в фокальных областях и непосредственно не оказывает заметного влияния на остальные области пучка, не препятствуя, в частности, формированию самих фокальных областей. В пункте а) выяснено, что этому условию удовлетворяет трехфотонное поглощение при достаточно малых значениях коэффициента m_4 (см. (51)). Этому же условию, очевидно, будет удовлетворять и четырехфотонное, пятифотонное и т. д. поглощение при достаточно малых значениях соответствующих коэффициентов m_6 , m_8 и т. д. Рассмотренные в пунктах б) и в) примеры других видов нелинейного поглощения также показывают, что многофокусная структура пучка может возникнуть и при большом поглощении вне фокальных областей. В последнем случае полное число фокусов и их расположение по оси пучка существенно зависят от величины поглощаемой вне фокусов мощности.

3. Структура фокусов. Продольная структура фокальных областей характеризуется зависимостью величины $|X|^2$ от z_1 при $r_1 = 0$ в окрестности ее максимумов по z_1 . Для всех трех рассмотренных выше видов нелинейного поглощения указанная зависимость представлена на рис. 2, 6, 7 соответственно. Из этих рисунков видно, что фокальные области с различными номерами подобны друг другу и характеризуются асимметричной относительно точек максимума $|X|^2$ зависимостью этой величины от z_1 (задний склон соответствующих кривых круче переднего). Как видно, возможна следующая аппроксимация значений $|X|^2$ при $r_1 = 0$ в окрестности m -й фокальной области:

$$|X|^2 \sim \begin{cases} \frac{|X_{\phi m}|^2}{\{1 + [(z_1 - z_{\phi m})/\mu_m]^2\}^\alpha}, & z_1 \leq z_{\phi m}, \\ \frac{|X_{\phi m}|^2}{\{1 + [(z_1 - z_{\phi m})/\mu_m]^2\}^\beta}, & z_1 \geq z_{\phi m}, \end{cases} \quad (67)$$

где $\alpha \approx 1/2$, значение β вообще зависит от вида и величины нелинейного поглощения и обычно составляет $\beta = 1-2$.

Что касается поперечной структуры фокальных областей (определяемой зависимостью $|X|^2$ от r_1 в сечениях $z_1 = z_{\phi m}$), то соответствующие кривые для случая трехфотонного поглощения (при $N = 6$, $\mu_4 = 0,05$), отвечающие первым трем фокусам, приведены на рис. 9. Мы видим, что поперечные структуры различных фокальных областей тоже подобны друг другу. Отмеченное подобие делается понятным, если учесть, что механизм образования всех фокусов одинаков. Аналогичная структура фокальных областей в поперечном сечении сохраняется и для других рассмотренных выше видов нелинейного поглощения. Ниже обозначим через $r_{\phi m}$ радиус распределения по r_1 интенсивности в m -й фокальной области, т. е. значение r_1 , при котором выполняется равенство $|X|^2 = (1/2) |X_{\phi m}|^2$. Из рис. 9 видно, что при $r_1 < r_{\phi m}$ радиальное распределение интенсивности в фокальной области весьма близко к гауссовскому:

$$|X|^2 = |X_{\phi m}|^2 \exp \left[- \left(\frac{r_1}{r_{\phi m}} \right)^2 \ln 2 \right]. \quad (68)$$

Равенства (67), (68) удобно записать также в размерном виде:

$$|E|_{r=0}^2 = \begin{cases} \frac{|E_{\phi m}|^2}{\{1 + [(z - \zeta_{\phi m})/\Lambda_{\phi m}]^2\}^\alpha}, & z \leq \zeta_{\phi m}, \\ \frac{|E_{\phi m}|^2}{\{1 + [(z - \zeta_{\phi m})/\Lambda_{\phi m}]^2\}^\beta}, & z \geq \zeta_{\phi m}, \end{cases} \quad (69)$$

$$|E|_{z=\zeta_{\phi m}}^2 = |E_{\phi m}|^2 \exp\left(-\frac{4r^2}{d_{\phi m}^2} \ln 2\right), \quad r \leq \frac{d_{\phi m}}{2};$$

здесь $E_{\phi m} = E_0 X_{\phi m}$, $d_{\phi m} = 2r_{\phi m} \bar{a}_0$ — диаметр фокальной области,

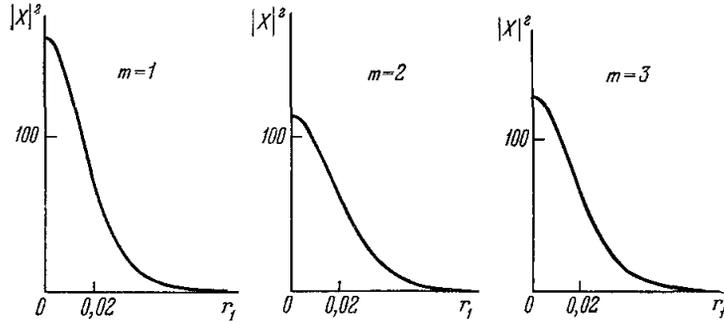


Рис. 9.

$\Lambda_{\phi m} = \mu_m l_x$ — масштаб продольного изменения поля E в фокальной области ($\Lambda_{\phi m} \equiv \Lambda_{||}$), связанный при $\beta \sim 1 - 2$ с полной длиной $l_{\phi m}$ фокальной области соотношением

$$l_{\phi m} \approx 2,5 \Lambda_{\phi m}. \quad (70)$$

Согласно изложенному в разделе 2 гл. III через центральное сечение любой фокальной области независимо от рассмотренных условий и вида нелинейного поглощения протекает мощность $P_{\phi m}$, близкая к $2P_{\text{кр}}^{(1)}/3$. В силу (69)

$$P_{\phi m} = \frac{cn_0 d_{\phi m}^2 |E_{\phi m}|^2}{32 \ln 2} = \frac{N^2 |X_{\phi m}|^2 r_{\phi m}^2}{N_1^2 \ln 2} P_{\text{кр}}^{(1)}. \quad (71)$$

Поэтому значения максимальной интенсивности $|E_{\phi m}|^2$ и диаметра $d_{\phi m}$ оказываются связанными равенством

$$|E_{\phi m}|^2 d_{\phi m}^2 \approx 0,18 \frac{\lambda^2}{n_2}. \quad (72)$$

Здесь учтено, что $N_1^2 \ln 2 \approx 2,7$. Значения $d_{\phi m}$ определяются нелинейным поглощением в среде. Результаты, представленные на рис. 3 и 4 (см. раздел 2, а), гл. III), позволяют найти для наиболее интересных условий связь значений $d_{\phi 1}$ с коэффициентом трехфотонного поглощения m_4 . Легко видеть, что при $\mu_4/N^2 \sim 2 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-4}$ (т. е. $|E_{\phi 1}|^2 \sim 100 - 1000 E_0^2$) и $N \geq 4$ (т. е. $P_0 \geq 4P_{\text{кр}}^{(1)}$) зависимость плотности энергии $|E_{\phi 1}|^2$ в центре первого фокуса от начальной мощности пучка практически отсутствует и соответствующее значение $|E_{\phi 1}|^2$ равно

$$|E_{\phi 1}|^2 \approx 0,15 \frac{n_2}{m_4}, \quad (73a)$$

т. е. определяется только константами среды n_2 и m_4 . Соответственно значение диаметра $d_{\phi 1}$ фокальной области тоже определяется лишь этими

константами *):

$$d_{\phi 1} \approx 1,4\lambda \frac{\sqrt{m_4}}{n_2} \quad (73б)$$

В отношении остальных фокусов справедливы подобные соотношения. Здесь заметим, что в согласии с изложенными результатами экспериментально измеренные значения диаметров фокусов для каждого данного вещества грубо не зависят от условий наблюдения и составляют, например, для сероуглерода $5 \cdot 10^{-4}$ см, нитробензола $1,2 \cdot 10^{-3}$ см, толуола 10^{-3} см^{15,51}. Заметим также, что эти значения отвечают длине волны рубинового лазера в среде ($\lambda = 0,5 \cdot 10^{-4}$ см) и намного превышают величину λ .

Оценим теперь долю мощности, поглощаемой в фокальных областях, например, для случая трехфотонного поглощения в среде. В силу (51) интересующее нас отношение мощности, поглощаемой в фокусе, к мощности, втекающей в него, порядка $kt_4 |E_{\phi m}|^2 l_{\phi m}$ или, с учетом (72), (73а), порядка $l_{\phi m}/kd_{\phi m}^2$. Требуя, чтобы в соответствии с результатами, изложенными в разделе 2, это отношение было порядка единицы, получаем $l_{\phi m} \sim kd_{\phi m}^2$. Таким образом, длина фокальной области связана с ее диаметром таким же соотношением, как и при фокусировке в линейной среде **). Более точные значения численного коэффициента в этом соотношении могут быть получены непосредственно из графиков на рис. 2, 6, 7 и приведенных значений мощности, протекающей через центральное сечение фокальных областей. Из этих графиков для отвечающих им параметров и видов нелинейного поглощения находим соответственно

$$l_{\phi m} \approx 3kd_{\phi m}^2, \quad (74а)$$

$$l_{\phi m} \approx 2kd_{\phi m}^2, \quad (74б)$$

$$l_{\phi m} \approx 4kd_{\phi m}^2. \quad (74в)$$

Равенства (74) показывают, что условие $\Lambda_{\parallel} \gg \Lambda_{\perp}$ (или $l_{\phi m} \gg d_{\phi m}$), необходимое для применимости параболического уравнения (см. (9)), заведомо выполнено, поскольку выполнено неравенство $\Lambda_{\perp} \gg \lambda$ (или $d_{\phi m} \gg \lambda$).

Рассмотрим теперь численный пример, отвечающий типичным экспериментальным условиям. Начальный радиус пучка a_0 примем равным 0,15 мм^{42,52}. Длину волны λ в веществе положим $0,5 \cdot 10^{-4}$ см, что отвечает частоте рубинового лазера при показателе преломления вещества $n_0 \approx 1,5$. В качестве вещества для определенности рассмотрим сероуглерод, для которого $n_2 \sim 0,5 \cdot 10^{-11}$ CGSE и соответственно согласно (55), (40) $P_{кр}^{(1)} \sim 20$ квт ***). При мощности падающего пучка $P_0 \sim$

*) Заметим, что согласно (73а) в фокальной области и, следовательно, вообще в рассматриваемой среде выполнено неравенство $\delta\epsilon'' \ll \delta\epsilon'$. Как отмечалось в разделе 1 гл. II, это позволяет не учитывать поправок к действительной части ϵ , связанных с наличием $\delta\epsilon''$. Прямые численные расчеты рассматриваемой задачи с учетом этих поправок (когда $\delta\epsilon$ записано в виде $\delta\epsilon = (1/2) \epsilon_2 |E|^2 - \epsilon_0 n_4 |E|^4 + i\epsilon_0 m_4 |E|^4$, где $n_4 \ll m_4$) показывают, что качественно картина распространения пучка остается неизменной. Количественные изменения в этой картине оказываются малыми. Например, изменения диаметров фокальных областей не превышают 15%.

***) Например, из (34) вытекает, что при фокусировке в линейной среде пучка с гауссовским распределением интенсивности соответствующая длина равна $l_{\phi} \approx 0,7 kd_{\phi}^2$. Для пучков с другими начальными распределениями интенсивности отличия состоят лишь в значении численного коэффициента в этом равенстве.

****) Значение $P_{кр}$ для сероуглерода экспериментально измерено в работе⁵³. Экспериментально измеренные в работе⁵⁴ значения $P_{кр}$ для толуола и нитробензола составляют 55 квт и 19 квт соответственно, что для коэффициента n_2 этих веществ дает примерно $0,2 \cdot 10^{-11}$ CGSE и $0,5 \cdot 10^{-11}$ CGSE.

~ 200 кат $\sim 10P_{\text{кр}}^{(1)}$ согласно (54) имеем $N = 6$. С помощью (48), (59) или непосредственно из графиков на рис. 4, 5, 8 находим расстояния $\zeta_{\phi m}$ нескольких первых фокусов от входной плоскости среды: $\zeta_{\phi m} \sim 5 - 10$ см. Далее из (71) следует

$$|X_{\phi m}|^2 \approx \frac{2N^2 \ln^2 2}{3N^2 r_{\phi m}^2} \approx \frac{7,2}{N^2} \left(\frac{\bar{a}_0}{d_{\phi m}} \right)^2.$$

Поскольку для сероуглерода $d_{\phi 1} \approx 5 \cdot 10^{-4}$ см, то для $|X_{\phi 1}|^2$ это дает $|X_{\phi 1}|^2 \approx 180$ (или, что то же, $|E_{\phi 1}|^2 \approx 180 E_0^2$). Таким образом, рассматриваемый пример лежит в диапазоне параметров, принятых в численных расчетах и соответствующих аналитических аппроксимациях. Оценка длины фокальной области с помощью (74) дает значение $l_{\phi 1} \sim 1$ мм.

Рассмотрим теперь несколько иной пример. Примем начальный радиус пучка \bar{a}_0 равным 0,5 мм; длину кюветы с исследуемым веществом примем $l = 10$ см. Тогда согласно (58) появление первого фокуса в объеме кюветы произойдет лишь в том случае, когда начальная мощность пучка превысит критическую более чем в 150 раз. Ясно, что при таких превышениях начальной мощности над критическим значением отклонения от аксиальной симметрии начального распределения в реальном пучке могут сами содержать сверхкритическую мощность и тем самым в отдельных областях пучка могут образовываться самостоятельные многофокусные структуры. При этом роль начального радиуса и начальной мощности для каждой из таких структур будут играть величины существенно меньшие, чем 0,5 мм и 150 $P_{\text{кр}}^{(1)}$. Указанная картина разбиения начального пучка на ряд самостоятельных пучков при очень больших сверхкритических мощностях наблюдается экспериментально. При этом роль начального радиуса \bar{a}_0 для каждого из самостоятельных пучков играет величина порядка 0,1 мм (см.⁴¹), что для начальной мощности дает значение порядка 10 $P_{\text{кр}}^{(1)}$. Заметим также, что теоретически возможность подобного разбиения пучка с большой сверхкритической мощностью отмечалась в работах ^{40, 55, 56} *).

Оценим теперь величину продольной составляющей E_z амплитуды электрического поля в фокальных областях. Согласно (13), (69) имеем

$$|E_z| = \frac{1}{k} \left| \frac{\partial E_r}{\partial r} \cos \varphi \right| \approx |E_{\phi m} \cos \varphi| \frac{4r \ln 2}{k d_{\phi m}^2} \exp \left(-\frac{4r^2}{d_{\phi m}^2} \ln 2 \right), \quad (75)$$

где φ — полярный угол цилиндрической системы координат r, φ . Согласно (75) максимум величины $|E_z|$ достигается при $\varphi = 0, \pi$ и значении $r = r_{\text{max}}$, где

$$r_{\text{max}} \approx \frac{d_{\phi m}}{2 \ln 2}. \quad (76)$$

Соответствующее значение $|E_z|_{\text{max}}$ равно

$$|E_z|_{\text{max}} \approx 0,1 \frac{\lambda}{d_{\phi m}} |E_{\phi m}|. \quad (77)$$

Величина амплитуды поперечной составляющей электрического поля $|E_{\phi m}|$ легко оценивается с помощью (72). При $n_2 = 0,5 \cdot 10^{-11}$ CGSE, $d_{\phi m} = 5 \cdot 10^{-4}$ см, $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-4}$ см находим $|E_{\phi m}| \approx 1,9 \cdot 10^4$ CGSE и далее с помощью (77) получаем $|E_z|_{\text{max}} \approx 1,9 \cdot 10^2$ CGSE.

* С этой точки зрения теоретическое рассмотрение⁵⁷ двумерных пучков в рассматриваемых средах носит формальный характер, поскольку в реальных условиях происходит их разбиение на трехмерные (например, близкие к аксиально-симметричным) пучки.

В заключение этой главы отметим, что в некоторых работах (см. 58,59) для описания распространения световых пучков в средах с керровской нелинейностью используется приближение геометрической оптики. Однако это приближение заведомо неприменимо для описания многофокусной структуры. Действительно, в первый фокус втекает мощность $P_{\Phi 1} \approx P_{кр}^{(1)}$, откуда сразу находим $l_{нел} \sim l_d$, где $l_{нел} = d_{\Phi 1}/2 \sqrt{n_2} |E_{\Phi 1}|^2$ — характерная длина изменения поля в фокальной области, связанная с нелинейностью вещества (и получаемая в рамках геометрической оптики); $l_d \sim kd_{\Phi 1}^2$ — характерная длина дифракционной расходимости в соответствующей линейной среде. Поскольку величины $l_{нел}$ и l_d одинакового порядка, то поведение пучка в фокальной области в равной мере определяется как геометрооптической рефракцией, обусловленной нелинейностью среды, так и дифракцией. Поэтому приближение геометрической оптики теряет силу в области первого фокуса и во всей области за ним.

IV. РАСПРОСТРАНЕНИЕ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ МОЩНЫХ СВЕТОВЫХ ИМПУЛЬСОВ ТЕОРИЯ ДВИЖУЩИХСЯ ФОКУСОВ

1. Квазистационарные пучки. Для анализа распространения светового пучка в нелинейной среде в квазистационарных условиях надо согласно (20), (21) считать время t параметром в граничном условии. Граничное условие для определенности запишем в виде

$$|z=0 = E_0(t) e^{-r^2/2\bar{a}_0^2} \quad (78)$$

т. е. будем предполагать, что при всех t падающий пучок имеет гауссовское распределение интенсивности с постоянным радиусом \bar{a}_0 и плоский фазовый фронт. Функция $E_0(t)$ в (78) определяется огибающей лазерного импульса, т. е. зависимостью от времени начальной мощности пучка P_0 .

Проведем теперь анализ полученных в предыдущей главе решений с учетом изменения во времени начальной мощности пучка. Поскольку продольное расположение всех фокусов существенно зависит от этой мощности, то мы сразу приходим к выводу, что фокусы будут двигаться по направлению вдоль оси пучка в соответствии с огибающей лазерного импульса¹¹. Исходя из (586), получаем зависимость от времени положений фокусов $\zeta_{\Phi m}$:

$$\zeta_{\Phi m}^{(1)}(t) = \frac{\chi_m}{N_m} \frac{k\bar{a}_0^2}{\sqrt{P_0(t)/P_{кр}^{(m)}} - 1} \quad (79)$$

здесь χ_m/N_m — численный коэффициент (см. (59)), $P_0(t) = (cn_0/8) \bar{a}_0^2 E_0^2(t)$. Полное число m фокусов при $z > 0$ в момент t будет определяться из условия $P_0(t) > P_{кр}^{(m)}$. При небольшом превышении максимальной мощности лазерного импульса над критическим значением $P_{кр}^{(1)}$ появится один движущийся фокус. Затем появятся следующие фокусы, причем их число будет расти с увеличением максимальной начальной мощности.

В реальных условиях мы всегда имеем дело со слоем среды конечной толщины l , определяемой, например, длиной кюветы с исследуемым веществом. Моменты t_m прохождения каждой фокальной области через выходную плоскость среды, равно как и через любую фиксированную плоскость внутри нее, будут различны, и соответствующие характерные времена Δt_m этого прохождения будут определяться формулой

$$\Delta t_m = \frac{l_{\Phi m}}{|v_{\Phi m}|} \quad (80)$$

где $v_{\phi m}$ — соответствующие скорости движения:

$$v_{\phi m} = \frac{d\zeta_{\phi m}}{dt} \Big|_{t=t_m}. \quad (81)$$

Ниже для определенности рассмотрим импульс с огибающей следующего вида:

$$P_0(t) = \frac{P_{\max}}{[1 + (1,3t/\tau_n)^2]^2}; \quad (82)$$

здесь τ_n — длительность этого импульса, определенная по уровню $P_{\max}/2$; время отсчитывается от момента максимума мощности падающего пучка в сечении $z = 0$ (рассмотрение импульсов с другими огибающими может быть проделано совершенно аналогично и не дает существенных других результатов). Тогда согласно (79) для положений фокусов $\zeta_{\phi m}(t)$ получаем

$$\zeta_{\phi m}(t) = \chi_m k \bar{a}_0^2 \frac{1 + (1,3t/\tau_n)^2}{N_{\max} - N_m - N_m (1,3t/\tau_n)^2}, \quad (83)$$

где $N_{\max} = N_1 \sqrt{P_{\max}/P_{\text{кр}}^{(1)}}$. Момент t_m прохождения m -го фокуса через плоскость $z = l$, очевидно, определяется из условия $\zeta_{\phi m} = l$, которое дает

$$t_m = \pm \frac{\tau_n}{1,3} \sqrt{\frac{N_{\max} - N_m - \chi_m (k \bar{a}_0^2/l)}{N_m + \chi_m (k \bar{a}_0^2/l)}}. \quad (84)$$

Мы видим, что условие появления этого фокуса в рассматриваемом слое среды ($0 \leq z \leq l$) сводится к неравенству $N_{\max} - N_m - \chi_m (k \bar{a}_0^2/l) \geq 0$. При этом согласно (83), (84) m -й фокус первоначально появляется в сечении $z = l$ в момент $t_m < 0$ (знак минус в формуле (84)), двигаясь в глубь рассматриваемого слоя. При $t = 0$ этот фокус останавливается в точке $z = \zeta_{\min}^{(m)}$, где

$$\zeta_{\min}^{(m)} = \frac{\chi_m k \bar{a}_0^2}{N_{\max} - N_m} \quad (85)$$

и затем движется по направлению к границе $z = l$. Момент t_m выхода этого фокуса из рассматриваемого слоя соответствует знаку плюс в формуле (84).

Вычислим скорости движения фокусов в сечении z . Из (83) находим

$$\begin{aligned} v_{\phi m} &= \frac{2,6}{\tau_n} \frac{\chi_m k \bar{a}_0^2 N_{\max} (1,3t/\tau_n)}{[N_{\max} - N_m - N_m (1,3t/\tau_n)^2]^2} = \\ &= \pm \frac{2,6}{\tau_n} \frac{z^2}{\chi_m k \bar{a}_0^2 N_{\max}} \left(N_{\max} - N_m - \chi_m \frac{k \bar{a}_0^2}{z} \right)^{1/2} \left(N_m + \chi_m \frac{k \bar{a}_0^2}{z} \right)^{3/2}. \end{aligned} \quad (86)$$

Как видно, абсолютные величины скоростей $|v_{\phi m}|$ монотонно возрастают с увеличением $|t|$ или z . Максимальное значение этих скоростей в рассматриваемом слое достигается на его границе $z = l$. Оценим в типичных условиях значения скорости движения фокусов $|v_{\phi m}|$ и характерных времен Δt_m их пребывания в данной точке среды. При этом параметры пучка при максимальной мощности примем те же, что и в первом численном примере из раздела 3 гл. III, т. е. положим $N_{\max} = 6$ (т. е. $P_{\max} \approx 10 P_{\text{кр}}^{(1)}$), $\bar{a}_0 = 0,15$ мм, $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-4}$ см, $l_{\phi m} = 0,1$ см (т. е. $d_{\phi 1} \approx 5 \cdot 10^{-4}$ см), $l = 10$ см. Длительность лазерного импульса τ_n примем равной $2 \cdot 10^{-8}$ сек. Тогда для расстояния $z = l = 10$ см от входной плоскости среды из (86) и (59) получаем

$$|v_{\phi 1}| \approx |v_{\phi 2}| \approx 1,2 \cdot 10^9 \text{ см/сек.} \quad |v_{\phi 3}| \approx 0,9 \cdot 10^9 \text{ см/сек.}$$

Для величин Δt_m отсюда с помощью (80) находим $\Delta t_m \approx 10^{-10}$ сек. Из этих оценок видно, что характерные времена Δt_m , определяющие времен-

ной масштаб τ (см. (9)), заметно больше времени установления ориентационного эффекта Керра. Например, в рассмотренном случае сероуглерода соответствующее значение τ_K меньше, чем $2 \cdot 10^{-12}$ сек⁴⁵. Поэтому условие (9г) применимости исходного уравнения заведомо выполнено даже при ориентационном механизме эффекта Керра. В подобных ситуациях это условие оказывается выполненным при ориентационном механизме эффекта Керра и в других веществах. При электронном эффекте Керра данное условие выполнено с большим запасом. Легко видеть, что заведомо выполнено и условие (9в). Рассмотрим наконец последнее из условий применимости уравнения (20) — неравенство (19). Это неравенство можно переписать в виде

$$|v_{\phi m}| \ll v, \quad (87)$$

где v — скорость света в среде (см. (14)). Как видно, данное соотношение в рассмотренном примере тоже выполнено. Однако для импульсов меньших длительностей τ_n и при больших значениях длины кюветы неравенство (87) может нарушаться. В последнем случае необходимо исходить из уравнения (14) (см. следующий раздел).

Отметим, что выражение (80) для характерных времен Δt_m пребывания фокальной области в данной точке среды справедливо лишь при условии, что скорости движения фокусов $v_{\phi m}$ практически не изменяются за время Δt_m . Это условие заведомо нарушается в точках «поворота» фокальных областей, т. е. при $t = 0$. В этих точках характерные времена $\Delta t_m^{(0)}$ определяются из условия $l_{\phi m}/2 = \zeta_{\phi m} (\Delta t_m^{(0)}/2) - \zeta_{\phi m}(0)$, которое дает

$$\Delta t_m^{(0)} \approx \tau_n (N_{\max} - N_m) \sqrt{\frac{l_{\phi m}}{N_{\max} \chi_m k a_0^2}} \quad (88)$$

В рассмотренном выше численном примере с учетом (88) получаем $\Delta t_m^{(0)} \approx 2 \cdot 10^{-9}$ сек. Мы видим, что значение $\Delta t_m^{(0)}$ времени пребывания фокуса в точке его поворота намного больше, чем соответствующее значение Δt_m в выходной плоскости среды $z = l$. Поэтому можно ожидать, что процессы, происходящие в веществе при высоких плотностях энергии, но требующие достаточного времени развития, например, пробой в жидкости, проявятся в первую очередь в точках поворота фокусов или вблизи них⁴¹. Этим, по-видимому, объясняется дискретный характер наблюдавшегося в⁴¹ оптического пробоя в прозрачных диэлектриках, возникающего при распространении в них лазерных импульсов.

Оценим теперь полную энергию $W_m^{(0)}$, поглощаемую в фокальной области за время $\Delta t_m^{(0)}$ ее поворота, и полную энергию W_m , поглощаемую в этой области за время Δt_m прохождения плоскости $z = l$. Вообще мы имеем $W_m^{(0)} \sim P_{\text{кр}}^{(0)} \Delta t_m^{(0)}$, $W_m \sim P_{\text{кр}}^{(1)} \Delta t_m$. При $P_{\text{кр}}^{(0)} \sim 20$ квт для рассматриваемых условий находим $W_m^{(0)} \sim 4 \cdot 10^{-5}$ дж, $W_m \sim 2 \cdot 10^{-6}$ дж. В зависимости от конкретного вида поглощения некоторая доля этой энергии может идти на нагрев среды. Если, например, основным видом поглощения является ВКР, то при $\omega_{-1}/\omega = 0,9 - 0,95$ часть (90—95%) этой энергии преобразуется в энергию стоксовой компоненты и 5—10% диссипируется в среде. Ниже для определенности, например, примем, что на нагрев среды расходуется 5% всей энергии, поглощаемой в фокальной области. В этом случае нагрев в фиксированной точке среды после прохождения через нее фокальной области в рассматриваемом примере для сероуглерода будет составлять $\Delta T^{(0)} \sim 100^\circ$ в точке поворота и $\Delta T \sim 5^\circ$ при $z = l$. Для других веществ (например, толуола, нитробензола) соответствующие значения $\Delta T^{(0)}$ и ΔT в аналогичных условиях оказываются примерно на порядок меньше. Локальный нагрев вызывает звуковую волну, приводящую к расширению вещества от места этого нагрева

и тем самым к изменению (Δn_p) показателя преломления вещества *). Нетрудно убедиться, что в точках поворота фокальных областей расчетное значение $|\Delta n_p|$ может заметно превысить значение $\Delta n = (1/2) n_0 n_2 |E_{\phi m}|^2$, получаемое без учета нагрева среды. Последнее означает, что многофокусная структура вообще может исчезнуть во время поворота фокусов или при приближении к точке поворота. В то же время при быстром движении фокусов (например, при $z \approx l$) влияние нагрева на многофокусную структуру (либо по крайней мере на ее первые фокусы) будет несущественным ($|\Delta n_p| \ll \Delta n$) за счет намного меньших значений этого нагрева и намного меньших значений времен Δt_m . Заметим, что в работе ⁶⁰ на основе наблюдения ярких точек на торце кюветы было экспериментально установлено, что после появления этих точек возникает звуковое расширение вещества.

Исчезновение многофокусной структуры в некоторый момент времени может происходить также под влиянием ВКР **). Действительно, основанный на стационарной теории расчет величины усиления первой стоксовой компоненты на длине фокальной области, получаемой, например, в условиях трехфотонного поглощения (т. е. величины $\exp [(4\pi\Gamma/\varepsilon_0) (2\pi/\lambda_{-1}) |E_{\phi m}|^2 l_{\phi m}]$ или с учетом (72), (74а) $\exp [(85\pi\Gamma/\varepsilon_0) (\omega_{-1}/\omega)/n_2]$, дает для сероуглерода значение $\sim e^{800}$, для толуола $\sim e^{150}$ и нитробензола $\sim e^{70}$ (при расчете Γ (см. ⁴⁸) абсолютные значения сечения и ширины линии комбинационного рассеяния для рассматриваемых веществ взяты из работ ^{61,62}); значение n_2 для всех этих веществ принято в соответствии с последней сноской на стр. 225. Столь большие расчетные значения усиления означают, что в стационарных условиях рассматриваемые фокусы (размеры которых определяются безынерционным видом поглощения) не должны были бы возникнуть, так как прежде за счет усиления спонтанно рассеянного света энергия пучка была бы преобразована в энергию первой стоксовой компоненты ВКР ***). Именно такая ситуация не исключена в расчетных точках поворота фокусов или вблизи них. В то же время вдали от этих точек при быстром движении фокусов ВКР вообще становится нестационарным (и тем самым намного менее эффективным), не препятствуя возникновению рассматриваемых фокусов. Нестационарность ВКР связана с тем, что при больших значениях усиления время установления стационарного режима намного превышает соответствующее время установления обычного комбинационного рассеяния вследствие частотной зависимости коэффициента усиления при ВКР и аномальной дисперсии вещества в окрестности первой стоксовой частоты ^{63, 64}. Например, время установления обычного комбинационного рассеяния в сероуглероде составляет $2 \cdot 10^{-11}$ сек ⁶². При $\Delta t_m \sim 10^{-10}$ сек и факторе уси-

*) Обратим внимание, что поскольку в обычных условиях движение фокусов является сверхзвуковым, то, очевидно, возмущения плотности в среде будут сосредоточены в звуковом конусе. В общем случае вклад в эти возмущения помимо нагрева будет вносить также электрострикция в области фокуса.

***) Подобное влияние могут в некоторых случаях оказать и вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна, вынужденное рассеяние в крыле линии Рэлея и т. д.

****) Согласно результатам, изложенным в разделе 2,6) гл. III, значение коэффициента усиления, начиная с которого стационарное (квазистационарное) ВКР заметно подавляет все фокусы (начиная с первого), определяется из условия $N_{кр} \approx N$ (или, что то же, $4\pi\Gamma/\varepsilon_0 \approx n_2$). Как видно, это значение для принятых в разделе 2,6) гл. III условий составляет всего $\sim e^{20}$, т. е. существенно меньше приведенных выше значений. Отметим здесь, что для сероуглерода величина условия в стационарных условиях в фокальной области на самом деле будет меньше, чем e^{800} , за счет заметного возбуждения верхнего колебательного состояния молекул при ВКР. Однако указанное уменьшение коэффициента усиления относительно невелико и поэтому не играет принципиальной роли в рассматриваемом вопросе.

ления порядка 800, очевидно, ВКР в фокальной области будет существенно нестационарным. Таким образом, на пути движения фокальной области от выходной плоскости среды к расчетной точке поворота возможно ее исчезновение (либо существенное увеличение размеров) под влиянием ВКР. Момент времени, в который это произойдет, очевидно, определяется из условия, чтобы поглощение в фокальной области за счет ВКР стало сравнимым с безынерционным, например, трехфотонным поглощением. Ясно также, что в этот момент произойдет возбуждение сверхкороткого импульса первой стоксовой компоненты ВКР⁶⁵ (см. подробнее раздел 3 гл. IV).

Отметим, что исчезновение многофокусной структуры во время поворота фокусов в нитробензоле и сероуглероде наблюдалось экспериментально в работе⁴². Исчезновение движущегося фокуса при его приближении к расчетной точке поворота в сероуглероде и толуоле наблюдалось в работе⁵¹. Влияние ВКР и вынужденного рассеяния Манделъштама — Бриллюэна на процесс распространения пучка в области от входной плоскости нелинейной среды до первого фокуса исследовалось в работе⁴⁴.

2. Распространение коротких импульсов. Рассмотрим теперь распространение столь коротких лазерных импульсов, для которых условие (87) оказывается не выполненным. В этом случае надо исходить из уравнения (14) с граничным условием (21). Известная для уравнений вида (14) замена переменной $t = \xi + (z/v)$ приводит к следующему уравнению для функции E :

$$\Delta_{\perp} E + 2ik \frac{\partial E^{\#}}{\partial z} + n_2 k^2 |E|^2 E = 0 \quad (89)$$

с граничным условием

$$E|_{z=0} = \varphi(r_{\perp}, \xi). \quad (90)$$

Эта задача снова оказывается стационарной, причем переменная ξ играет лишь роль параметра в граничном условии. Поэтому, если известно семейство решений задачи (89)—(90), отвечающее всевозможным ξ , то, полагая в этом семействе $\xi = t - (z/v)$, мы получаем решение интересующей нас задачи (14), (21). На этой основе мы сразу получаем следующий общий вывод: многофокусная структура светового пучка, максимальная мощность которого больше, чем $P_{кр}^{(1)}$, возникает и в том случае, когда условие (87) не выполнено. При этом общая картина распространения пучка получается такой. Как и в квазистационарных условиях, основной особенностью этой картины являются движущиеся фокусы на оси пучка. В рассматриваемом случае эти фокусы возникают в определенные моменты времени внутри рассматриваемого слоя среды ($0 \leq z \leq l$), раздваиваются при возникновении и движутся вдоль оси z как в направлении распространения падающего пучка, так и в противоположном направлении.

а) *Траектории движения фокусов*^{51, 66, 67}. Пусть для определенности падающий пучок задан граничным условием (78). Согласно изложенному, чтобы получить положения $\zeta_{\phi m}$ фокусов по оси z , надо в (79) вместо t записать $\xi = t - (\zeta_{\phi m}/v)$. Это дает уравнение, определяющее значение $\zeta_{\phi m}$ для заданного момента t :

$$\zeta_{\phi m} = \frac{\chi_m}{N_m} \frac{\bar{k} a_0^2}{\sqrt{P_0 [t - (\zeta_{\phi m}/v)] / P_{кр}^{(m)} - 1}} \quad (91)$$

Однако более удобно начать рассмотрение с эквивалентного (91) графического способа определения траекторий движения фокусов. Для этого изобразим в координатах $z/\bar{k} a_0^2$, N совокупность кривых $N = N(z/\bar{k} a_0^2)$ (см. сплошные кривые на рис. 10), определяемых, например, для случая

достаточно малого поглощения графиком на рис. 5 (который дает «обратную» зависимость величин $Nz/k\bar{a}_0^2$ от N). В этих же координатах изобразим функцию

$$N = \frac{1}{E_{кр}} \left| E_0 \left(t - \frac{k\bar{a}_0^2}{v} \frac{z}{k\bar{a}_0^2} \right) \right|$$

(см. штриховую кривую на рис. 10). Значения $z/k\bar{a}_0^2$, отвечающие точкам пересечения сплошных и штриховой кривой, и определяют расположение (в соответствующем масштабе) фокусов по оси пучка в момент t . Если учесть, что с изменением t пунктирная кривая перемещается (со скоростью $v/k\bar{a}_0^2$) вдоль оси $z/k\bar{a}_0^2$, оставаясь подобной самой себе, то легко

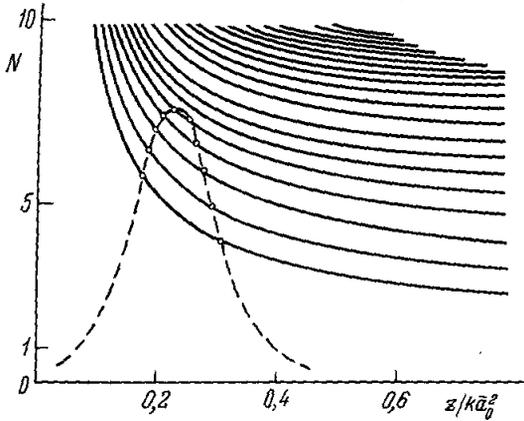


Рис. 10.

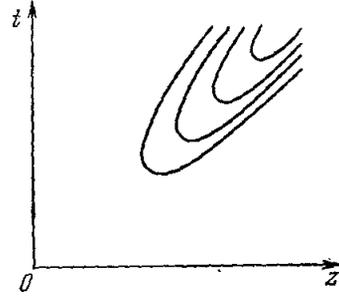


Рис. 11.

выяснить картину появления и зависимости от времени положений фокусов. Эта картина отображена на рис. 11. Мы видим, что появление каждого фокуса сопровождается его раздвоением, в результате чего возникают две группы фокусов. Для той группы, которая после появления движется по направлению распространения падающего импульса, скорости движения всегда больше скорости света v в среде (они могут превышать и скорость света в вакууме). Эта группа фокусов не имеет аналога в квазистационарных условиях. Каждый фокус из другой группы движется так же, как в квазистационарных условиях, сначала навстречу падающему пучку, затем останавливается и движется по направлению распространения падающего пучка. Результаты квазистационарного рассмотрения при этом получаются в пределе $l_{ц}/l \rightarrow \infty$, где $l_{ц} = \tau_{ц}v$ — длина светового пути, отвечающая длительности импульса $\tau_{ц}$, l — ширина рассматриваемого слоя среды.

Рассмотрим теперь подробнее падающий импульс с огибающей вида (82). Уравнение (91) при этом дает

$$t = \frac{\xi_{\phi m}}{v} \pm \frac{\tau_{ц}}{1,3} \sqrt{\frac{N_{\max} - N_m - \chi_m (k\bar{a}_0^2 / \xi_{\phi m})}{N_m + \chi_m (k\bar{a}_0^2 / \xi_{\phi m})}}, \quad (92)$$

откуда для скорости движения фокуса $v_{\phi m} = d\xi_{\phi m}/dt$ находим следующее выражение:

$$v_{\phi m} = \frac{v v_{\phi m}}{v + v_{\phi m}}, \quad (93)$$

где

$$v_{\phi m} = \pm \frac{\xi_{\phi m}^2}{\chi_m k\bar{a}_0^2 N_{\max}} \frac{2,6}{\tau_{ц}} \left(N_{\max} - N_m - \chi_m \frac{k\bar{a}_0^2}{\xi_{\phi m}} \right)^{1/2} \left(N_m + \chi_m \frac{k\bar{a}_0^2}{\xi_{\phi m}} \right)^{3/2}$$

— соответствующее значение скорости движения фокуса в квазистационарных условиях (см. (86)). Величину $v_{\phi m}$ ниже для краткости будем называть квазистационарной скоростью*). Из рис. 11 видно, что точки появления фокусов определяются из условия $dt/d\zeta_{\phi m} = 0$, которое с учетом (93) приводит к уравнению

$$|v_{\phi m}| = v. \quad (94)$$

Решение $\zeta_{\phi m}$ этого уравнения легко получить для ряда предельных случаев. Например, при условии

$$\tilde{\zeta}_{\phi m} - \zeta_{\min}^{(m)} \ll k\bar{a}_0^2, \quad \zeta_{\min}^{(m)} \quad (95)$$

решение этого уравнения имеет вид

$$\tilde{\zeta}_{\phi m} = \zeta_{\min}^{(m)} + \frac{(N_{\max} - N_m)^2 (v\tau_n)^2}{(2,6)^2 N_{\max} \chi_m k\bar{a}_0^2}. \quad (96)$$

Из уравнения (92) также видно, что точки поворота фокусов $z = \zeta_{\min}^{(m)}$ определяются тем же равенством, что и в квазистационарных условиях:

$$\zeta_{\min}^{(m)} = \frac{\chi_m k\bar{a}_0^2}{N_{\max} - N_m}. \quad (97)$$

Отличие состоит лишь в том, что моменты $t^{(m)}$ поворота различных фокусов теперь различны:

$$t^{(m)} = \frac{\zeta_{\min}^{(m)}}{v}. \quad (98)$$

Обратим внимание, что согласно (93) для коротких импульсов на достаточном удалении фокуса от границы $z = 0$ значение его квазистационарной скорости $v_{\phi m}$ может заметно превышать скорость света в среде:

$$v_{\phi m} \gg v. \quad (99)$$

В этом случае из (93) следует, что его истинная скорость $v_{\phi m}$ близка к скорости света v .

б) *Структура движущихся фокусов.* Поскольку использованная выше замена переменной $t = \xi + (z/v)$ в уравнении (14) не содержит поперечной координаты r_{\perp} , то соответственно поперечная структура фокальных областей в рассматриваемом случае будет такой же, как и в квазистационарных условиях. В то же время продольная структура вообще изменяется. Если исключить из рассмотрения окрестности точек появления фокусов $\tilde{\zeta}_{\phi m}$ и точек их поворота $\zeta_{\min}^{(m)}$, то указанные изменения сводятся к изменению продольного масштаба, т. е. длины фокальных областей. В этом случае, исходя из выражений (69), в которых надо теперь положить $\zeta_{\phi m} = F_m \{ [P_0 [t - (z/v)]] \}$, находим в окрестности фокусов

$$|E|_{r=0}^2 = \begin{cases} \frac{|E_{\phi m}|^2}{\{1 + [(\Delta z - v_{\phi m} \Delta t)/(1 - (v_{\phi m}/v)) \Lambda_{\phi m}]^2\}^\alpha}, & \frac{\Delta z - v_{\phi m} \Delta t}{1 - (v_{\phi m}/v)} < 0, \\ \frac{|E_{\phi m}|^2}{\{1 + [(\Delta z - v_{\phi m} \Delta t)/(1 - (v_{\phi m}/v)) \Lambda_{\phi m}]^2\}^\beta}, & \frac{\Delta z - v_{\phi m} \Delta t}{1 - (v_{\phi m}/v)} > 0. \end{cases} \quad (100)$$

*) Нетрудно убедиться, что соотношение (93) между истинной скоростью движения фокуса $v_{\phi m}$ и соответствующим квазистационарным значением $v_{\phi m}$ остается в силе при любой аппроксимации положений фокусов как функций начальной мощности, $\zeta_{\phi m} = F_m(P_0)$ (см., например, (58)), в соответствующей стационарной задаче и любой рме огибающей лазерного импульса $P_0(t)$ (см., например (82)). В квазистационарных условиях, очевидно, $v_{\phi m} \approx v_{\phi m}$.

где $\Delta t = t - t_0$, $\Delta z = z - z_0$, t_0 — момент времени, в которой фокус проходит сечение z_0 . Из выражений (100) с учетом (70) и (69) видно, что в рассматриваемом случае длина фокальной области $\tilde{l}_{\phi m}$ в момент времени t_0 связана с соответствующим квазистационарным значением $l_{\phi m}$ (см. (74)) соотношением

$$\tilde{l}_{\phi m} = \left| 1 - \frac{v_{\phi m}}{v} \right| l_{\phi m}. \quad (101)$$

Соответственно характерное время $\overline{\Delta t}_m$ пребывания фокальной области в заданной точке среды z_0 равно

$$\overline{\Delta t}_m = \frac{\tilde{l}_{\phi m}}{|v_{\phi m}|} = \left| 1 - \frac{v_{\phi m}}{v} \right| \frac{l_{\phi m}}{|v_{\phi m}|}. \quad (102)$$

Рассмотрим далее окрестности точек поворота фокусов. Исходя из выражений (69) и используя (83), (98), получаем аналогично (100)

$$|E|_{r=0}^2 = \begin{cases} \frac{|E_{\phi m}|^2}{[1 + (\Delta/\Lambda_{\phi m})^2]^\alpha}, & \Delta < 0, \\ \frac{|E_{\phi m}|^2}{[1 + (\Delta/\Lambda_{\phi m})^2]^\beta}, & \Delta > 0, \end{cases} \quad (103)$$

где

$$\Delta = \Delta z - \chi_m k \bar{a}_0^2 \left(\frac{1,3}{\tau_H} \right)^2 \frac{N_{\max} [\Delta t - (\Delta z/v)]^2}{(N_{\max} - N_m)^2},$$

$$\Delta t = t - t^{(m)}, \quad \Delta z = z - \zeta_{\min}^{(m)}. \quad (104)$$

Как видно из (103), (104), характерное время $\overline{\Delta t}_m^{(0)}$ пребывания фокальной области в точке поворота определяется тем же выражением, что и в квазистационарных условиях:

$$\overline{\Delta t}_m^{(0)} = \Delta t_m^{(0)} \approx \tau_H (N_{\max} - N_m) \sqrt{\frac{l_{\phi m}}{\chi_m k \bar{a}_0^2 N_{\max}}}. \quad (105)$$

Что касается продольной структуры фокальных областей в фиксированный момент времени $t^{(m)}$, то вообще она существенно изменяется. Из (103), (104) вытекает, что эта структура и длина фокальных областей остаются такими же, как и в квазистационарных условиях ($\tilde{l}_{\phi m}^{(0)} = l_{\phi m}^{(0)}$) лишь при

$$v \Delta t_m^{(0)} \gg l_{\phi m}. \quad (106)$$

Исходя из выражений (96), (105), легко убедиться, что при этом условии точка поворота $\zeta_{\min}^{(m)}$ и точка появления $\tilde{\zeta}_{\phi m}$ m -го фокуса хорошо разделены между собой ($\tilde{\zeta}_{\phi m} - \zeta_{\min}^{(m)} \gg l_{\phi m}$). В противоположном случае

$$v \Delta t_m^{(0)} \lesssim l_{\phi m} \quad (107)$$

эти точки сливаются в том смысле, что $|\tilde{\zeta}_{\phi m} - \zeta_{\min}^{(m)}| \lesssim l_{\phi m}$. В этом случае выражение (103) описывает окрестности обеих указанных точек. Из равенств (103), (104) при условии (107) вытекает, что в момент $t^{(m)}$ кривая $|E|_{r=0}^2$ как функция z имеет в рассматриваемой окрестности два максимума, отвечающих раздвоению фокуса сразу после его появления. Расстояние δ_m между этими максимумами равно

$$\delta_m = \frac{(N_{\max} - N_m)^2 (v \tau_H)^2}{(1,3)^2 N_{\max} \chi_m k \bar{a}_0^2}, \quad (108)$$

т. е. в четыре раза превышает расстояние $\tilde{\zeta}_{\phi m} - \zeta_{\min}^{(m)}$ от точки появления до точки поворота фокуса. При $v \Delta t_m^{(0)} \ll l_{\phi m}$ минимум между рассматриваемыми двумя максимумами становится очень «неглубоким», т. е.

в момент $t_m^{(0)}$ раздвоение фокуса еще практически не проявляется. В этом случае полная длина фокальной области равна

$$\tilde{l}_{\phi m}^{(0)} = v \Delta t_m^{(0)}. \quad (109)$$

Рассмотрим теперь численный пример. При этом параметры пучка примем те же, что и в первом численном примере из раздела 3 гл. III, т. е. положим $N_{\max} = 6$, $\bar{a}_0 = 0,15$ мм, $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-4}$ см, $l_{\phi m} = 0,1$ см. Длительность лазерного импульса τ_H примем равной $3 \cdot 10^{-11}$ сек и будем рассматривать слой среды длины $l = 10$ см. Для расстояния $z = l$ из (93) и (59) получаем следующие значения скоростей движения фокусов $v_{\phi 1} \approx v_{\phi 2} \approx v(1 \pm 2,6 \cdot 10^{-2})$, $v_{\phi 3} \approx v(1 \pm 3,3 \cdot 10^{-2})$. Мы видим, что в рассматриваемом сечении скорости движения фокусов очень близки к скорости света в среде. При этом продольные размеры $\tilde{l}_{\phi m}$ движущихся фокусов согласно (101) весьма малы, $\tilde{l}_{\phi m} \approx 3 \cdot 10^{-3}$ см, и времена $\overline{\Delta t}_m$ пребывания фокальных областей в рассматриваемом сечении согласно (102) равны $\overline{\Delta t}_m \approx 1,5 \cdot 10^{-13}$ сек. Значения соответствующих времен $\overline{\Delta t}_m^{(0)}$ и размеров $\tilde{l}_{\phi m}^{(0)}$ в точках поворота фокусов, определяемые соотношениями (105), (107)–(109), имеют величину $\overline{\Delta t}_m^{(0)} \approx 3 \cdot 10^{-12}$ сек, $\tilde{l}_{\phi m}^{(0)} \sim 0,1$ см (при этом, поскольку $v \overline{\Delta t}_m^{(0)} \approx 0,06$ см $\sim l_{\phi m}$, то в рассматриваемом примере точки появления фокусов сливаются с точками их поворота). Интересно отметить, что, в отличие от квазистационарных условий, в рассматриваемом случае длина каждой из фокальных областей изменяется во времени в процессе распространения светового пучка в среде. Отметим также, что времена $\overline{\Delta t}_m^{(0)}$ и $\overline{\Delta t}_m$ столь малы, что нагрев среды фокальными областями и ее последующее расширение за время прохождения импульса не приведет к заметным поправкам в показателе преломления. Соответствующее расширение вещества и связанное с ним изменение показателя преломления на пути движения фокусов проявятся лишь после прохождения всего импульса *). Заметим также, что при электронном механизме эффекта Керра, когда $\tau_K \leq 10^{-15}$ сек, условия (9) применимости уравнения (14) для рассматриваемого случая выполнены.

3. Возбуждение сверхкоротких импульсов ВКР. До сих пор мы не рассматривали специально ВКР в обратном направлении. В то же время в работе ⁹ было обращено внимание на то, что в некоторых условиях учет обратного ВКР может существенно повлиять на отдельные участки траекторий движущихся фокусов. Это влияние проявляется в тех случаях, когда точка $\tilde{\zeta}_{\phi m}$ появления соответствующего фокуса находится внутри (или вблизи границы) рассматриваемого слоя среды и в то же время эта точка хорошо отделена от точки поворота $\tilde{\zeta}_{\min}^{(m)}$. Такие условия реализуются, например, при следующих параметрах падающего пучка и среды: $\bar{a}_0 = 0,15$ мм, $N_{\max} = 3,5$, $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-4}$ см, $l_{\phi m} = 0,1$ см, $\tau_H = 0,5 \cdot 10^{-8}$ сек, $l = 30$ см. При этих условиях из (85), (59) вытекает, что в рассматриваемом слое находятся всего два фокуса ($m = 1, 2$). При этом $\zeta_{\min}^{(1)} \approx 12$ см, $\zeta_{\min}^{(2)} \approx 21$ см. Из (94) также следует, что точка появления первого фокуса $\tilde{\zeta}_{\phi 1} \approx 26$ см лежит внутри рассматриваемого слоя. Поскольку $(\tilde{\zeta}_{\phi 1} - \zeta_{\min}^{(1)})/l_{\phi 1} \approx 140$, то точка появления данного фокуса хорошо отделена от точки его поворота. При движении фокуса

*) В этом легко убедиться, если учесть, что полная энергия \tilde{W}_m , поглощаемая в объеме фокальной области за время прохождения ею фиксированного сечения $z \neq \zeta_{\min}^{(m)}$, $\tilde{\zeta}_{\phi m}$, порядка $P_{\text{кр}} \tilde{l}_{\phi m}^{(1)} \overline{\Delta t}_m / l_{\phi m}$ и, аналогично, при $z = \zeta_{\min}^{(m)}$ соответствующая энергия $\tilde{W}_m^{(0)}$ порядка $P_{\text{кр}} \tilde{l}_{\phi m}^{(0)} \overline{\Delta t}_m / l_{\phi m}$.

от точки появления до точки поворота его скорость $v_{\phi 1}$ изменяется формально от $-\infty$ до 0 и при $z = z_{1v} \approx 19$ см ее величина становится равной v , т. е. скорости света в среде. В этом случае световой поток, первоначально спонтанно рассеянный в фокальной области в обратном направлении, распространяется и дальше вместе с этой областью на пути Δz_{1v} , определяемом вообще из условия

$$\frac{v}{2} \frac{d^2 t}{dz_{\phi m}^2} \Big|_{z_{\phi m} = z_{mv}} \left(\frac{\Delta z_{mv}}{2} \right)^2 = \tilde{t}_{\phi m},$$

которое с учетом (92) дает

$$\Delta z_{mv} = \sqrt{\frac{2\tilde{t}_{\phi m} z_{mv} [N_{\max} - N_m - \chi_m (k\bar{a}_0^2/z_{mv})][N_m + \chi_m (k\bar{a}_0^2/z_{mv})]}{N_m (N_{\max} - N_m) + [(1/4) N_{\max} - N_m] \chi_m (k\bar{a}_0^2/z_{mv})}}}. \quad (110)$$

Из (110) в рассматриваемом примере находим $\Delta z_{1v} \approx 1,5$ см. Поскольку $\Delta z_{1v}/\tilde{t}_{\phi 1} \approx 8$, то полное время взаимодействия фокальной области с рассеянным ранее световым потоком имеет резкий максимум при $z \approx z_{1v}$. Благодаря этому при $z \approx z_{1v}$ может произойти эффективное преобразование энергии фокальной области в энергию первой стоксовой компоненты ВКР. Длина светового цуга соответствующего импульса первой стоксовой компоненты, очевидно, будет порядка длины фокальной области $\tilde{t}_{\phi m}$ и тем самым длительность импульса, обусловленного ее прохождением через фиксированную плоскость среды, будет порядка $\tilde{t}_{\phi m}/v$. В рассматриваемом примере $\tilde{t}_{\phi m}/v \approx 10^{-11}$ сек. Возбужденный таким образом сверхкороткий импульс ВКР будет распространяться и дальше в обратном направлении со скоростью света в среде. В процессе взаимодействия со «свежей» набегающей на него частью исходного светового пучка произойдет дальнейшее усиление этого импульса и сформируется высокая направленность. Процесс подобного взаимодействия двух встречных потоков описан в работах ^{68, 69}. Что касается самой встречной части исходного светового пучка, то она в результате взаимодействия может быть существенно подавлена, что устранит возможность появления в ней фокуса вновь. В этом случае весь участок траектории движения данного фокуса, отвечающий условию $|v_{\phi m}| < v$, не будет реализован из-за обратного ВКР; на рис. 11 этот участок лежит выше прямой $t = t_{mv} + [(z - z_{mv})/v]$, где t_{mv} — момент прохождения фокусом сечения z_{mv} .

Сверхкороткие импульсы в обратном ВКР были впервые экспериментально обнаружены еще в работе ⁶⁸. При этом в работах ^{68, 69} было обращено внимание на корреляцию возникновения этих импульсов с возникновением ярких точек на торце кюветы с исследуемым веществом. Описанный выше механизм их возбуждения внутри кюветы был предложен в работе ⁹. В этой же работе получено экспериментальное подтверждение рассмотренного механизма возбуждения сверхкоротких импульсов ВКР на основе наблюдения корреляции этих импульсов с движущимися фокусами в среде. Сверхкороткие световые импульсы (с длительностью порядка 10^{-11} сек) экспериментально наблюдались также в обратном вынужденном рассеянии в крыле линии Рэлея ^{70, 71}. По-видимому, процесс возбуждения и дальнейшего формирования этих импульсов в вынужденном рассеянии в крыле линии Рэлея аналогичен соответствующему процессу при ВКР.

В заключение этого раздела отметим, что если возбуждение сверхкоротких импульсов ВКР при $z = z_{mv}$ происходит недостаточно эффективно за счет нестационарности ВКР, то согласно (65) имеется другая возможность возникновения подобных импульсов — при приближении

фокальных областей к точкам поворота. Как отмечалось в разделе 1 гл. IV, при приближении фокуса к точке поворота процесс ВКР может в определенный момент оказаться достаточно эффективным для полного преобразования энергии фокальной области в энергию первой стоксовой компоненты и тем самым для возникновения сверхкоротких импульсов этой компоненты. Если такое преобразование происходит в непосредственной близости к точке поворота, т. е. при $v_{\text{фм}} \ll v$, то, очевидно, импульсы первой стоксовой компоненты должны возникать в равной мере как в обратном, так и в прямом направлениях. При достаточно малом времени преобразования длительность рассматриваемых импульсов будет порядка $\tilde{t}_{\text{фм}}/v$. Если, однако, время исчезновения фокальной области больше, чем величина $\tilde{t}_{\text{фм}}/v$, то длительность импульса будет определять именно время исчезновения фокальной области. Обозначим момент исчезновения фокальной области через t_0 и сечение z , в котором оно происходит, через z_0 . Тогда в результате взаимодействия рассматриваемых импульсов ВКР с исходным световым пучком часть траекторий всех фокусов, лежащая ниже прямой $t = t_0 + [(z - z_0)/v]$ (см. рис. 11), может быть не реализована *).

Экспериментально сверхкороткие импульсы первой стоксовой компоненты, возникающие внутри кюветы с исследуемым веществом и распространяющиеся в прямом (равно как и в обратном) направлении, наблюдались в работе ⁶⁵.

4. У ш и р е н и е с п е к т р а и м п у л ь с о в в н е л и н е й н о й с р е д е. Выше мы интересовались лишь распределением интенсивности $|E|^2$ светового пучка в среде. Рассмотрим теперь полное значение комплексной амплитуды $E = |E| e^{i\varphi}$. Это позволит исследовать спектральные характеристики пучка, прошедшего слой рассматриваемой среды. Как и выше, будем считать, что падающий пучок имеет гауссовское распределение интенсивности в поперечном сечении и плоский начальный фазовый фронт, т. е. что граничное условие при $z = 0$ записано в виде (78). При этом сразу будем исходить из уравнения (14), т. е. сразу включим в рассмотрение случай коротких импульсов. Согласно изложенному в разделе 2 гл. IV надо сначала выписать решение $E = E(r, z, E_0)$ соответствующей стационарной задачи (21), (25). После этого решение интересующей нас нестационарной задачи определится выражением

$$\bar{E}(r, z, t) = E \left[r, z, E_0 \left(t - \frac{z}{v} \right) \right].$$

Для простоты, ниже ограничимся рассмотрением поля на оси пучка (т. е. при $r = 0, z > 0$). Из равенств (25), (27), (30), (31) следует, что решение $E(0, z, E_0)$ стационарной задачи имеет вид

$$E(0, z, E_0) = |E(0, z, E_0)| \exp [i \varphi(0, z, E_0)], \quad (111)$$

*) Здесь следует оговориться, что этот вывод относится лишь к достаточно коротким лазерным импульсам. В противоположном случае квазистационарных пучков импульсы ВКР будут выходить из слоя нелинейной среды за время, намного меньшее длительности лазерного импульса, и это будет создавать возможность последующей фокусировки новых частей лазерного импульса. Крутизна переднего фронта новой части лазерного импульса, очевидно, будет отвечать длительности сверхкороткого импульса ВКР. Таким образом, временной масштаб изменения интенсивности падающего пучка может быть равен длительности сверхкороткого импульса даже при работе возбуждающего лазера в режиме гигантских импульсов. Последнее обстоятельство может, в частности, оказать существенное влияние на спектральные свойства поля движущихся фокусов (см. раздел 4 гл. IV).

где

$$\varphi(0, z, E_0) = \int_0^z \left\{ \frac{1}{2} n_2 |E(0, z', E_0)|^2 - [ka(z', E_0)]^{-2} \right\} dz', \quad (112)$$

$$a(z', E_0) = 1 / \sqrt{-\frac{\partial^2}{\partial r^2} \left| \frac{E(r, z', E_0)}{E(0, z', E_0)} \right|_{r=0}}$$

— «радиус» пучка, определенный при $r \rightarrow 0$. Равенства (111), (112) определяют полное значение комплексной амплитуды E на оси пучка, если известна осевая интенсивность ($|E|^2$) и радиус a распределения интенсивности в приосевой области. Ниже мы используем выражения (114), (112) для анализа спектральных свойств пучка.

а) *Фазовая модуляция импульсов.* Рассмотрение начнем со случая

$$z \ll k\bar{a}_0^2, \frac{\bar{a}_0}{\sqrt{n_2 E_0^2 \max}} \quad (113)$$

где $E_{0\max}$ — максимальное за время импульса значение E_0 . В этом случае решение стационарной задачи (21), (25) для $|E|^2$ дает (см., например, (42), (43))

$$|E(r, z', E_0)|^2 \approx E_0^2 e^{-r^2/\bar{a}_0^2}, \quad (114)$$

откуда в силу (112)

$$\varphi(0, z, E_0) \approx kz \left[\frac{1}{2} n_2 E_0^2 - (k\bar{a}_0)^{-2} \right], \quad (115)$$

и для интересующей нас величины $\bar{E}(r, z, t) = |\bar{E}| e^{i\bar{\varphi}}$ из (114), (115) находим

$$|\bar{E}(0, z, t)| \approx \left| E_0 \left(t - \frac{z}{v} \right) \right|, \quad (116a)$$

$$\bar{\varphi}(0, z, t) \approx \frac{1}{2} n_2 kz E_0^2 \left(t - \frac{z}{v} \right) - \frac{z}{k\bar{a}_0^2}. \quad (116b)$$

Мы видим, что в отношении огибающей распространение импульса в рассматриваемой нелинейной среде при условии (113) происходит так же, как и в линейной среде. В отношении фазы $\bar{\varphi}$ эти два случая принципиально различаются между собой. Согласно (116b) в нелинейной среде (при $n_2 \neq 0$) фаза $\bar{\varphi}$ становится зависящей от времени. Она модулирована в соответствии с изменением во времени мощности падающего пучка в начальном сечении. Глубина модуляции фазы пропорциональна z , т. е. толщине слоя нелинейной среды, пройденного импульсом. Фазовая модуляция приводит к изменению спектра импульса, распространяющегося в среде. Это изменение можно определить, вычисляя непосредственно фурье-образ функции $\bar{E} e^{-i\omega_0 t}$ (экспоненциальный множитель здесь записан из соотношения (6), причем в этом разделе для удобства вместо ω в (6) будем писать ω_0). Подобные вычисления для импульсов различных форм проведены в работе ⁷². Однако здесь для краткости ограничимся лишь вычислением мгновенной частоты $\omega(t)$ колебаний поля в заданном сечении z . В силу (6) вообще имеем $\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega(t)$, где

$$\Delta\omega(t) = -\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t}, \quad (117)$$

Например, для огибающей падающего импульса вида (82) из (116b) и (117) находим

$$\Delta\omega(t) = 2kzn_2 E_0^2 \max \left(\frac{1,3}{\tau_n} \right)^2 \left(t - \frac{z}{v} \right) \left\{ 1 + \left[\frac{1,3(t - (z/v))}{\tau_n} \right]^2 \right\}^{-3}. \quad (118)$$

Соответствующая кривая $\Delta\omega(t)$ изображена на рис. 12. Как видно, функция $\Delta\omega(t)$ является нечетной функцией t относительно точки z/v и изменяется в пределах

$$\text{от } \Delta\omega_{\max} \approx (0.66/\tau_{\text{н}})kzn_2E_{0\max}^2 \text{ до } \Delta\omega_{\min} = -\Delta\omega_{\max}.$$

Относительно этой же точки функция $|\bar{E}(0, z, t)|$ четна. Поэтому спектральное распределение интенсивности колебаний электрического поля на оси пучка $I = |\bar{E}(0, z, \omega)|^2 / \sqrt{8\pi}$, где

$$\bar{E}(0, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{E}(0, z, t) e^{-i(\omega_0 - \omega)t} dt, \quad (119)$$

симметрично относительно частоты ω_0 и при условии $\Delta\omega_{\max} \gg 1/\tau_{\text{н}}$ его граничные частоты, очевидно, равны $\omega = \Delta\omega_{\max}, \Delta\omega_{\min}$. Следовательно,

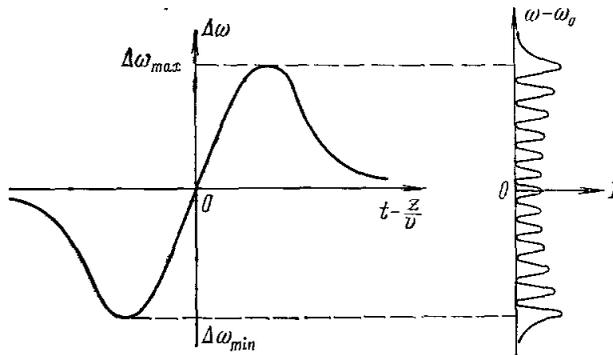


Рис. 12.

полная ширина $\Delta\omega = \Delta\omega_{\max} - \Delta\omega_{\min}$ частотного распределения интенсивности I определяется равенством ⁷³

$$\Delta\omega \approx \frac{1,3}{\tau_{\text{н}}}kzn_2E_{0\max}^2. \quad (120)$$

Если учесть, что ширина спектрального распределения интенсивности падающего пучка порядка $1/\tau_{\text{н}}$, то формула (120) непосредственно определяет величину уширения $(\Delta\omega\tau_{\text{н}})$ спектра при распространении пучка в нелинейной среде. Мы видим, что при фазовой модуляции уширение спектра пропорционально пути z , пройденному импульсом. Видно также, что уширение спектра пропорционально скорости изменения во времени показателя преломления вещества $(n_2E_{0\max}^2/\tau_{\text{н}})$ и тем самым имеет доплеровскую природу. На возможность доплеровского уширения спектра импульса, прошедшего слой нелинейной среды, обращалось внимание в работе ¹⁸. В последующей работе ⁷³ было также обращено внимание, что одно и то же значение мгновенной частоты $\omega(t)$ реализуется для двух различных моментов времени t (см. (118)). Если для этих моментов значения фазы $\bar{\varphi}$ разнятся на величину $(2k + 1)\pi$, где k — целое число, то, очевидно, в распределении I имеется минимум вблизи данной частоты. Аналогично, при разности фаз, равной $2k\pi$, в распределении I имеется максимум, т. е. частотное распределение интенсивности I имеет структуру, состоящую в осциллирующей зависимости этой величины от ω с большим числом максимумов и минимумов ⁷³ (см. рис. 12). Оценим число указанных осцилляций. Согласно (116б) изменение фазы $\bar{\varphi}$ за время t от 0 до ∞

равно $\Delta\bar{\varphi} = -kzn_2 E_{0\max}^2$. Поэтому при условии $\Delta\omega \gg 1/\tau_n$ имеем $|\Delta\bar{\varphi}| \gg 1$. Полное (при $-\infty < \omega < \infty$) число осцилляций (например, минимумов) порядка $\Delta\bar{\varphi}/2\pi \gg 1$, и «средний период» $\Delta\Omega$ этих осцилляций равен $\Delta\Omega = 2\pi\Delta\omega/|\Delta\bar{\varphi}| \approx 8/\tau_n$.

Если уширение спектра импульса достаточно велико, то существенную роль может начать играть дисперсия линейной части показателя преломления n_0 . Влияние дисперсии приведет к нарушению фазовых соотношений между частотными компонентами, т. е. фазовая модуляция может привести к амплитудной модуляции. В результате биений различных частотных компонент возможно дальнейшее уширение спектра, которое можно описать так же, как при биениях различных компонент многомодового лазерного луча. Например, частоты ω_L и $\omega_L - \omega_r$ приводят к возникновению антистоксовой компоненты $\omega_L + \omega_r$ и т. д. Этот механизм уширения спектра лазерных пучков рассмотрен в ^{23, 45}. Отметим также, что для применимости приведенных выше результатов требуется, как обычно, выполнение условий (9). Если, однако, нарушается, например, условие (9г), то спектральное распределение интенсивности $I(\omega)$ становится несимметричным относительно значения ω_0 ⁷⁴. При нарушении условий (9б), (9в) заметным изменениям может подвергаться также огибающая распространяющегося в среде импульса⁷⁵. Последнее тоже приводит к появлению несимметрии в спектре $I(\omega)$ относительно значения ω_0 , причем большую долю (по энергии) занимает уширение в стоксову область⁷⁶.

б) *Спектр поля движущихся фокусов*. Рассмотрим теперь спектр поля $E(t)$ в фиксированном сечении $z = z_0$ ($z_0 \neq \zeta_{\phi m}, \zeta_{\min}^{cm}$), обусловленного прохождением через это сечение одной из движущихся фокальных областей (в этом случае условие (113) нарушается; условия (9) мы предполагаем выполненными). Решение соответствующей стационарной задачи для $|E|_{r=0}^2$ теперь определяется выражениями (69). Входящую также в (112) величину $a(z', E_0)$ можно оценить следующим образом. Через сечение z в окрестности фокальной области протекает мощность $KR_{\text{кр}}^{\text{ап}}$, где коэффициент K порядка единицы и уменьшается с увеличением z , например при $\zeta_{\phi m} - z \ll l_{\phi m}$ имеем $K \approx 1$ и при $z = \zeta_{\phi m}$ $K \approx 2/3$. Учитывая при этом, что поперечное распределение интенсивности в окрестности фокуса близко к гауссовскому (см. (69)), находим $(1/2)n_2 |E(0, z', E_0)|^2 = 2K(z') [ka(z', E_0)]^{-2}$. Чтобы выяснить основные особенности спектра поля движущихся фокальных областей, мы положим для простоты $K(z') \equiv 1$ и в равенствах (69) будем считать $\alpha = \beta = 1$, т. е. ограничимся симметричной относительно точки $\zeta_{\phi m}$ аппроксимацией зависимости величины $|E|^2$ в окрестности фокуса. Тогда равенства (111), (112) дают

$$E(0, z, E_0) = \frac{|E_{\phi m}| \exp(i\chi_0)}{\sqrt{1 + \{[z - \zeta_{\phi m}(E_0)]/\Lambda_{\phi m}\}^2}} \times \\ \times \exp \left[\frac{i}{4} k \Lambda_{\phi m} n_2 |E_{\phi m}|^2 \arctg \left(\frac{z - \zeta_{\phi m}(E_0)}{\Lambda_{\phi m}} \right) \right], \quad (121)$$

где χ_0 — постоянная, и для величины \bar{E} в окрестности момента t_0 прохождения фокальной области через сечение z_0 находим

$$\bar{E}(0, z_0, t) = \frac{|E_{\phi m}| \Delta t_x \exp(i\chi_0)}{\sqrt{(\Delta t_x)^2 + (t - t_0)^2}} \left[\frac{\Delta t_x + i(t - t_0)}{\Delta t_x - i(t - t_0)} \right]^{\alpha/2}, \quad (122)$$

где

$$\Delta t_x = \frac{\Lambda_{\phi m}}{|v_{\phi m}|}, \quad \alpha = \frac{(-1)^s}{4} k \Lambda_{\phi m} n_2 |E_{\phi m}|^2 \quad (s = 0, 1). \quad (123)$$

$v_{\phi m}$ — значение квазистационарной скорости фокуса, отвечающее рассматриваемому сечению z_0 ; $s = 0$ при $v_{\phi m} < 0$, $s = 1$ при $v_{\phi m} > 0$.

Фурье-образ (119) функции (122) определяется выражением⁷⁷

$$\bar{E}(0, z_0, \omega) = \begin{cases} -\frac{F \exp[i(\omega - \omega_0) t_0]}{\sqrt{\omega_0 - \omega} \Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)} W_{\alpha/2, 0} [2\Delta t_x (\omega_0 - \omega)] & (\omega < \omega_0), \\ \frac{F \exp[i(\omega - \omega_0) t_0]}{\sqrt{\omega - \omega_0} \Gamma\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)} W_{-\alpha/2, 0} [2\Delta t_x (\omega - \omega_0)] & (\omega > \omega_0), \end{cases} \quad (124)$$

где $F = \pi E_{\phi m} \sqrt{2\Delta t_x} \exp(i\chi_0)$, $\Gamma(z)$ — гамма-функция, $W_{\lambda, \mu}(z)$ — функция Уиттекера. Значение α в этом выражении легко оценить с помощью (70), (74), (72). Например, для случая трехфотонного поглощения в среде имеем $|\alpha| \approx 2$. Согласно (124) при $|\alpha| = 2$ спектральное распределение интенсивности является асимметричным относительно точки $\omega = \omega_0$. Если $v_{\phi m} < 0$, то большая доля энергии распределена при $\omega < \omega_0$ (т. е. преимущественное уширение спектра происходит в стоксову область). В противоположном случае (когда $v_{\phi m} > 0$) большая доля энергии распределена при $\omega > \omega_0$, т. е. в антистоксовой области. При этом в обоих случаях полная ширина спектра $\Delta\omega$ движущегося фокуса определяется соотношением^{*})

$$\Delta\omega \approx \frac{\omega_0}{2} \frac{|v_{\phi m}|}{c} \Delta n_{\phi m}, \quad (125a)$$

где $\Delta n_{\phi m} = (1/2) n_0 n_2 |E_{\phi m}|^2$ — приращение показателя преломления в точке максимальной плотности энергии в рассматриваемой фокальной области. Выражение (125a) с учетом (72) можно записать также в виде

$$\Delta\omega \approx 0,3 |v_{\phi m}| \frac{\lambda}{d_{\phi m}^2}. \quad (125b)$$

Обратим внимание, что входящее в выражения (125) значение $v_{\phi m}$ квазистационарной скорости фокуса совпадает с истинным значением его скорости $v_{\phi m}$ лишь в квазистационарных условиях. В общем случае коротких импульсов согласно (93) оно выражается через $v_{\phi m}$ так:

$$v_{\phi m} = \frac{v v_{\phi m}}{v - v_{\phi m}}. \quad (125b)$$

Выражение (125a) было получено в работе⁷⁷ и эквивалентно с учетом равенства (125b) соответствующему выражению, полученному в работе⁷⁸.

Из (123)—(125) вытекает, что на участке траектории фокуса, определяемом из условия $-\infty < v_{\phi m} < 0$, уширение спектра происходит в большей мере в стоксову область. При $0 < v_{\phi m} < v$ преимущественное уширение спектра происходит в антистоксову область, и, наконец, при $v_{\phi m} > v$ спектр уширяется, как было обращено внимание в работе⁷⁸, в большей мере в стоксову область. Из (125) также видно, что в квазистационарных условиях ширина спектра $\Delta\omega$ пропорциональна скорости движения фокальной области $|v_{\phi m}|$, и поэтому при неизменных значениях $|E_{\phi m}|^2$ эта ширина будет монотонно увеличиваться с увеличением расстояния от точки поворота данной фокальной области до рассматриваемого сечения z_0 ^{**}). Для коротких импульсов ширина спектра $\Delta\omega$,

^{*}) Постарайтесь убедиться, что это выражение определяет полный интервал изменения мгновенной частоты $\omega(t)$ поля \bar{E} в точке z_0 .

^{**}) Эти результаты не совпадают с теоретическими выводами работы⁷⁹, где было сделано допущение, что ширина спектра $\Delta\omega$, обусловленная движущейся фокальной областью, имеет максимум для расстояния от точки поворота до выходной плоскости среды, примерно равного продольному размеру $l_{\phi m}$ фокальной области.

обусловленная движущимся фокусом, будет тоже возрастать с увеличением расстояния z_0 от входной плоскости среды вследствие того, что $(v_{\phi m} - v)/v$ стремится к нулю при $z_0 \rightarrow \infty$. Разумеется, в реальных условиях это возрастание будет происходить до тех пор, пока значения $|E_{\phi m}|^2$ остаются неизменными. Вообще же надо иметь в виду, что в соответствующей стационарной задаче для первого (и аналогично любого другого) фокуса имеем $N \rightarrow N_1$ при $z_0 \rightarrow \infty$; в то же время при $N \rightarrow N_1$ и фиксированном значении коэффициента нелинейного (например, трехфотонного) поглощения m_4 величина $|E_{\phi m}|^2$, начиная со значения $N \gtrsim 4$, быстро убывает в соответствии с верхним графиком на рис. 4. Таким образом, величина $|E_{\phi m}|^2$ практически постоянна лишь в определенном интервале значений z_0 , в то время как на достаточно большом расстоянии z_0 от входной плоскости среды она быстро уменьшается с увеличением этого расстояния. Последнее означает исчезновение фокусов*). В экспериментальных работах^{39, 52}, выполненных с гигантскими импульсами, было установлено, что исчезновение ярких точек на торце кюветы происходит при длинах кювет порядка 50—100 см.

Оценим теперь ширину спектра $\Delta\omega$ движущихся фокусов в ряде случаев. В численном примере, рассмотренном в разделе 1 гл. IV (при $\tau_n = 2 \cdot 10^{-8}$ сек), получаем $\Delta\omega \approx 0,3$ см⁻¹. Это значение согласуется с оценкой величины $\Delta\omega$, полученной путем непосредственных измерений в работе⁵¹ в близких условиях (измеренная в работе⁵¹ величина $\Delta\omega$ не превышает 1 см⁻¹). В численном примере, рассмотренном в разделе 2, б) гл. IV ($\tau_n = 3 \cdot 10^{-11}$ сек), находим $\Delta\omega \approx 200$ см⁻¹. Если далее в этом же примере принять длительность лазерного импульса равной $3 \cdot 10^{-12}$ сек, то, строго говоря, мы приходим к соотношению $\tilde{l}_{\phi m} \approx 3 \cdot 10^{-4}$ см $\sim d_{\phi m}$, т. е. нарушается одно из условий (96). Однако на оценку величины $\Delta\omega$ это, по видимому, не повлияет. В этом предположении находим $\Delta\omega \approx 2000$ см⁻¹. Такие величины согласуются с экспериментальными значениями, полученными в работах^{29, 80, 81} при длительности лазерного импульса порядка 10^{-11} — $3 \cdot 10^{-12}$ сек. Наконец, при $d_{\phi m} = 10^{-4}$ см (такого порядка поперечные размеры ярких точек в ряде стекол) и $\tau_n = 3 \cdot 10^{-12}$ сек из (125) получаем $\Delta\omega \approx 5 \cdot 10^4$ см⁻¹. Эта величина превышает значение самой лазерной частоты $\omega_0 \approx 14\,000$ см⁻¹, т. е. происходит сверхуширение спектра падающего импульса. Сверхуширение спектра наблюдалось экспериментально в работе⁸² в стеклах с применением лазерных импульсов длительности порядка $3 \cdot 10^{-12}$ сек.

Следует отметить, что при столь больших значениях $\Delta\omega$, как 10^3 — 10^4 см⁻¹, для детального описания спектра поля движущихся фокальных областей может возникнуть необходимость учета дисперсии линейной части показателя преломления вещества. Однако в настоящее время эта задача не рассмотрена.

Заметим также, что интерференция спектров двух (или большего числа) фокальных областей, очевидно, может приводить к квазипериодической структуре в суммарном частотном распределении интенсивности. Период $\Delta\Omega$ этой структуры будет равен $\Delta\Omega \approx \pi/\Delta t$, где $\Delta t = t_m - t_n$ — временной интервал между моментами прохождения заданного сечения z_0 рассматриваемыми фокальными областями. Экспериментально в зависимости от условий наблюдается как спектральное распределение сплошного типа^{83, 84}, так и распределение с квазипериодической структурой^{73, 74, 83, 84}.

*) В отличие от рассмотренного в разделах 1 и 3 гл. IV исчезновения фокусов вследствие расширения вещества либо вследствие вынужденного рассеяния, в данном случае исчезновение обусловлено самим безынерционным и пространственно локальным нелинейным поглощением.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше были исследованы особенности распространения интенсивных световых пучков в средах с керровской нелинейностью, когда выполнены условия (9), имеющие наибольший практический интерес. Одним из следствий развитой теории является то, что в типичных условиях диаметры фокусов практически не зависят от мощности падающего пучка и от длительности соответствующего лазерного импульса. Именно такая ситуация наблюдается экспериментально как для гигантских, так и для сверхкоротких (пикосекундных) лазерных импульсов. Последнее обстоятельство позволяет предположить, что соотношения (9) в реальных условиях выполнены не только для гигантских, но и для пикосекундных импульсов и, тем самым, что эффект Керра, равно как и нелинейное поглощение в среде, определяется малоинерционным механизмом.

1. **Обобщения теории.** Обсудим теперь вопрос о распространении световых пучков в среде, если предположить, что условия (9) не выполнены. Прежде всего заметим, что в последнее время внимание ряда авторов (см., например, ⁴⁵, ⁵²) привлекает случай, когда не выполнено условие (9г), т. е. существенна инерционность эффекта Керра. Этот случай может реализоваться, например, для пикосекундных лазерных импульсов, если при этом основным механизмом нелинейности среды является ориентационный эффект Керра. Вообще здесь надо различать две возможности. В первой из них инерционность эффекта Керра не сказывается при формировании фокуса и проявляется лишь в самой фокальной области. При этом размеры фокальной области будут определяться конечным временем установления эффекта Керра. Поскольку рассматриваемый процесс более чувствителен к изменению мнимой части показателя преломления, чем к действительной, то непосредственным механизмом ограничения интенсивности в фокусе может быть нелинейное поглощение, связанное с самим запаздыванием (инерционностью) отклика поляризации среды относительно электрического поля. Поэтому в данных условиях можно ожидать возникновения многофокусной структуры светового пучка, аналогичной рассмотренной в разделе 2 гл. III. Во второй возможности инерционность эффекта Керра существенно проявляется сразу во всех областях пучка в среде. Решение соответствующей задачи может быть получено численными методами (имеющиеся в литературе попытки ее аналитического решения основаны на предположении о сохранении гауссовской формы пучка в среде и поэтому не достаточно надежны; ср. раздел 2 гл. II). Результаты численного решения данной задачи приведены в работе ⁸⁵, хотя достаточно полного ее решения, определяющего всю картину распространения пучка, еще не получено. Авторы делают лишь вывод об отсутствии в их решении волноводного распространения света.

Необходимо отметить, что с теоретической точки зрения для обеих указанных возможностей диаметр нитей — траекторий движения фокусов — будет существенно зависеть от условий наблюдения (мощности пучка, длительности и формы лазерного импульса), что пока, однако, не подтверждается экспериментально и тем самым, по-видимому, свидетельствует об отсутствии инерционности эффекта Керра в рассматриваемых условиях. Поэтому мы не будем здесь подробнее останавливаться на этом круге вопросов.

Обсудим теперь случай, когда нелинейное поглощение в среде весьма мало, так что в области фокуса не выполнены условия (9а)—(9в). Согласно изложенному выше эти неравенства в типичных условиях содержат лишь

один независимый малый параметр, например, λ/Λ_{\perp} , и их нарушение означает, что $\Lambda_{\perp} \sim \lambda$. В этом случае картина распространения пучка будет описываться непосредственно уравнениями Максвелла, в рамках которых должна появиться волна, отраженная от точки схлопывания z^* (см. раздел 3 гл. II и раздел 2 гл. III) назад или под большими углами к оси пучка. В отношении волны, прошедшей вперед через точку схлопывания, указанное отражение, очевидно, будет эквивалентно нелинейному (проявляющемуся лишь при поперечном размере порядка λ) поглощению. Поэтому можно ожидать возникновения многофокусной структуры светового пучка, аналогичной рассмотренной в разделе 2 гл. III, и отсутствия истинного нелинейного поглощения в среде.

В некоторых специальных условиях (например, при возникновении заметной ионизации вещества в области фокуса) основным механизмом ограничения интенсивности в этом фокусе может явиться ослабление нелинейности действительной части n показателя преломления за счет появления свободных электронов. Строго говоря, в указанных условиях зависимость действительной части показателя преломления от интенсивности света ($|E|^2$) может быть представлена лишь в виде функционала. Для численных расчетов с помощью ЭВМ (при существующей в настоящее время памяти и скорости выполнения операций) соответствующая задача весьма сложна даже для случая, когда применимо параболическое уравнение. Поэтому, как грубая модель, может представить интерес рассмотрение среды с показателем преломления n , зависящим от $|E|^2$ в виде подходящей функции, например, функции (17), т. е. в виде насыщающейся керровской нелинейности (разумеется, с искусственно заниженным значением $|E_s|^2$). Численные расчеты⁸⁶ на основе параболического уравнения показывают, что модель насыщающейся керровской нелинейности даже без учета нелинейного поглощения в среде при $P > P_{кр}^{(1)}$, $|E_{\phi 1}|^2 \gtrsim 100$ (ср. раздел 3 гл. III) тоже приводит к многофокусной структуре светового пучка. При этом структура фокусов может быть описана выражениями (67)–(69), в которых надо лишь положить $\beta \approx \alpha$.

2. Экспериментальные результаты. Остановимся теперь кратко на результатах экспериментального исследования распространения интенсивных лазерных пучков в веществе. После того как в работе⁴¹ была сформулирована точка зрения движущихся фокусов, появился ряд экспериментальных работ, посвященных выяснению вопроса о том, что в действительности наблюдается — движущиеся фокусы или волноводные нити (о волноводных нитях см. гл. I — Введение). В работах^{51, 42, 43, 52, 9, 87, 88} было установлено, что в гигантских лазерных импульсах наблюдаются движущиеся фокусы. Непосредственно фотографии траекторий движения фокусов многофокусной структуры были получены в работе⁴² с помощью высокоскоростной развертки во времени исследуемого процесса. Стационарная во времени многофокусная структура наблюдалась в работе⁴³. В работе⁵² были зарегистрированы фокусы, движущиеся со сверхсветовой скоростью (соответствующая теория изложена в разделе 2 гл. IV). В работе⁹ было установлено хорошее количественное согласие теоретических и экспериментальных значений расстояния между движущимся фокусом и сверхкоротким импульсом обратного ВКР для различных моментов времени и в широком интервале значений мощности падающего светового импульса. В работе⁸⁷ были исследованы диаметры фокальных областей в растворе бензола и на основе сравнения соответствующих теоретических и экспериментальных значений показано, что в этих растворах основным механизмом, ограничивающим плотность энер-

гии в фокальных областях, является ВКР в прямом направлении (аналогично изложенному в разделе 2,б) гл. III). В работе ⁸⁸ было установлено хорошее количественное согласие экспериментально наблюдаемых величин уширения спектра с соответствующими теоретическими значениями (см. выражения (125)) для различных значений длины кюветы и мощности падающего светового импульса.

В то же время предпринятая недавно в работе ⁸⁹ попытка обнаружить волноводную нить согласно этой работе не дала положительного результата. Более раннее сообщение ⁹⁰ о наблюдении волноводной нити ошибочно, поскольку длина (~ 10 см) наблюдавшейся в работе ⁹⁰ «нити» не превышает, например, длины $l_{\phi} = 0,7 kd^2 = 1,4 \pi d^2/\lambda$ (см. вторую сноску на стр. 225) фокальной области гауссовского пучка в линейной среде, отвечающей измеренному в ⁹⁰ значению диаметра «нити» $d = (1 - 1,5) \cdot 10^{-2}$ см ($\lambda \approx 0,5 \cdot 10^{-4}$ см).

Что касается пикосекундных лазерных импульсов, то согласно теории (см. раздел 2 гл. IV) в них тоже должна возникать многофокусная структура, по крайней мере при достаточно быстром (например, электронном) механизме эффекта Керра. Отметим еще, что при типичном размере $d \sim 10^{-3}$ см наблюдаемых ярких точек на торце кюветы соответствующая длина l_{ϕ} фокальной области в линейной среде даже для гауссовского пучка составляет 10^{-1} см, т. е. порядка всей длины светового пучка, отвечающей типичной длительности импульса $\tau_{\text{и}} \sim 3 \cdot 10^{-12}$ сек. Поэтому видно, что образование волноводных нитей в данных условиях заведомо невозможно.

Остановимся кратко на экспериментальном исследовании распространения пикосекундных лазерных импульсов в веществе. В работе ²⁴ были впервые зарегистрированы яркие точки на торце кюветы при распространении этих импульсов. Далее авторы работы ⁸⁰ на основе данных по уширению спектра делают вывод, что в распространяющемся световом пучке образуется тонкая сердцевина с большой плотностью энергии и плавным по продольной координате распределением интенсивности и имеющая длину порядка длины всего светового пучка. Аналогичная картина была модельно описана ранее в работах ^{13, 14}. Однако, на наш взгляд, представленные в работе ⁸⁰ результаты можно объяснить, если предположить возникновение многофокусной структуры. В последующей работе ⁸¹ авторы делают вывод об образовании в этих условиях движущегося фокуса.

Недавно Коробкин и др. ⁹¹, наблюдая распространяющиеся в жидких диэлектриках пикосекундные импульсы сбоку кюветы зарегистрировали яркие точки, положения которых хорошо совпадают с предсказываемыми теоретически положениями точек поворота (остановки) фокусов многофокусной структуры (см. (97)). Дискретный характер наблюдаемой картины при этом объясняется тем, что времена пребывания фокальных областей в точках поворота максимальны и поэтому наибольший эффект достигается именно в данных точках (ср. раздел 1 гл. IV). В работе ⁹¹ сделан вывод о возникновении многофокусной структуры.

Таким образом, для гигантских лазерных импульсов теория многофокусной структуры и движущихся фокусов в настоящее время получила достаточно полное экспериментальное подтверждение. Для пикосекундных лазерных импульсов имеются первые экспериментальные данные, объясняемые на основе этой теории.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. G. L. Lamb, Jr., *Rev. Mod. Phys.* **43** (pt. 1), 99 (1971).
2. R. Y. Chiao, E. Garmire, C. H. Townes, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 479 (1964).
3. P. L. Kelley, *ibid.* **15**, 1005 (1965).
4. Т. Ф. Волков, сборник «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», т. III, М., Атомиздат, 1958, стр. 336.
5. Г. А. Аскаръян, *ЖЭТФ* **42**, 1567 (1962).
6. В. И. Таланов, *Изв. вузов (Радиофизика)* **7**, 564 (1964).
7. A. Szöke, *Bull. Am. Phys. Soc.* **9**, 490 (1964).
8. В. Н. Луговой И. И. Собельман, *ЖЭТФ* **58**, 1283 (1970).
9. M. M. T. Lo, Y. R. Shen, *Appl. Phys. Lett.* **19**, 285 (1971).
10. А. Л. Дышко, В. Н. Луговой, А. М. Прохоров, *Письма ЖЭТФ* **6**, 655 (1967).
11. В. Н. Луговой, А. М. Прохоров, *ibid.* **7**, 153 (1968).
12. А. Л. Дышко, В. Н. Луговой, А. М. Прохоров, *ЖЭТФ* **61**, 2305 (1971).
13. С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, *ЖЭТФ* **50**, 1537 (1966).
14. С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, *УФН* **93**, 19 (1967).
15. R. G. Brewer, J. R. Lifshitz, E. Garmire, R. Y. Chiao, C. H. Townes, *Phys. Rev.* **166**, 326 (1968).
16. T. K. Gustafson, P. L. Kelley, R. Y. Chiao, R. G. Brewer, *Appl. Phys. Lett.* **12**, 165 (1968).
17. T. K. Gustafson, C. H. Townes, *Phys. Rev.* **A6**, 1659 (1972).
18. Я. Б. Зелдович, Ю. П. Райзер, *Письма ЖЭТФ* **3**, 137 (1966).
19. Y. R. Shen, *Phys. Lett.* **20**, 378 (1966).
20. Y. R. Shen, Y. J. Shaham, *Phys. Rev.* **163**, 224 (1967).
21. Ю. П. Райзер, *ЖЭТФ* **52**, 470 (1967).
22. P. Lallemant, N. Bloembergen, *Phys. Rev. Lett.* **15**, 1010 (1965).
23. N. Bloembergen, P. Lallemant, *ibid.* **16**, 81 (1966).
24. R. G. Brewer, C. H. Lee, *ibid.* **21**, 267 (1968).
25. M. A. Duguay, J. W. Hansen, S. L. Shapiro, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-6**, 725 (1970).
26. R. W. Hellwarth, A. Owyong, N. George, *Phys. Rev.* **A4**, 2342 (1971).
27. I. L. Fabelinskii, V. S. Starunov, *Appl. Opt.* **6**, 1793 (1967).
28. R. Polloni, C. A. Sacchi, O. Svelto, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 690 (1969).
29. R. W. Hellwarth, *Phys. Rev.* **152**, 156 (1966).
30. J. H. Marburger, E. Dawes, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 556 (1968).
31. E. L. Dawes, J. H. Marburger, *Phys. Rev.* **179**, 862 (1969).
32. В. Е. Захаров, В. В. Соболев, В. С. Сынах, *ЖЭТФ* **60**, 136 (1971).
33. В. Н. Луговой, *ДАН СССР* **176**, 58 (1967).
34. В. И. Таланов, *Письма ЖЭТФ* **2**, 218 (1965).
35. E. L. Kerr, *Phys. Rev.* **A4**, 1195 (1971).
36. В. Н. Гольдберг, В. И. Таланов, Р. Э. Эрм, *Изв. вузов (Радиофизика)* **10**, 674 (1967).
37. Y. R. Shen, Y. J. Shaham, *Phys. Rev. Lett.* **15**, 1008 (1965).
38. R. G. Brewer, J. R. Lifshitz, *Phys. Lett.* **23**, 79 (1966).
39. R. Y. Chiao, M. A. Krinsky, H. A. Smith, C. H. Townes, E. Garmire, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-2**, 467 (1966).
40. R. G. Brewer, C. H. Townes, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 496 (1967).
41. В. В. Коробкин, Р. В. Серов, *Письма ЖЭТФ* **6**, 642 (1967).
42. В. В. Коробкин, А. М. Прохоров, Р. В. Серов, М. Я. Щелев, *Письма ЖЭТФ* **11**, 153 (1970).
43. Н. И. Липатов, А. А. Маненков, А. М. Прохоров, *ibid.*, стр. 444.
44. M. Maier, G. Wendl, W. Kaiser, *Phys. Rev. Lett.* **24**, 352 (1970).
45. N. Bloembergen, Paper presented at the Esfahan Symposium on Fundamental and Applied Laser Physics, Iran, August 1971.
46. А. Л. Дышко, В. Н. Луговой, А. М. Прохоров, *ДАН СССР* **188**, 792 (1969).
47. В. И. Таланов, *Письма ЖЭТФ* **11**, 303 (1970).
48. В. Н. Луговой, *Введение в теорию вынужденного комбинационного рассеяния*, М., «Наука», 1968.
49. А. Д. Кудрявцева, А. И. Соколовская, М. М. Сущинский, *Кв. электрон.*, вып. 7, 73 (1972).
50. В. С. Бутылкин, А. Е. Каплан, Ю. Г. Хронополо, *Изв. вузов (Радиофизика)* **12**, 1792 (1969).

51. M. M. T. Loу, Y. R. Shen, *Phys. Rev. Lett.* **22**, 994 (1969).
52. M. M. T. Loу, Y. R. Shen, *ibid.* **25**, 1333 (1970).
53. E. Garmire, R. Y. Chiao, C. H. Townes, *ibid.* **16**, 347 (1966).
54. C. C. Wang, *ibid.*, p. 344.
55. В. И. Беспалов, В. И. Таланов, *Письма ЖЭТФ* **3**, 471 (1966).
56. В. Е. Захаров, В. В. Соболев, В. С. Сынах, *ibid.* **14**, 564 (1971).
57. В. Е. Захаров, А. Б. Шабат, Точная теория двумерной самофокусировки и одномерной автомодуляции волн в нелинейных средах. Препринт ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1971.
58. А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург, *ЖЭТФ* **58**, 2012 (1970).
59. А. В. Гуревич, Л. В. Парийская, А. Б. Шварцбург, *ЖЭТФ* **61**, 1379 (1971).
60. А. В. Бутениц, В. В. Коробкин, А. А. Малютин, М. Я. Щелев, *Письма ЖЭТФ* **6**, 687 (1967).
61. Y. Kato, H. Takuma, *J. Opt. Soc. Am.* **61**, 347 (1971).
62. W. R. L. Clements, B. P. Stoicheff, *Appl. Phys. Lett.* **12**, 246 (1968).
63. N. Kroll, *J. Appl. Phys.* **36**, 34 (1965).
64. Б. Я. Зелдович, *Письма ЖЭТФ* **15**, 226 (1972).
65. В. В. Коробкин, В. Н. Луговой, А. М. Прохоров, Р. В. Серов, *ibid.* **16**, 595 (1972).
66. А. А. Абрамов, В. Н. Луговой, А. М. Прохоров, *ibid.* **9**, 675 (1969).
67. T. K. Gustafson, J.-P. E. Taran, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-5**, 381 (1970).
68. M. Maier, W. Kaiser, J. A. Giordmaine, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 1275 (1966).
69. M. Maier, W. Kaiser, J. A. Giordmaine, *Phys. Rev.* **177**, 580 (1969).
70. Ю. И. Кызыласов, В. С. Старунов, И. Л. Фабелинский, *Письма ЖЭТФ* **9**, 383 (1969).
71. Ю. И. Кызыласов, В. С. Старунов, *ibid.*, стр. 648.
72. E. B. Treacy, *Measurement and Interpretation of Dynamics Spectrograms of Picosecond Light Pulses*. Preprint, 1972.
73. F. Shimizu, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1097 (1967).
74. A. C. Cheung, D. M. Rank, R. Y. Chiao, C. H. Townes, *Phys. Rev. Lett.* **20**, 786 (1968).
75. F. DeMartini, C. H. Townes, T. K. Gustafson, P. L. Kelley, *Phys. Rev.* **164**, 312 (1967).
76. T. K. Gustafson, J. P. Taran, H. A. Haus, J. R. Lifshitz, P. L. Kelley, *ibid.* **177**, 306 (1969).
77. В. Н. Луговой, А. М. Прохоров, *Письма ЖЭТФ* **12**, 478 (1970).
78. Y. R. Shen, M. M. T. Loу, *Phys. Rev.* **A3**, 2099 (1971).
79. M. M. Denarier-Roberge, J. P. Taran, *Appl. Phys. Lett.* **14**, 205 (1969).
80. R. Cubeddu, R. Polloni, C. A. Sacchi, O. Svelto, F. Zagarà, *Phys. Rev. Lett.* **26**, 1009 (1971).
81. R. Cubeddu, F. Zagarà, *Opt. Comm.* **3**, 310 (1971).
82. Н. Г. Бондаренко, И. В. Еремينا, В. И. Таланов, *Письма ЖЭТФ* **12**, 125 (1970).
83. М. А. Большов, Г. В. Венкин, *ЖПС* **9**, 1050 (1968).
84. М. М. Бубнов, *Дипломная работа (МГУ, 1969)*.
85. J. A. Fleck, P. L. Kelley, *Appl. Phys. Lett.* **15**, 313 (1969).
86. А. Л. Дышко, В. Н. Луговой, А. М. Прохоров, *ЖЭТФ* **65**, 1367 (1973).
87. O. Rahn, M. Maier, *Phys. Rev. Lett.* **29**, 558 (1972).
88. G. K. L. Wong, Y. R. Shen, *Appl. Phys. Lett.* **21**, 163 (1972).
89. E. Courtens, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-8**, 588 (1972).
90. Г. А. Аскарьян, Х. А. Диянов, М. М. Мухамаджанов, *Письма ЖЭТФ* **14**, 452 (1971).
91. В. В. Коробкин, *УФН* **107**, 512 (1972).