

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**ПРИМЕНЕНИЕ ПАРАМАГНИТНЫХ КРИСТАЛЛОВ  
В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОНИКЕ**

*Г. М. Зверев, Н. В. Карлов, Л. С. Корниенко,  
А. А. Маненков, А. М. Прохоров*

## СОДЕРЖАНИЕ

I. Введение . . . . .	61
II. Энергетические уровни парамагнитных ионов в кристаллах . . . . .	62
III. Релаксационные явления в парамагнитных кристаллах . . . . .	73
IV. Квантовые (парамагнитные) усилители радиодиапазона . . . . .	85
V. Квантовые генераторы и усилители оптического диапазона . . . . .	95
VI. Заключение . . . . .	105
Цитированная литература . . . . .	106

## I. ВВЕДЕНИЕ

До самого последнего времени единственным источником монохроматических электромагнитных колебаний являлись электронные приборы. С помощью электронных приборов можно генерировать монохроматические колебания вплоть до самых коротких радиоволн. В таких генераторах достигается очень высокая спектральная плотность энергии. Если мы захотели бы получить такую же спектральную плотность энергии в виде излучения черного тела, то нам понадобилось бы нагреть его до температуры  $10^{14}$ – $10^{20}$  градусов.

В оптическом диапазоне до сих пор пользуются источниками, дающими широкий спектр, спектральная плотность энергии которых соответствует температурам в несколько тысяч градусов. Отсутствие в оптическом диапазоне источников излучения с большой спектральной плотностью излучения не позволяет решать ряд важных научных и технических задач. В настоящее время появились первые оптические источники, обладающие высокой плотностью излучения. Создание монохроматических оптических генераторов сближает методы оптической спектроскопии и радиоспектроскопии.

Создание монохроматических оптических генераторов стало возможным благодаря развитию новой области науки—квантовой радиофизики.

Началом развития этой области можно считать создание первого квантового прибора—молекулярного генератора (1954—1955 гг.). В нем в качестве рабочего вещества используется пучок молекул аммиака. Этот генератор обладает большой стабильностью частоты и высокой степенью монохроматичности. Благодаря этим свойствам молекулярный генератор используется как для научных, так и для прикладных целей.

В 1957—1958 гг. были созданы молекулярные, или так называемые парамагнитные усилители, где в качестве рабочего вещества используются парамагнитные кристаллы. Благодаря малому уровню собственных

шумов этих усилителей, использование их в сантиметровом и дециметровом диапазонах волн позволяет увеличить чувствительность приемных устройств до 100 раз.

В основе работы молекулярных (квантовых) генераторов и усилителей лежит способность молекул, находящихся в возбужденном состоянии, отдавать свою энергию падающему на них излучению. Излучаемые молекулами кванты тождественны с квантами первичного излучения. Для того чтобы молекулярная система могла усиливать падающее на нее излучение, необходимо нарушить термодинамическое равновесие в этой системе таким образом, чтобы число частиц на верхнем уровне было больше, чем на нижнем. Говорят, что такая молекулярная система находится в состоянии с отрицательной температурой. В настоящее время предложен ряд методов получения отрицательных температур в различного рода атомных и молекулярных системах. Этому вопросу посвящено несколько обзорных работ<sup>1-5</sup>, причем в обзоре<sup>5</sup> обсуждаются вопросы создания квантовых усилителей и генераторов в инфракрасной и оптической областях.

Предлагаемый обзор посвящен использованию парамагнитных кристаллов для создания квантовых приборов в радио- и оптической областях, в которых для получения отрицательных температур используется метод вспомогательного излучения.

## II. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ УРОВНИ ПАРАМАГНИТНЫХ ИОНОВ В КРИСТАЛЛАХ

В основе квантовых усилителей сантиметрового и дециметрового диапазонов волн, где в качестве рабочего вещества используются парамагнитные кристаллы, лежит явление электронного парамагнитного резонанса (ЭПР), открытое Е. К. Завойским в 1944 г.<sup>6</sup> Это явление может наблюдаться в случаях, когда имеется система частиц, обладающих не равным нулю электронным спином, и этот спин не компенсируется химической связью частицы с ее окружением. Такое положение имеет место, в частности, в кристаллах, содержащих ионы элементов переходных групп, которые и являются предметом нашего рассмотрения. Элементы переходных групп отличаются тем, что у них внешние электронные оболочки начинают застраиваться раньше, чем полностью заполнятся внутренние. Такими недостроенными оболочками оказываются  $nd$ - и  $nf$ -оболочки при  $n \geq 3$ . Элементы с незаполненной  $3d$ -оболочкой образуют группу железа, с незаполненной  $4f$ -оболочкой — группу редких земель. Элементы этих групп исследованы довольно подробно. Менее исследованы другие переходные группы: палладия, платины и урана, в которых оказываются незаполненными соответственно  $4d$ -,  $5d$ - и  $5f$ -оболочки.

Мы будем рассматривать только такие кристаллы, в которых отдельные парамагнитные ионы, т. е. ионы, имеющие нескомпенсированные спины (и соответствующие им магнитные моменты), слабо взаимодействуют друг с другом. В таких кристаллах парамагнитные ионы присутствуют лишь как сравнительно небольшая примесь, изоморфно замещающая некоторые диамагнитные ионы, из которых построена кристаллическая решетка.

Уровни энергии свободного иона, обладающего результирующим угловым моментом  $J$  и помещенного в постоянное магнитное поле, даются выражением

$$W = g\beta HM, \quad (1)$$

где  $M$  — компонента  $J$  по направлению магнитного поля, принимающая значения от  $+J$  до  $-J$ ;  $g$  — фактор Ланде для свободного иона,  $\beta = eh/4\pi mc$  — магнетон Бора. Если одновременно с полем  $H$  на ион действует перпендикулярное к нему переменное магнитное поле частоты  $\nu$ ,

между уровнями энергии иона индуцируются магнитные дипольные переходы, при этом разрешены только те переходы, для которых  $|\Delta M| = 1$ . Резонансные условия выполняются, если значения постоянного магнитного поля  $H$  и частоты переменного поля  $\nu$  удовлетворяют соотношению

$$h\nu = g\beta H. \quad (2)$$

Если парамагнитный ион находится в кристалле, то его нельзя рассматривать как свободный, так как он находится в электрическом поле соседних ионов (мы ограничимся здесь рассмотрением главным образом ионных кристаллов). Это поле в достаточно хорошем приближении можно рассматривать как статическое. Аналогично эффекту Штарка в атомной спектроскопии уровни энергии свободного иона расщепляются в поле кристалла на несколько компонент. Число получающихся компонент и величины расщеплений зависят от симметрии и силы кристаллического поля, в котором находится данный парамагнитный ион.

Оценка силы кристаллического поля может быть проведена путем сравнения его воздействия на ион с взаимодействиями, имеющими место внутри свободного иона, такими как спин-орбитальное взаимодействие и кулоновское взаимодействие между электронами, которые характеризуют магнитные свойства ионов различных переходных групп.

Обычно различают три случая, которые соответственно называют случаями слабого, среднего и сильного кристаллического полей. К случаю слабого кристаллического поля относятся парамагнитные кристаллы, содержащие ионы с незаполненными  $4f$ - и  $5f$ -оболочками, т. е. ионы редких земель и урана. В этих случаях магнитные  $f$ -электроны лежат довольно глубоко в ионе и хорошо экранированы от действия кристаллического поля внешними электронными оболочками. Действие кристаллического поля в этом случае слабее, чем спин-орбитальная связь и кулоновское взаимодействие между электронами.

Среднее кристаллическое поле имеет место для ионов группы железа. Магнитные  $3d$ -электроны находятся на внешней оболочке, и в этом случае действие кристаллического поля оказывается сильнее, чем спин-орбитальная связь, но слабее, чем кулоновское взаимодействие электронов в ионе.

Для ионов групп палладия и платины, относящихся к случаю сильного кристаллического поля, действие кристаллического поля на внешние  $4d$ - и  $5d$ -электроны оказывается сравнимым с кулоновским взаимодействием между электронами. Аналогичная картина имеет место и в цианидных комплексах, образуемых элементами группы железа.

Полный гамильтониан иона, находящегося в кристаллическом и внешнем магнитном полях, можно представить в виде суммы следующих членов:

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_F + \hat{\mathcal{H}}_V + \hat{\mathcal{H}}_{LS} + \hat{\mathcal{H}}_{SS} + \hat{\mathcal{H}}_N + \beta H (\hat{L} + 2\hat{S}) - g_N \beta_N H \hat{I}, \quad (3)$$

где  $\hat{\mathcal{H}}_F$  — энергия свободного иона;  $\hat{\mathcal{H}}_V$  — электростатическая энергия в поле соседних ионов кристалла;  $\hat{\mathcal{H}}_{LS}$  — энергия спин-орбитального взаимодействия;  $\hat{\mathcal{H}}_{SS}$  — энергия спин-спинового взаимодействия электронов в ионе;  $\hat{\mathcal{H}}_N$  — энергия взаимодействия электронной оболочки иона с ядром (если последнее обладает магнитным дипольным и электрическим квадрупольным моментами);  $\beta H (\hat{L} + 2\hat{S}) - g_N \beta_N H \hat{I}$  — энергия взаимодействия электронов и ядра с внешним магнитным полем ( $\beta$  и  $\beta_N$  — электронный и ядерный магнетоны Бора,  $H$  — вектор приложенного внешнего магнитного поля,  $\hat{L}$  и  $\hat{S}$  — орбитальный момент и спин электронной оболочки,  $g_N$  — ядерное гиромагнитное отношение,  $\hat{I}$  — спин ядра). Для ионов группы

железа расщепления, вызываемые различными взаимодействиями, имеют следующие порядки:

$$\hat{\mathcal{H}}_F \sim 10^5 \text{ см}^{-1}, \quad \hat{\mathcal{H}}_V \sim 10^3 \div 10^4 \text{ см}^{-1}, \quad \hat{\mathcal{H}}_{LS} \sim 10^2 \text{ см}^{-1}, \\ \hat{\mathcal{H}}_{SS} \sim 1 \text{ см}^{-1}, \quad \hat{\mathcal{H}}_N \sim 10^{-2} \text{ см}^{-1}.$$

Во внешнем магнитном поле порядка  $10^4 \text{ э}$   $\beta\mathbf{H}(\hat{L}+2\hat{S})$  имеет порядок  $1 \text{ см}^{-1}$ , а  $g_N\beta_N\mathbf{H}\hat{I} \sim 10^{-3} \text{ см}^{-1}$ .

Методом электронного парамагнитного резонанса изучаются только самые нижние уровни парамагнитного иона, которые существенно заселены при комнатных и более низких температурах, т. е. уровни, отстоящие от самого нижнего уровня на несколько десятков или сотен  $\text{см}^{-1}$ . Структура уровней зависит от конкретного типа иона, а также от силы и симметрии кристаллического поля.

По этой причине высшие энергетические уровни, связанные с  $\hat{\mathcal{H}}_F$ , обычно не рассматриваются, так как их влияние на положение уровней нижней группы пренебрежимо мало. Исключение составляют ионы, нормальное состояние которых есть  $S$ -состояние ( $L=0$ ). В этом случае расщепление основного состояния может быть объяснено лишь при учете примесей высших собственных состояний  $\hat{\mathcal{H}}_F$ . Поведение группы самых нижних уровней энергии обычно описывается с помощью некоторого сокращенного гамильтониана, называемого «спиновым гамильтонианом»<sup>7</sup>. Метод спинового гамильтониана позволяет избежать детального анализа влияния различных взаимодействий на структуру нижней группы уровней энергии и соответствующих состояний. Эта группа электронных состояний характеризуется единственным квантовым числом  $S'$ , хотя каждое состояние в действительности является сложной смесью спиновых и орбитальных состояний свободного иона. Число  $S'$  называют эффективным спином, определяют его приравнением  $(2S'+1)$  полному числу уровней энергии в наимизшей группе.  $S'$  может либо совпадать, либо не совпадать с истинным спином иона  $S$ .

Использование понятия эффективного спина предполагает, что группу из  $(2S'+1)$  уровней энергии можно рассматривать как соответствующую различным ориентациям некоторого магнитного диполя в приложенном магнитном поле. Однако эффективный магнитный момент этого диполя может не соответствовать «чисто спиновому» значению. Это несоответствие учитывается введением фактора спектроскопического расщепления  $g$ , который может отличаться от  $g$ -фактора свободного спина, равного 2,00229. Уровни энергии эффективного спина могут быть расщеплены и в отсутствие магнитного поля. Наличие таких расщеплений, называемых начальными, означает, что наряду с членами, описывающими взаимодействие диполя с внешним магнитным полем, в спиновом гамильтониане должны иметь место другие члены, выражающие, например, взаимодействие между магнитными электронами и кристаллическим полем, которое оказывается возможным благодаря наличию спин-орбитальной связи и других видов взаимодействия.

Ограничившись этими самыми общими сведениями о явлении ЭПР, мы отсылаем интересующихся к ряду монографий, посвященных этому вопросу<sup>8-12</sup>.

При создании квантовых усилителей инфракрасного и оптического диапазонов используются переходы на более высокие уровни энергии парамагнитных ионов в кристаллах.

Сведения об этих уровнях могут быть получены методами обычной спектроскопии.

Спектры поглощения парамагнитных кристаллов весьма разнообразны и зависят как от природы парамагнитных ионов, так и от характера их кристаллического окружения.

Ионы группы железа, помещенные в кристаллическую решетку кубической симметрии (или решетку, мало отличающуюся от кубической), обладают несколькими широкими полосами поглощения в видимой области, соответствующими переходам между уровнями одинаковой мультиплетности по спину. Кроме того, часто наблюдаются более слабые узкие линии, соответствующие переходам между уровнями различной мультиплетности. Положение полос не связано с термами свободного иона.

Ионы редкоземельных элементов обычно обладают узкими линиями в инфракрасной и видимой областях, примерно соответствующими переходам между термами свободного иона. Многие ионы редкоземельных элементов флуоресцируют ( $\text{Eu}^{2+}$ ,  $\text{Gd}^{3+}$ ,  $\text{Tb}^{3+}$ ,  $\text{Sm}^{2+}$  и т. д.).

Различие между оптическими спектрами ионов разных переходных групп связано с тем, что, как указывалось выше, ионы редкоземельных элементов слабо взаимодействуют с кристаллическим полем, тогда как для ионов группы железа сила кристаллического поля средняя.

Вычисление расщеплений уровней парамагнитных ионов в кристаллах предпринималось уже давно в связи с интерпретацией парамагнитной восприимчивости кристаллов, содержащих ионы группы железа<sup>13-15</sup>. В последнее время эти работы получили дальнейшее развитие в связи с исследованиями парамагнитного резонанса и оптических спектров кристаллов, содержащих ионы различных переходных групп<sup>11, 16-18</sup>. Оптические переходы, наблюдаемые в парамагнитных кристаллах, происходят, как правило, между уровнями одинаковой четности. Поэтому электрические дипольные переходы сильно запрещены. В некоторых редкоземельных ионах наблюдаются магнитные дипольные переходы. В ионах группы железа обычно наблюдаются электрические дипольные переходы. В этом случае запрет частично снимается или из-за нецентральности кристаллического поля, или из-за динамической дисторсии кристаллического поля, или из-за ковалентной связи парамагнитного иона с окружающими ионами решетки. Данные, полученные из исследования оптических спектров поглощения и флуоресценции парамагнитных кристаллов, позволили обобщить принципы квантовой радиофизики на оптический диапазон и привели к созданию первых квантовых генераторов света на твердом теле.

**Примеры парамагнитных кристаллов.** Рассмотрим теперь некоторые парамагнитные кристаллы, которые находят практическое применение в парамагнитных усилителях и генераторах.

Наиболее широкое применение в качестве рабочего вещества парамагнитных усилителей радиодиапазона нашел рубин. Рубин представляет собой кристаллическую модификацию окиси алюминия ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), где часть ионов  $\text{Al}^{3+}$  изоморфно замещена ионами  $\text{Cr}^{3+}$ .

Ион  $\text{Cr}^{3+}$  имеет три электрона в незаполненной  $3d$ -оболочке. В кристалле рубина ион хрома находится в окружении 6 ионов кислорода, создающих электрическое поле; имеющее сильную компоненту кубической симметрии и значительно более слабую компоненту тригональной симметрии. Кубическая компонента кристаллического поля расщепляет основной уровень иона  ${}^4F$ , имеющий семикратное орбитальное вырождение, на два триплета и синглет, причем последний имеет минимальную энергию. Следующий (триплетный) уровень расположен примерно на  $10^4 \text{ см}^{-1}$  выше. Под действием компоненты кристаллического поля тригональной симметрии и спин-орбитальной связи четырехкратное спиновое вырождение основного уровня, соответствующее значению спина  $S = 3/2$ , снимается

и образуются два крамеровских дублета с небольшим ( $\sim 0,4 \text{ см}^{-1}$ ) начальным расщеплением. Оставшееся двукратное крамерово вырождение каждого уровня снимается при наложении внешнего магнитного поля.

Поведение нижней группы из четырех спиновых уровней в зависимости от силы приложенного внешнего магнитного поля и его направления относительно тригональной оси кристалла может быть описано с помощью следующего спинового гамильтониана:

$$\hat{\mathcal{H}} = g_{\parallel} \beta H_z \hat{S}_z + g_{\perp} \beta (H_x \hat{S}_x + H_y \hat{S}_y) + D \left[ \hat{S}_z^2 - \frac{1}{3} S(S+1) \right]. \quad (4)$$

Здесь  $g_{\parallel}$  и  $g_{\perp}$  —  $g$ -факторы в направлениях, параллельном и перпендикулярном к тригональной оси кристалла;  $\beta$  — магнетон Бора,  $\hat{S}_x$ ,  $\hat{S}_y$ ,  $\hat{S}_z$  — операторы проекций электронного спина ( $S=3/2$ ) на соответствующие оси системы координат (ось  $z$  направлена по тригональной оси),  $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H_z$  — проекции на эти оси вектора внешнего магнитного поля  $\mathbf{H}$ ,  $D$  — константа кристаллического поля тригональной симметрии.

Определение значений констант спинового гамильтониана было проведено рядом авторов<sup>19-23</sup>. Приведем результаты последних измерений<sup>23</sup>:

$$\begin{aligned} g_{\parallel} &= 1,9840 \pm 0,0006, \\ g_{\perp} &= 1,9867 \pm 0,0006, \\ D &= -0,3834 \pm 0,0002 \text{ см}^{-1}. \end{aligned}$$

Не нарушая общности рассмотрения, мы можем положить, что магнитное поле  $\mathbf{H}$  находится в плоскости  $xz$  (т. е. что  $H_y=0$ ). Для упрощения расчетов можно также считать, что  $g_{\parallel} = g_{\perp} = g$ . Обозначив  $g\beta H_{x,z}/|D| = h_{x,z}$ , мы преобразуем (4) к виду

$$\hat{\mathcal{H}}' = - \left( \hat{S}_z^2 - \frac{5}{4} \right) + h (\cos \theta \cdot \hat{S}_z + \sin \theta \cdot \hat{S}_x), \quad (4a)$$

где  $\theta$  — угол между направлениями внешнего магнитного поля и тригональной оси кристалла, а  $h = \sqrt{h_x^2 + h_z^2}$ . Собственные значения  $E_i$  (4) связаны с собственными значениями (4a)  $\varepsilon_i$  соотношением

$$E_i = |D| \varepsilon_i. \quad (5)$$

Для нахождения собственных значений энергии нужно найти матричные элементы гамильтониана (4a) и решить секулярное уравнение, определяемое детерминантом

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \varepsilon & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} - \varepsilon & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} - \varepsilon & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} - \varepsilon \end{vmatrix} = 0, \quad (4b)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= -1 - (3/2) h \cos \theta, \\ a_{22} &= 1 - (1/2) h \cos \theta, \\ a_{33} &= 1 + (1/2) h \cos \theta, \\ a_{44} &= -1 + (3/2) h \cos \theta, \\ a_{12} &= a_{21} = a_{34} = a_{43} = (\sqrt{3}/2) h \sin \theta, \\ a_{32} &= a_{23} = h \sin \theta. \end{aligned}$$

В качестве базисной системы волновых функций здесь взяты собственные функции оператора  $\hat{S}_z$ , и индексы 1, 2, 3 и 4 соответствуют собст-

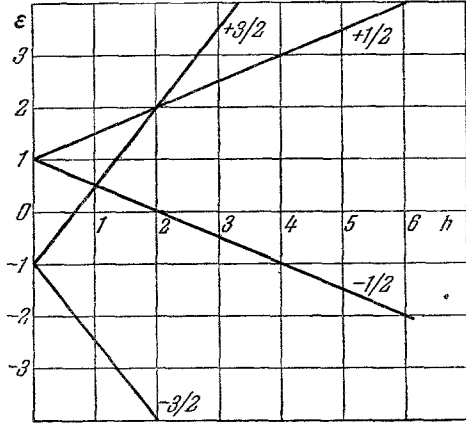


Рис. 1. Уровни энергии иона  $\text{Cr}^{3+}$  в корунде ( $\theta=0^\circ$ ).

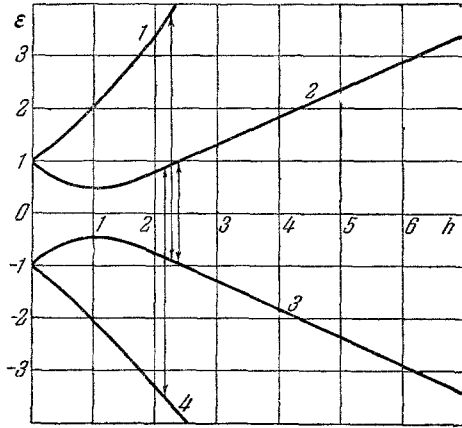


Рис. 2. Уровни энергии иона  $\text{Cr}^{3+}$  в корунде ( $\theta=54^\circ 44'$ ).

венным значениям этого оператора  $M = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$ . Получающееся из (4б) уравнение четвертого порядка для собственных значений оператора (4а) запишется в виде

$$\epsilon^4 - \epsilon^2(2 + 2,5h^2) + 2\epsilon h^2(3 \cos^2 \theta - 1) + \frac{9}{16}h^4 - \frac{h^2}{2}(6 \cos^2 \theta - 1) + 1 = 0. \quad (6)$$

Это уравнение является биквадратным относительно  $h$ :

$$h^4 - 2ah^2 + b = 0, \quad (6a)$$

где

$$\begin{aligned} a &= a_1 + a_2 \cos^2 \theta, \\ a_1 &= \left(\frac{4}{9}\right)(5\epsilon^2 + 4\epsilon - 1), \\ a_2 &= \left(\frac{8}{3}\right)(1 - 2\epsilon), \\ b &= \left(\frac{16}{9}\right)(\epsilon^2 - 1)^2. \end{aligned}$$

Решая (6), можно найти значения  $h$  как функции  $\epsilon$  для различных углов  $\theta$ . На рис. 1—3 приведены графики зависимости  $\epsilon$  от  $h$  для случаев, когда  $\theta$  равно  $0^\circ$ ,  $54^\circ 44'$  и  $90^\circ$ . Отметим, что график на рис. 2 обладает симметрией относительно оси абсцисс.

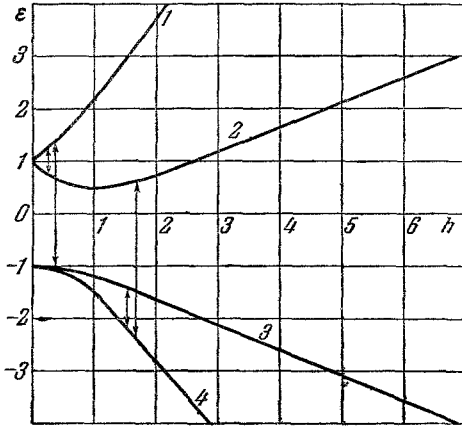


Рис. 3. Уровни энергии иона  $\text{Cr}^{3+}$  в корунде ( $\theta=90^\circ$ ).

При создании квантовомеханических усилителей, помимо структуры уровней энергии, необходимо знать и вероятности индуцированных переходов между различными уровнями. Вероятность такого перехода между уровнями  $j$  и  $k$  пропорциональна квадрату матричного элемента оператора  $\mathbf{H}_1 \hat{\boldsymbol{\mu}}$  (где  $\mathbf{H}_1$  — вектор напряженности высокочастотного магнитного поля, а  $\hat{\boldsymbol{\mu}} = g\beta \hat{\mathbf{S}}$  — магнитный момент иона) и может быть представлена в виде

$$W_{jk} = \frac{4\pi^2}{h^2} |\langle j | \hat{\boldsymbol{\mu}} | k \rangle|^2 g(\nu) = \frac{4\pi^2 g^2 \beta^2}{h^2} |\langle j | \mathbf{H}_1 \hat{\mathbf{S}} | k \rangle|^2 g(\nu), \quad (7)$$

где  $g(\nu)$  — форм-фактор линии  $\left(\int_0^\infty g(\nu) d\nu = 1\right)$ . Таким образом,

$$W_{jk} \sim |\langle j | \mathbf{H}_1 \hat{S} | k \rangle|^2 = |H_{1x} \langle j | \hat{S}_x | k \rangle + H_{1z} \langle j | \hat{S}_z | k \rangle + H_{1y} \langle j | \hat{S}_y | k \rangle|^2, \quad (8)$$

где

$$\langle j | \hat{S}_z | k \rangle = -\frac{3}{2} c_{j1}^* c_{k1} - \frac{1}{2} c_{j2}^* c_{k2} + \frac{1}{2} c_{j3}^* c_{k3} + \frac{3}{2} c_{j4}^* c_{k4},$$

$$\langle j | \hat{S}_x | k \rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} (c_{j1}^* c_{k2} + c_{j2}^* c_{k1} + c_{j3}^* c_{k4} + c_{j4}^* c_{k3}) + c_{j2}^* c_{k3} + c_{j3}^* c_{k2},$$

$$\langle j | \hat{S}_y | k \rangle = i \frac{\sqrt{3}}{2} (c_{j1}^* c_{k2} - c_{j2}^* c_{k1} + c_{j3}^* c_{k4} - c_{j4}^* c_{k3}) + i (c_{j2}^* c_{k3} - c_{j3}^* c_{k2}).$$

$c_{mn}$  есть коэффициенты разложения состояния  $|m\rangle$ , соответствующего уровню энергии  $\varepsilon_m$ , по собственным функциям оператора  $\hat{S}_z$ .

Знание вероятностей индуцированных переходов позволяет выяснить степень разрешенности переходов для основного и вспомогательного излучений и найти оптимальное размещение рабочего вещества в резонаторе или замедляющей системе парамагнитного усилителя.

Другим рабочим веществом для парамагнитных усилителей является корунд с примесью ионов  $\text{Fe}^{3+}$ .

Ион  $\text{Fe}^{3+}$  имеет в незаполненной  $3d$ -оболочке 5 электронов и его основным состоянием является состояние  ${}^6S$ . Таким образом, основное состояние этого иона не имеет орбитального вырождения ( $L=0$ ). Результаты экспериментов с различными кристаллическими соединениями, содержащими ион  $\text{Fe}^{3+}$  в качестве изоморфной примеси, показали, что шестикратное спиновое вырождение основного уровня в кристаллических полях частично снимается. Наличие расщепления основного уровня энергии было объяснено на основе предположения, что в кристаллических полях основное состояние иона  $\text{Fe}^{3+}$  перестает быть чистым и к нему примешиваются состояния более высоких энергий (с  $L \neq 0$ ).

Спектр ЭПР иона  $\text{Fe}^{3+}$  в корунде можно описать с помощью спинового гамильтониана

$$\hat{\mathcal{H}} = g\beta\mathbf{H}\hat{S} + D \left[ \hat{S}_z^2 - \frac{1}{3} S(S+1) \right] + \frac{a}{6} \left[ \hat{S}_x^4 + \hat{S}_y^4 + \hat{S}_z^4 - \frac{1}{5} S(S+1)(3S^2 + 3S - 1) \right] + \frac{F}{180} [35\hat{S}_z^4 - 30S(S+1)\hat{S}_z^2 + 25\hat{S}_z^2 - 6S(S+1) + 3S^2(S+1)^2]. \quad (9)$$

Здесь использованы те же обозначения, что и в случае (4). Фактор спектроскопического расщепления  $g$  изотропен. Кристаллическое поле тригональной симметрии характеризуется двумя константами  $D$  и  $F$ ,  $a$  — константа кристаллического поля кубической симметрии. Ось  $z$ , как и в предыдущем случае, направлена по тригональной оси, которая является (111)-осью координатной системы  $\xi, \eta, \zeta$ , построенной на кубических осях кристаллического поля;  $S=5/2$ . ЭПР иона  $\text{Fe}^{3+}$  в корунде исследовался рядом автором <sup>24-27</sup>. Было обнаружено, что константы спинового гамильтониана зависят от температуры и концентрации ионов  $\text{Fe}^{3+}$ . При  $4,2^\circ \text{K}$  и концентрации парамагнитных ионов порядка  $10^{-2} \%$  они оказались равными <sup>27</sup>:

$$g = 2,0029 \pm 0,0007, \quad D = (+1719,2 \pm 0,6) \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}, \\ a - F = (+339,2 \pm 0,6) \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}, \quad |a| = (237 \pm 1) \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}.$$



Ионы  $\text{Fe}^{3+}$  образуют в решетке корунда две неэквивалентные системы, поэтому наблюдаемый спектр ЭПР состоит из двух различных систем линий парамагнитного поглощения. Однако при любом угле  $\theta$  между направлениями внешнего магнитного поля и тригональной оси кристалла вращением вокруг тригональной оси можно добиться полного совмещения спектров от обеих систем ионов. В этом практически важном случае совпадающие собственные значения энергии и собственные функции могут быть получены из матрицы гамильтониана следующего вида:

$$\hat{\mathcal{H}} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & a_{14} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 & a_{36} \\ a_{41} & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ 0 & 0 & a_{63} & 0 & a_{65} & a_{66} \end{vmatrix}, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\left(\frac{5}{2}\right) h_z + 5 - \left(\frac{1}{3}\right) (\alpha - f), \\ a_{22} &= -\left(\frac{3}{2}\right) h_z + 1 + (\alpha - f), \\ a_{33} &= -\left(\frac{1}{2}\right) h_z - 1 - \left(\frac{2}{3}\right) (\alpha - f), \\ a_{44} &= +\left(\frac{1}{2}\right) h_z - 1 - \left(\frac{2}{3}\right) (\alpha - f), \\ a_{55} &= +\left(\frac{3}{2}\right) h_z + 1 + (\alpha - f), \\ a_{66} &= +\left(\frac{5}{2}\right) h_z + 5 - \left(\frac{1}{3}\right) (\alpha - f), \\ a_{21} &= a_{12} = a_{65} = a_{56} = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) h_x, \\ a_{32} &= a_{23} = a_{54} = a_{45} = \sqrt{2} h_x, \\ a_{43} &= a_{34} = \left(\frac{3}{2}\right) h_x, \\ -a_{41} &= a_{14} = a_{63} = -a_{36} = i \left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right) \alpha, \\ h_i &= g\beta H_i/D \quad (i = x, z), \quad \alpha = a/D, \quad f = F/D. \end{aligned}$$

Получающиеся из матрицы (10) собственные значения  $\epsilon_i$  связаны с собственными значениями  $E_i$  гамильтониана (9) соотношением (5).

Наиболее простыми для расчета уровней энергии и вероятностей являются случаи, когда внешнее магнитное поле параллельно или перпендикулярно к тригональной оси кристаллического поля (оптической оси кристалла).

В этих случаях выражения для уровней энергии могут быть получены аналитически<sup>27,28</sup>. Соответствующие графики уровней энергии приведены на рис. 4 и 5.

Перспективным материалом для парамагнитных усилителей является рутил (кристаллическая двуокись титана  $\text{TiO}_2$ ) с примесями парамагнитных ионов  $\text{Cr}^{3+}$  или  $\text{Fe}^{3+}$ , которые изоморфно замещают часть ионов  $\text{Ti}^{4+}$ . Кристаллография рутила подробно изложена в работе <sup>29</sup>.

Окружающие каждый катион шесть ионов  $\text{O}^{2-}$  образуют кристаллическое поле ромбической симметрии. В кристаллической решетке рутила имеются два типа неэквивалентных катионов, отличающихся расположением соседних ионов кислорода, причем один тип переходит в другой при повороте решетки на  $90^\circ$  вокруг тетрагональной оси, которую обычно обозначают как ось  $c$ .

При определенных ориентациях кристалла относительно направления внешнего магнитного поля уровни энергии для обеих систем неэквив-

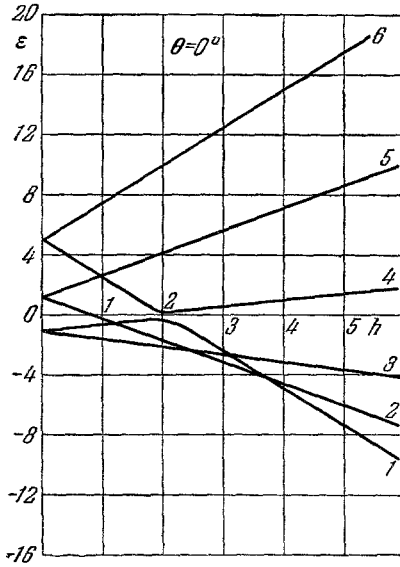


Рис. 4. Уровни энергии иона  $\text{Fe}^{3+}$  в корунде ( $\theta=0^\circ$ ).

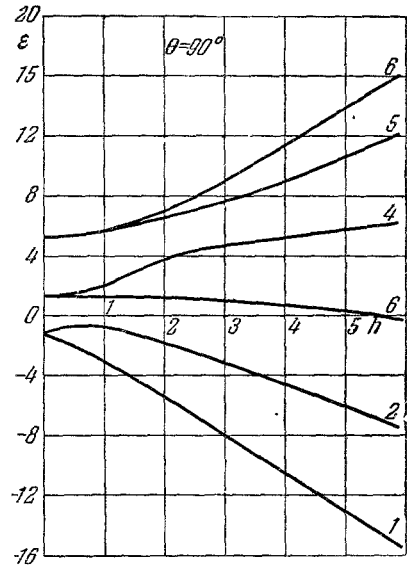


Рис. 5. Уровни энергии иона  $\text{Fe}^{3+}$  в корунде ( $\theta=90^\circ$ ).

валентных ионов совпадают. Это, в частности, имеет место, когда магнитное поле параллельно оси  $c$ . Такие случаи наиболее интересны для практических целей.

Для рассмотрения спектров ЭПР ионов  $\text{Cr}^{3+}$  и  $\text{Fe}^{3+}$  в рутиле удобно ввести системы координат, в которых оси  $x$ ,  $y$  и  $z$  имеют направления соответственно  $(\bar{1}10)$ ,  $(001)$ ,  $(110)$  для одной системы неэквивалентных ионов и  $(\bar{1}\bar{1}0)$ ,  $(001)$ ,  $(\bar{1}10)$ —для другой системы.

Оси  $x$  и  $z$  второй системы могут быть получены поворотом соответствующих осей первой системы на угол  $90^\circ$  вокруг оси  $y$ , которая для обеих систем имеет одинаковое направление, совпадающее с осью  $c$ .

Для случая иона  $\text{Cr}^{3+}$  спиновый гамильтониан может быть записан в виде

$$\hat{\mathcal{H}} = g\beta\mathbf{H}\hat{S} + D \left[ \hat{S}_z^2 - \frac{1}{3} S(S+1) \right] + E (\hat{S}_x^2 - \hat{S}_y^2) \quad (S = 3/2) \quad (14)$$

со значениями констант <sup>30</sup>

$$\begin{aligned} g &= 1,97 \pm 0,01, \\ D &= (-0,68 \pm 0,005) \text{ см}^{-1}, \\ E &= (-0,14 \pm 0,005) \text{ см}^{-1}. \end{aligned}$$

Вид уровней энергии для случая, когда внешнее поле направлено по оси  $c$ , приведен на рис. 6.

Поведение уровней иона  $Fe^{3+}$  в рутиле может быть описано спиновым гамильтонианом <sup>31</sup>

$$\hat{\mathcal{H}} = g\beta\mathbf{H}\hat{S} + D \left( \hat{S}_z^2 - \frac{35}{12} \right) + E (\hat{S}_x^2 - \hat{S}_y^2) + \\ + \frac{a}{6} \left( \hat{S}_x^4 + \hat{S}_y^4 + \hat{S}_z^4 - \frac{707}{16} \right) + \frac{7}{36} F \left( \hat{S}_z^4 + \frac{95}{14} + \frac{81}{16} \right), \quad (12)$$

с константами

$$g = 2,000 \pm 0,005, \\ D = (0,678_3 \pm 0,003_3) \text{ см}^{-1}, \\ E = (0,073_6 \pm 0,002_3) \text{ см}^{-1}, \\ a = (0,036 \pm 0,007) \text{ см}^{-1}, \\ F = (-0,017 \pm 0,010) \text{ см}^{-1}.$$

На рис. 7 изображен вид уровней энергии этого иона также в случае, когда внешнее магнитное поле параллельно оси  $c$ .

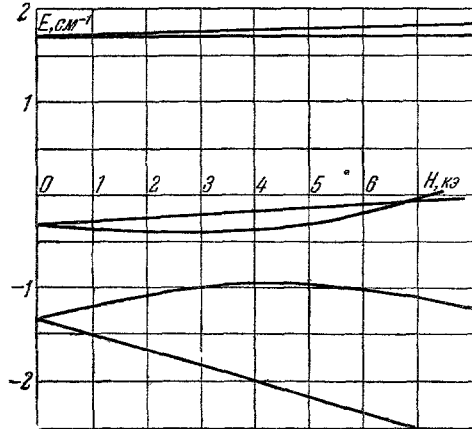
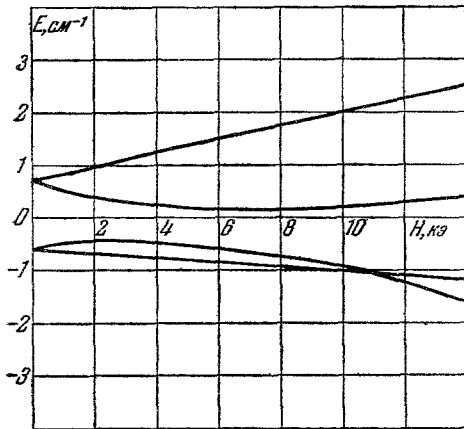


Рис. 6. Уровни энергии иона  $Cr^{3+}$  в рутиле. Магнитное поле параллельно оси  $c$ .

Рис. 7. Уровни энергии иона  $Fe^{3+}$  в рутиле ( $\mathbf{H} \parallel c$ -оси).

О применении перечисленных кристаллических соединений для создания квантовых усилителей будет сказано ниже.

Рассмотрим теперь несколько примеров оптических спектров парамагнитных кристаллов. Хромовый корунд (рубин), нижние энергетические уровни которого уже были подробно рассмотрены выше, находит широкое применение и в квантовых устройствах оптического диапазона. Как уже было сказано, основным термом свободного иона хрома является  ${}^4F$ . Выше него расположен терм  ${}^2G$ . Под воздействием поля кристалла термы расщепляются. Схема расположения уровней энергии иона хрома при последовательном наложении кристаллического поля кубической и тригональной симметрии и при учете спин-орбитальной связи приведена на рис. 8.

Экспериментальное исследование спектра оптического поглощения рубина показывает, что имеются две широкие полосы:  $U$ -полоса ( $\sim 18\,000 \text{ см}^{-1}$ ) и  $Y$ -полоса ( $\sim 25\,000 \text{ см}^{-1}$ ), и несколько групп узких линий, соответствующих переходам с энергией  $\sim 14\,400$  и  $\sim 21\,000 \text{ см}^{-1}$  <sup>16</sup>.

Две узкие красные линии:  $R_1 — 14\,418\text{ см}^{-1}$  и  $R_2 — 14\,447\text{ см}^{-1}$  — являются особенно характерными для рубина. Обе эти линии являются линиями флуоресценции.

Широкие полосы поглощения отвечают переходам из основного состояния  ${}^4A_2$  на различные компоненты уровней  ${}^4\Gamma_5$  и  ${}^4\Gamma_4$ . Эти уровни имеют одинаковую спиновую мультиплетность.

Узкие линии соответствуют переходам между основным уровнем  ${}^4A_2$  и уровнями  $\bar{E}({}^2E)$  (линия  $R_1$ ) и  $2A({}^2E)$  (линия  $R_2$ ). Ширина линий  $R_1$  и  $R_2$  зависит от концентрации хрома в корунде и от температуры; при концентрации 0,05% ширина линии  $R_1$  равна  $0,32\text{ см}^{-1}$  при  $T=77^\circ\text{ К}$  и  $0,25\text{ см}^{-1}$  при  $T=4,2^\circ\text{ К}$ <sup>32</sup>.

Две голубые линии отвечают переходам между  ${}^4A_2$  и компонентами уровня  ${}^2\Gamma_5$ .

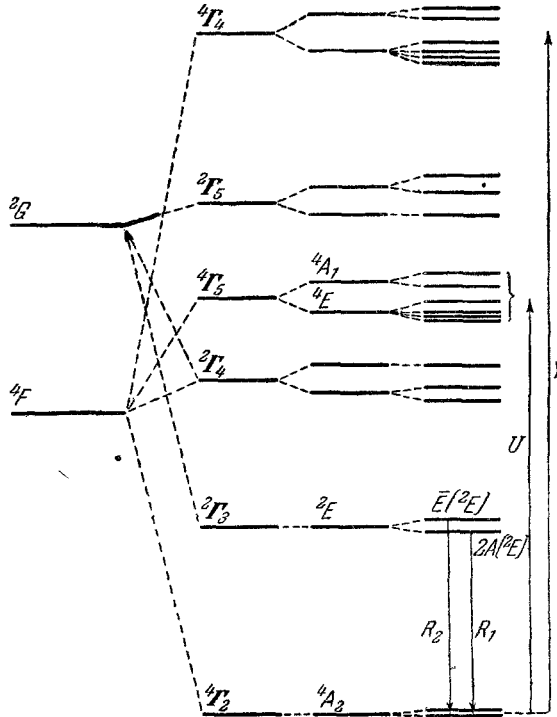


Рис. 8. Схема оптических переходов иона  $\text{Cr}^{3+}$  в корунде.

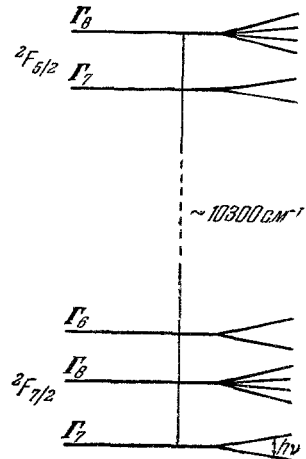


Рис. 9. Энергетические уровни иона  $\text{Yb}^{3+}$  в  $\text{CaF}_2$ .

Флуоресценция красных линий в рубине наблюдается при возбуждении в широких полосах абсорбции. Время жизни возбужденного состояния  ${}^2E$ , измеренное при  $77^\circ\text{ К}$ , составляет  $5 \cdot 10^{-8}\text{ сек}$ .

В качестве другого примера рассмотрим кристалл флюорита с примесью иттербия. Ион  $\text{Yb}^{3+}$  является простейшим представителем редкоземельной группы переходных элементов. Он имеет 13 электронов, т. е. до полностью застроенной оболочки ему не хватает одного электрона. Парамагнитный и оптические спектры  $\text{Yb}^{3+}$  в  $\text{CaF}_2$  были недавно исследованы<sup>39</sup>. Ион  $\text{Yb}^{3+}$  замещает в решетке  $\text{CaF}_2$  ион  $\text{Ca}^{2+}$ . Окружающие ионы  $\text{F}^-$  создают в месте нахождения парамагнитного иона кристаллическое поле кубической симметрии. Основным термом иона  $\text{Yb}^{3+}$  является  ${}^2F_{7/2}$ . Следующий терм  ${}^2F_{5/2}$  расположен на  $\sim 10\,300\text{ см}^{-1}$  выше.

В кристаллическом поле вырождение уровней по проекции  $J$  частично снимается. Нижний терм расщепляется на два крамеровских дублета ( $\Gamma_7$  и  $\Gamma_6$ ) и квадруплет ( $\Gamma_8$ ), а верхний — на дублет ( $\Gamma_7$ ) и квадруплет ( $\Gamma_8$ ) (см. рис. 9).

При наложении внешнего магнитного поля вырождение уровней полностью снимается. Нижний крамеровский дублет имеет изотропный  $g$ -фактор, равный  $\frac{24}{7}$ . Оптический спектр кристалла  $\text{CaF}_2$  с  $\text{Yb}^{3+}$  состоит из нескольких линий и полос в видимой и ультрафиолетовой областях, соответствующих переходам между конфигурациями. В инфракрасной области наблюдаются линии  $10\,231$ ,  $10\,235$ ,  $10\,243\text{ см}^{-1}$ , отвечающие переходам между компонентами термов  ${}^2F_{7/2}$  и  ${}^2F_{5/2}$ , а также слабые полосы  $11\,013$  и  $8\,084\text{ см}^{-1}$ . Полное расщепление нижнего терма (расстояние между  ${}^2\Gamma_6$ - и  ${}^2\Gamma_7$ -уровнями) составляет  $\sim 12\text{ см}^{-1}$ . Это вещество может оказаться подходящим для создания парамагнитных усилителей субмиллиметрового диапазона<sup>33</sup>.

### III. РЕЛАКСАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПАРАМАГНИТНЫХ КРИСТАЛЛАХ

Условия получения отрицательных температур в системе энергетических уровней парамагнитных ионов в кристаллах и, следовательно, возможность использовать такие кристаллы для целей усиления и генерации электромагнитных колебаний, существенно определяются релаксационными процессами в кристаллах. Эти процессы включают в себя спин-решеточные и спин-спиновые взаимодействия. В квантовых усилителях, использующих парамагнитные кристаллы, релаксационные процессы определяют такие важные характеристики, как коэффициент усиления, полоса пропускания, максимальная допустимая амплитуда сигналов (определяемая эффектом насыщения) и время восстановления усиления после воздействия сильных сигналов. В квантовых генераторах релаксационные процессы определяют амплитуду генерируемых колебаний. Кроме того, релаксационные явления определяют величину мощности вспомогательного излучения, применяемого для инверсии населенностей уровней энергии.

Взаимодействие парамагнитного кристалла с полем электромагнитного излучения можно представить схемой, изображенной на рис. 10. Парамагнитный кристалл можно рассматривать состоящим из системы электронных спинов («спин-система») и решетки. При таком рассмотрении предполагается, что спин-система в первом приближении свободна и слабо связана с решеткой. При этом равновесие внутри спин-системы устанавливается значительно быстрее, чем между спин-системой и решеткой. Внешнее электромагнитное излучение индуцирует резонансные магнитные дипольные переходы между уровнями энергии. Населенность уровней спин-системы, находящейся в тепловом равновесии с решеткой, подчиняется больцмановскому распределению. Так как вероятность индуцированных переходов с нижнего уровня на верхний и с верхнего на нижний одинаковы, то в условиях теплового равновесия спин-система поглощает энергию падающего на нее излучения. В этом случае передача энергии в системе, изображенной на схеме рис. 10, происходит следующим образом: спин-система поглощает энергию внешнего излучения, затем благодаря спин-решеточному взаимодействию отдает ее в решетку, которая передает энергию в термостат. Спин-решеточное взаимодействие обеспечивает непрерывное поглощение энергии внешнего излучения спин-системой, восстанавливая постоянно больцмановское распределение парамагнитных атомов по уровням энергии. При достаточно высоких температурах

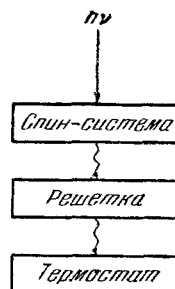


Рис. 10. Схема релаксационного процесса в парамагнитном кристалле.

скорость передачи энергии от спин-системы в термостат обычно ограничивается спин-решеточным взаимодействием. В этом случае решетка сама является термостатом для спин-системы. При очень низких температурах (температурах жидкого гелия и ниже) решетка может уже не являться термостатом для спин-системы и «узким местом» в релаксационном процессе может стать взаимодействие решетки с термостатом. Явления, связанные с этим эффектом, обсуждались в нескольких работах <sup>45, 64, 67, 72, 134</sup>. Проведенные эксперименты показали, что эти эффекты не играют существенной роли в кристаллах при температурах, используемых в квантовых усилителях.

а) **С п и н-р е ш е т о ч н а я р е л а к с а ц и я.** Взаимодействие спин-системы с решеткой может осуществляться посредством различных механизмов. Основы теории спин-решеточной релаксации заложены в работах <sup>34-36</sup> и детально развиты для различных парамагнитных ионов в работах <sup>37-43</sup>. Основным механизмом спин-решеточного взаимодействия в кристаллах обычно является механизм Кронига-Ван-Флека, в котором взаимодействие спин-системы с решеткой осуществляется следующим образом: тепловые колебания решетки модулируют электрическое кристаллическое поле и через посредство спин-орбитальной связи вызывают переходы в спин-системе. В другом механизме, механизме Валлера, спин-система обменивается энергией с тепловыми колебаниями решетки через модуляцию магнитных взаимодействий между парамагнитными ионами, вызываемую тепловыми колебаниями. Этот механизм может играть существенную роль в случае ионов, находящихся в  $S$ -состоянии <sup>37</sup>, поскольку для них орбитальный момент равен нулю и взаимодействие спинов с электрическим кристаллическим полем может осуществляться лишь за счет примеси высших орбитальных состояний.

Величину спин-решеточного взаимодействия обычно характеризуют временем спин-решеточной релаксации, определяемым через вероятности релаксационных переходов между уровнями спин-системы, которые индуцируют фононы решетки. Обмен энергией между фононами решетки и спин-системой осуществляется с помощью однофононных и двухфононных процессов. В однофононном процессе происходит резонансный обмен энергией между спин-системой и решеткой. Частоты фононов в этом процессе совпадают с частотами переходов между уровнями спин-системы. Двухфононный процесс обмена энергией спин-системы с решеткой осуществляется через комбинационное рассеяние фононов. В этом процессе участвуют два фонона, разность частот которых равна частоте перехода между уровнями спин-системы. Однофононные процессы обычно ответственны за спин-решеточную релаксацию при температурах жидкого гелия. Для этих процессов зависимость времени спин-решеточной релаксации  $T_1$  от температуры, когда расстояние между уровнями меньше  $kT$ , следует закону  $T_1 \sim T^{-1}$ . При расщеплении уровней, превышающих  $kT$ , могут быть отклонения от этого закона <sup>70</sup>. Спин-решеточное взаимодействие при высоких температурах осуществляется в основном с помощью комбинационных процессов. Для них характерна более быстрая зависимость времени спин-решеточной релаксации от температуры. В случае, когда спин-решеточная релаксация осуществляется с помощью механизма Кронига-Ван-Флека, времена релаксации в сильной степени зависят от расщепления  $\Delta$  орбитальных уровней электрическим кристаллическим полем и константы спин-орбитальной связи  $\lambda$ . Так, для простого случая ионов со спином  $S=1/2$  времена спин-решеточной релаксации могут быть описаны формулами <sup>35, 36</sup>:

$$T_1 = C_1 \frac{\Delta^4}{\lambda^2 T}, \quad (13)$$

для процессов комбинационного рассеяния

$$T_1 = C_2 \frac{\Delta^6}{\lambda^2 T^7}, \quad (14)$$

если  $T$  меньше характеристической температуры Дебая  $\theta$  и

$$T_1 = C_2 \frac{\Delta^6}{\lambda^2 T^2},$$

если  $T > \theta$ . Здесь коэффициенты  $C_1$  и  $C_2$  включают в себя зависимость от магнитного поля и параметров кристалла (плотность, скорость звука и т. п.). Формулы для  $S=3/2$  более сложны, однако зависимость от температуры и констант  $\Delta$  и  $\lambda$  такая же, как и в случае  $S=1/2$ <sup>36</sup>. Мы не будем дальше обсуждать различные теоретические аспекты спин-решеточной релаксации и сошлемся на монографию по парамагнитному резонансу<sup>12</sup>, а также работу<sup>44</sup>, где эти вопросы рассматриваются детально.

б) С п и н-с п и н о в а я р е л а к с а ц и я. Установление равновесия внутри спин-системы играет важную роль в релаксационном процессе. Как мы отмечали выше, обычно при рассмотрении схемы релаксационного процесса в парамагнитном кристалле предполагается, что равновесие внутри спин-системы устанавливается значительно быстрее, чем между спин-системой, рассматриваемой как целое, и колебаниями решетки. Поэтому релаксация внутри спин-системы и спин-решеточную релаксацию можно характеризовать двумя различными временами:  $T_2$  — временем спин-спиновой релаксации и  $T_1$  — временем спин-решеточной релаксации, причем  $T_2 \ll T_1$ . Однако во многих случаях такого описания релаксационного процесса с помощью двух времен релаксации недостаточно. Особенно это относится к системам со многими уровнями энергии, которые используются в квантовых усилителях и генераторах, где важно, как мы увидим ниже, знать вероятности спин-решеточных переходов между отдельными уровнями энергии, а также и скорость установления равновесия внутри системы спиновых уровней. Как показано в работе<sup>45</sup>, в процессе установления равновесия внутри спин-системы весьма важную роль играют процессы кросс-релаксации, заключающиеся в передаче энергии между различными уровнями спин-системы. Процессы кросс-релаксации заметно проявляются в квантовых усилителях и генераторах радио-диапазона, использующих парамагнитные кристаллы. Больцмановское распределение частиц по различным спиновым уровням энергии устанавливается за время порядка  $T_2$ , если уровни имеют одинаковые расщепления. Когда уровни имеют не одинаковые расщепления, они приходят в равновесие с решеткой за время  $T_1$ . Когда же расщепления уровней близки, или кратны, или почти кратны, то равновесие между этими уровнями может устанавливаться за время спин-спиновой кросс-релаксации  $T_{12}$  более короткое, чем  $T_1$ . Время кросс-релаксации  $T_{12}$  может быть определено через вероятность перехода одной частицы под влиянием обратного перехода одной или нескольких соседних частиц. Для двух линий, имеющих гауссову форму, вероятность кросс-релаксационного перехода<sup>45</sup>

$$\omega_{1j} = (2\pi)^{-1/2} h^{-2} |\mathcal{H}_{1j}|^2 [(\Delta\nu_\alpha)^2 + (\Delta\nu_\beta)^2]^{-2} \exp \left\{ -\frac{(\nu_\alpha - \nu_\beta)^2}{2[(\Delta\nu_\alpha)^2 + (\Delta\nu_\beta)^2]} \right\}, \quad (15)$$

где  $(\Delta\nu_\alpha)^2$  и  $(\Delta\nu_\beta)^2$  — вторые моменты линий поглощения. Эта формула, конечно, приближенна. Для более точного определения  $\omega_{1j}$  необходимо знать высшие моменты. Из (15) следует, что вероятность кросс-релаксационных переходов существенно определяется степенью перекрытия переходов  $\alpha$  и  $\beta$  (перекрытия функций  $g_\alpha(\nu)$  и  $g_\beta(\nu)$ ). В работе<sup>46</sup> проделаны расчеты функции перекрытия методом моментов, на основе которых

сделаны выводы о характере зависимости ее от степени магнитного разбавления взаимодействующих парамагнитных ионов.

На рис. 11 воспроизведены два типичных случая спиновых систем, в которых процессы кросс-релаксации могут быть существенны. Они относятся к системам с двумя близкими по частоте переходами: а)  $\alpha$  и б)  $\beta$ .

Кроме систем с близкими частотами переходов явления кросс-релаксации важны также, когда имеются кратные отношения частот переходов между уровнями энергии. Такие случаи часто встречаются в парамагнитных кристаллах. Кросс-релаксация между уровнями с кратным отношением интервалов осуществляется за счет переориентации спинов трех и более частиц. Рис. 12 поясняет такого рода кратные кросс-релакса-

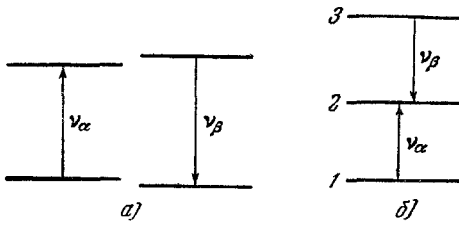


Рис. 11. Примеры кросс-релаксационных переходов в системе двух пар уровней с близкими расщеплениями.

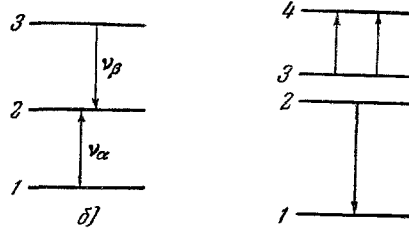


Рис. 12. Кросс-релаксационные переходы в системе уровней с двухкратным отношением расщеплений.

ционные переходы. На нем изображена система из четырех уровней энергии  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  и  $E_4$ , таких, что  $E_2 - E_1 \approx 2(E_4 - E_3)$ .

В этой системе кросс-релаксация осуществляется следующим образом: излучение кванта  $h\nu_{21}$  одной частицей сопровождается одновременным поглощением двух квантов  $h\nu_{43}$  двумя частицами. Такого рода кратные переходы экспериментально обнаружены в работах<sup>47-49</sup>, они играют весьма существенную роль в квантовых усилителях. Следует отметить, что как и в случае кросс-релаксации между уровнями с близкими расщеплениями, кросс-релаксационные переходы на кратных частотах могут осуществляться и не при точной кратности интервалов, а в полосе частот, составляющей несколько сот мегагерц при ширине линий отдельных резонансных переходов в несколько десятков мегагерц<sup>50, 51</sup>.

1. Физические основы квантовых усилителей радиодиапазона. Рассмотрим изменение населенностей спиновых уровней парамагнитных ионов в кристалле под действием внешнего электромагнитного поля и тепловых колебаний решетки. Для простоты рассмотрим сначала систему спинов, обладающую двумя уровнями энергии  $E_1$  и  $E_2$ . Изменение населенностей уровней  $n_1$  и  $n_2$  со временем описывается кинетическим уравнением

$$\frac{dn_1}{dt} = -n_1\omega_{12} + n_2\omega_{21} + (n_2 - n_1)W_{12} \quad (16)$$

при условии сохранения числа частиц

$$n_1 + n_2 = N.$$

Здесь  $\omega_{12}$  и  $\omega_{21}$  — вероятности переходов, вызываемых спин-решеточным взаимодействием; они связаны соотношением  $\omega_{12} = \omega_{21} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right)^*$ ,

\*) Это соотношение непосредственно вытекает из условия, что при тепловом равновесии населенности уровней следуют распределению Больцмана.



$W_{12}$  — вероятность индуцированных переходов под действием высокочастотного поля резонансной частоты  $\nu = (E_2 - E_1)/h$ .

Если равновесное бальцмановское распределение частиц по уровням нарушено, то эти уравнения описывают скорость восстановления равновесного распределения. Решение для разности населенностей  $\Delta n_{12} = n_1 - n_2$  имеет вид

$$\Delta n_{12}(t) - \Delta n_{12}^0 = [\Delta n_{12}(t=0) - \Delta n_{12}^0] \exp\left(-\frac{t}{T'_1}\right), \quad (17)$$

где  $\Delta n_{12}^0$  — равновесная разность населенностей,  $\Delta n_{12}(t=0)$  — разность населенностей, определяемая начальными условиями при  $t = 0$ , а время

$$T'_1 = \frac{1}{\omega_{12} + \omega_{21} + 2W_{12}} \quad (18)$$

при  $W_{12} = 0$  есть время спин-решеточной релаксации. При  $W_{12} \neq 0$  спиновая система приходит в равновесие более быстро, однако достигаемое при этом стационарное состояние не соответствует бальцмановскому распределению. В этом случае стационарная разность населенностей равна

$$(\Delta n_{12})_{\text{стац}} = \frac{\Delta n_{12}^0}{1 + 2T_1 W_{12}}. \quad (19)$$

Отсюда вытекает, что если вероятность индуцированных переходов сравнима с вероятностями спин-решеточных переходов ( $W_{12} \sim \omega_{12}, \omega_{21}$ ), то наступает эффект насыщения. Разность населенностей уровней стремится к нулю при  $W_{12} \rightarrow \infty$ . Вероятность индуцированных переходов дается формулой (7). Для магнитных дипольных переходов и линии лоренцевой формы

$$W_{12} = \frac{1}{4} \gamma^2 H_1^2 |\langle S_x \rangle_{12}|^2 2T_2, \quad (20)$$

где  $\gamma = \frac{2\pi g\beta}{h}$  — напряженность высокочастотного магнитного поля, индуцирующего переходы,  $\langle S_x \rangle_{12}$  — матричный элемент оператора электронного спина,  $T_2$  — время спин-спиновой релаксации. Тогда формула (19) переписется в виде

$$(\Delta n_{12})_{\text{стац}} = \frac{\Delta n_{12}^0}{1 + \gamma^2 H_1^2 |\langle S_x \rangle_{12}|^2 T_1 T_2}. \quad (19a)$$

Величину  $S = \gamma^2 H_1^2 |\langle S_x \rangle_{12}|^2 T_1 T_2$  называют фактором насыщения.

Если имеется система из трех уровней энергии (см. рис. 13) и между уровнями 1 и 3 достигается эффект насыщения благодаря воздействию излучения на частоте  $\nu_{31}$ , то возможно получить избыток частиц на уровне 3 по сравнению с уровнем 2 (или на уровне 2 по сравнению с уровнем 1)<sup>52, 53</sup>. Это будет соответствовать отрицательной спиновой температуре между уровнями 3 и 2 (или между уровнями 2 и 1). При этом система становится активной, т. е. может излучать энергию на частоте  $\nu_{32}$  (или  $\nu_{21}$ ).

Если между уровнями 2 и 3 приложено слабое излучение, то вследствие индуцированных переходов оно будет усиливаться. Такой квантовый усилитель может работать и как генератор, если индуцированное излучение достаточно велико, чтобы скомпенсировать потери в высокочастотной системе, в которой находится парамагнитный кристалл. Рассмотрим условия получения отрицательных температур в системе трех уровней. Рассмотрим задачу в отсутствие кросс-релаксации. Уравнения

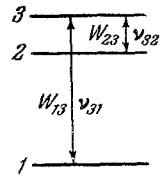


Рис. 13. Система трех уровней.

для населенностей уровней имеют вид<sup>53</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= -(\omega_{12} + \omega_{13})n_1 + \omega_{21}n_2 + \omega_{31}n_3 - (n_1 - n_3)W_{13}, \\ \frac{dn_2}{dt} &= -(\omega_{21} + \omega_{23})n_2 + \omega_{12}n_1 + \omega_{32}n_3 - (n_2 - n_3)W_{23}, \\ n_1 + n_2 + n_3 &= N, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где  $N$  — полное число частиц на уровнях, и

$$\begin{aligned} \omega_{12} &= \omega_{21} \exp\left(-\frac{h\nu_{21}}{kT}\right), \\ \omega_{13} &= \omega_{31} \exp\left(-\frac{h\nu_{31}}{kT}\right), \\ \omega_{23} &= \omega_{32} \exp\left(-\frac{h\nu_{32}}{kT}\right). \end{aligned}$$

— вероятности релаксационных переходов между соответствующими уровнями под действием тепловых колебаний решетки. В стационарных условиях (когда  $dn_1/dt = dn_2/dt = dn_3/dt = 0$ ) при большой мощности вспомогательного излучения ( $W_{13} \gg W_{23}$ ,  $\omega_{i,k}$ ;  $i, k = 1, 2, 3$ ) получаем

$$n_1 - n_2 = n_3 - n_2 = N \frac{(\omega_{21} - \omega_{12}) - (\omega_{32} - \omega_{23})}{(2\omega_{21} + \omega_{12}) + (\omega_{32} + 2\omega_{23}) + 3W_{23}}. \quad (22)$$

При  $h\nu_{31} \ll kT$  имеем

$$n_1 - n_2 = n_3 - n_2 = \frac{1}{3} \frac{hN}{kT} \frac{\omega_{21}\nu_{21} - \omega_{32}\nu_{32}}{\omega_{21} + \omega_{32} + W_{23}}. \quad (22a)$$

Из этой формулы видно, что для того, чтобы получить инверсию населенностей на уровнях 3 и 2 по сравнению с равновесным распределением, необходимо чтобы  $\omega_{21}\nu_{21} > \omega_{32}\nu_{32}$ . Это будет соответствовать отрицательному поглощению на частоте  $\nu_{32}$ . Если имеет место обратное неравенство  $\omega_{21}\nu_{21} < \omega_{32}\nu_{32}$ , то будет отрицательное поглощение на частоте  $\nu_{21}$ . Инверсию населенностей можно характеризовать величиной

$$I_{32} = \frac{n_3 - n_2}{(n_3 - n_2)_0}, \quad (23)$$

где  $(n_3 - n_2)_0$  — равновесная разность населенностей в отсутствие вспомогательного излучения. Величину  $I_{32}$  мы будем называть коэффициентом инверсии. Мощность, излучаемая на частоте  $\nu_{32}$ , будет равна

$$P_{\text{магн}} = \frac{N}{3kT} (h\nu_{32})^2 I_{32} W_{32}. \quad (24)$$

Веществу с отрицательным поглощением можно сопоставить отрицательную добротность

$$|Q_B| = \frac{2\pi\nu P}{P_{\text{магн}}}, \quad (24a)$$

где  $P$  — энергия электромагнитного поля в кристалле. Из формулы (22a) видно, что чем больше частота вспомогательного излучения  $\nu_{31}$  и вероятность релаксационного перехода  $\omega_{21}$ , тем легче выполнить условия получения отрицательной температуры между уровнями 3 и 2.

Условия получения отрицательных температур в системе из четырех уровней аналогичны рассмотренным для трехуровневой системы и легко

могут быть получены решением кинетических уравнений, подобных уравнениям (21). Однако в четырехуровневой системе возможно применение вспомогательного излучения между двумя парами уровней. Положение вспомогательного излучения между двумя парами уровней может привести к увеличению инверсии  $I$ . В системе из четырех уровней возможны различные варианты использования вспомогательного излучения, три из

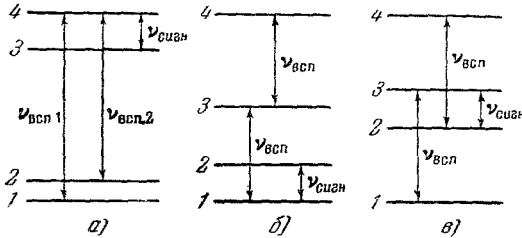


Рис. 14. Системы из четырех уровней энергии.

них изображены на рис. 14. В схеме рис. 14, а используется вспомогательное излучение на двух частотах  $\nu_{\text{всп}1}$  и  $\nu_{\text{всп}2}$ . В этом случае разность населенностей между уровнями 3 и 4 будет равна<sup>54</sup>:

$$(n_4 - n_3)_1 = \frac{Nh}{4kT} \frac{\omega_{32}\nu_{32} + \omega_{31}\nu_{31} - \omega_{43}\nu_{43}}{\omega_{34} + \omega_{23} + \omega_{13} + W_{43}}. \quad (25)$$

Если вспомогательное излучение приложено только к одной паре уровней, например  $2 \longleftrightarrow 4$ , имеем

$$(n_4 - n_3)_2 = \frac{Nh}{4kT} \frac{\omega_{21}\omega_{32} - \nu_{41}\omega_{43} + (\omega_{41} + \omega_{31} + \omega_{21})(\omega_{32}\nu_{32} - \omega_{43}\nu_{43})}{\omega_{31}(\omega_{41} + \omega_{21}) + (\omega_{41} + \omega_{31} + \omega_{21})(\omega_{43} + \omega_{32} + W_{43})}; \quad (26)$$

сравнение (25) и (26) показывает, что применение вспомогательного излучения на двух частотах дает больший коэффициент инверсии.

На схеме рис. 14, б вспомогательное излучение приложено между совпадающими по частоте переходами  $1 \longleftrightarrow 3$  и  $3 \longleftrightarrow 4$ . В этом случае для коэффициента инверсии перехода  $2 \longleftrightarrow 1$  имеем<sup>55</sup>:

$$(I_{21})_1 = \frac{\nu_{32}}{\nu_{21}} \left[ \frac{\omega_{32} + 2\omega_{24} + \frac{\nu_{21}}{\nu_{32}}(\omega_{42} - \omega_{21})}{\omega_{21} + \omega_{32} + \omega_{42}} \right]. \quad (27)$$

Когда же переход  $3 \longleftrightarrow 4$  не насыщается,

$$(I_{21})_2 = \frac{\omega_{42}(\omega_{43}\nu_{43} + \omega_{41}\nu_{41} + \omega_{32}\nu_{32}) - (\omega_{13} + \omega_{41})(\omega_{21}\nu_{21} + \omega_{42}\nu_{42} - \omega_{32}\nu_{32})}{\nu_{21}[(\omega_{32} + \omega_{21})(\omega_{43} + \omega_{41}) + \omega_{42}(\omega_{32} + \omega_{21} + \omega_{41} + \omega_{43})]}. \quad (28)$$

Если предположить в (27) и (28) все релаксационные вероятности одинаковыми, то

$$(I_{21})_1 \approx 4(I_{21})_2,$$

т. е. применение вспомогательного излучения на двух переходах приводит к значительному увеличению коэффициента инверсии.

Для системы уровней, изображенной на рис. 14, в, расстояния между уровнями 1, 3 и 2, 4 равны. Поэтому вспомогательное излучение одной и той же частоты  $\nu_{31} = \nu_{32} = \nu_{42}$  приводит одновременно к обогащению уровня 3 и обеднению уровня 2. В результате такого симметричного воздействия вспомогательного излучения разность числа частиц на уровнях 3 и 2 равна<sup>56</sup>

$$n_3 - n_2 = \frac{Nh}{4kT} \frac{\omega_{41}\nu_{41} + \omega_{43}\nu_{43} + \omega_{21}\nu_{21} - \omega_{32}\nu_{32}}{\omega_{12} + \omega_{23} + \omega_{14} + \omega_{34}}. \quad (29)$$

Когда вспомогательное излучение приложено только между двумя уровнями, например 1 и 3, то

$$(n_3 - n_2)_1 = \frac{Nh}{4kT} \frac{\omega_{42}(\omega_{41}\nu_{21} - \omega_{43}\nu_{32}) + (\omega_{41} + \omega_{42} + \omega_{43})(\omega_{21}\nu_{21} - \omega_{32}\nu_{32})}{\omega_{42}(\omega_{41} + \omega_{43}) + (\omega_{41} + \omega_{42} + \omega_{43})(\omega_{21} + \omega_{32})}. \quad (29a)$$

Сравнение (29) и (29a) показывает, что симметричный вариант может дать значительное увеличение коэффициента инверсии на переходе  $3 \leftrightarrow 2$ . В частности, при одинаковых вероятностях релаксационных переходов между всеми уровнями

$$\frac{I_{\text{симм}}}{I_1} = \frac{n_3 - n_2}{(n_3 - n_2)_1} = \frac{1}{2} \left( \frac{\nu_{41} + \nu_{43}}{\nu_{21} - \nu_{32}} + 1 \right). \quad (29б)$$

Рассмотрим теперь влияние кросс-релаксации на работу квантовых усилителей. Как уже отмечалось, кросс-релаксационные переходы приводят к изменению населенностей уровней и поэтому существенно влияют на работу квантовых усилителей. Это влияние сказывается в том, что кросс-релаксационные переходы могут укорачивать время восстановления равновесия между различными уровнями энергии парамагнитных ионов в кристалле и поэтому изменяют условия получения отрицательных температур между уровнями. Так, если кросс-релаксация ускоряет восстановление равновесия между уровнями 3 и 2 (см. рис. 13), то, как это следует из формулы (22a), она ухудшает условия получения отрицательной температуры между этими уровнями. Наоборот, если кросс-релаксация укорачивает время релаксации для перехода  $1 \leftrightarrow 2$ , то она увеличивает положительную разность населенностей между уровнями 3 и 2. Такого рода эффекты кросс-релаксации были обнаружены в квантовых парамагнитных усилителях<sup>50, 57, 58</sup>. В случае корунда, рутила и других кристаллов с примесью ионов  $\text{Cr}^{3+}$  имеется четыре уровня энергии и оказываются существенными кросс-релаксационные переходы между уровнями с кратными энергетическими интервалами. Вероятность таких переходов возрастает при повышении концентрации  $\text{Cr}^{3+}$ . Кросс-релаксационные переходы особенно существенно сказываются при гелиевых температурах. Это происходит потому, что времена спин-решеточной релаксации удлиняются с понижением температуры, тогда как вероятности кросс-релаксационных переходов практически не изменяются вплоть до самых низких температур. Вследствие кросс-релаксации парамагнитные усилители на рубине перестают работать при гелиевых температурах при концентрациях  $\text{Cr}^{3+}$ , превышающих 0,05%, тогда как при более высоких температурах они работают при больших концентрациях  $\text{Cr}^{3+}$ <sup>57</sup>.

В работе<sup>51</sup> проведен анализ влияния кросс-релаксации на характеристики парамагнитных усилителей. Следует заметить, что количественные оценки в работе<sup>51</sup> сделаны в предположении, что вероятности спин-решеточных переходов пропорциональны вероятностям магнитных дипольных переходов, что вряд ли имеет место.

Для улучшения характеристик парамагнитных усилителей представляет интерес применение кристаллов с двумя примесными ионами. Уровни энергии одного из них используются для усиления; уровни второго иона подбираются так, чтобы увеличить вероятность релаксационного перехода между соответствующими уровнями основного иона. Второй ион должен обладать более коротким временем спин-решеточной релаксации. Так, в парамагнитном усилителе на этил-сульфате гадолиния<sup>59</sup> в кристалл в качестве второй примеси были добавлены ионы  $\text{Ce}^{3+}$ , имеющие более короткое время спин-решеточной релаксации, чем ионы  $\text{Gd}^{3+}$ . С таким кристаллом был получен режим усиления, тогда как без примеси церия усилитель не работал.

2. Экспериментальные методы исследования релаксационных процессов. Для исследования релаксационных процессов в парамагнитных кристаллах используется эффект насыщения. Используются методы непрерывного и импульсного насыщения линий парамагнитного резонанса.

В стационарных условиях непрерывного насыщения интенсивность линии перехода между уровнями  $i$  и  $j$  согласно приведенной выше формуле (19) равна

$$J = J_0 \frac{1}{1 + \gamma^2 H_1^2 |\langle S_x \rangle_{ij}|^2 T_1 T_2}, \quad (30)$$

где  $J_0$  — интенсивность линии в отсутствие насыщения.

Измеряя отношения  $J/J_0$ , можно определить время спин-решеточной релаксации  $T_1$ , если известны величины  $\gamma$ ,  $\langle S_x \rangle_{ij}$  и  $T_2$ , характеризующие данную линию, и напряженность насыщающего высокочастотного магнитного поля в резонаторе, в котором находится исследуемое вещество. Величина  $H_1$  обычно вычисляется через добротность резонатора  $Q$  и подводимую к нему мощность. Так, для прямоугольного резонатора, в котором возбуждаются колебания типа  $H_{102}$ , максимальная напряженность поля на торцевой стенке равна

$$H_1^2 = \frac{16PQ}{vV \left(\frac{\lambda_B}{\lambda}\right)^2}, \quad (31)$$

где  $P$  — мощность высокочастотного поля в резонаторе (*эрг/сек*),  $v$  — частота (*гц*),  $V$  — объем резонатора (*см<sup>3</sup>*),  $\lambda$  и  $\lambda_B$  — соответственно длина волны в свободном пространстве и в волноводе, имеющем поперечные размеры резонатора. Время спин-спиновой релаксации  $T_2$  может быть определено из наблюдаемой ширины линии. Для линии лоренцевой формы

$$T_2 = \frac{1}{\pi \Delta\nu}, \quad (32)$$

где  $\Delta\nu$  — ширина линии на уровне половины максимальной интенсивности. Вычисленное таким образом время  $T_1$  есть время спин-решеточной релаксации, если отсутствуют эффекты кросс-релаксации. Когда же эти эффекты имеют место для исследуемого перехода, время  $T_1$ , определенное методом непрерывного насыщения из формулы (30), будет некоторым эффективным временем релаксации, характеризующим спин-решеточные и спин-спиновые кросс-релаксационные взаимодействия. По этой причине метод непрерывного насыщения не позволяет детально исследовать релаксационные процессы в многоуровневых системах.

Прямым методом измерения времен релаксации, позволяющим разделить спин-решеточные и кросс-релаксационные взаимодействия, является метод импульсного насыщения. В этом методе времена релаксации непосредственно определяются по релаксационной кривой восстановления интенсивности исследуемой линии после воздействия насыщающего импульса <sup>48, 49, 56, 58, 60, 63, 66, 69, 73, 77, 79.</sup>

Эффекты спин-решеточной и спин-спиновой кросс-релаксации могут быть разделены путем насыщения импульсами различной длительности <sup>62, 79.</sup> Если вид релаксационной кривой зависит от длительности насыщающих импульсов, то это указывает на наличие кросс-релаксационных взаимодействий для исследуемого перехода. При насыщении короткими импульсами, длительность которых меньше времени кросс-релаксации, эти взаимодействия особенно четко отражаются на релаксационной кривой.

На рис. 15 для иллюстрации этих эффектов показаны релаксационные кривые для одной из линий парамагнитного резонанса  $\text{Cr}^{3+}$  в рутиле<sup>63</sup>, полученные при различной длительности насыщающих импульсов.

Отметим, что метод импульсного насыщения может быть использован и для исследования переходных процессов в квантовых усилителях, если применять импульсное насыщение на частоте сигнала или на частоте вспомогательного излучения. Применение двухчастотных методов импульсного насыщения позволяет определить вероятности релаксационных переходов между отдельными уровнями<sup>58</sup>.

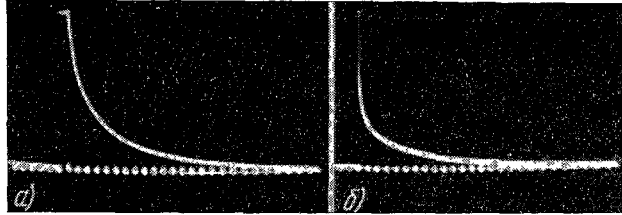


Рис. 15. Релаксационные кривые для одного из переходов в спектре  $\text{Cr}^{3+}$  в рутиле, полученные при двух длительностях насыщающего импульса:

а)  $\tau = 2$  мсек, б)  $\tau = 0,05$  мсек. Метки времени через 2 мсек  
 $T = 1,7^\circ \text{K}$

3. Экспериментальные данные по релаксации в некоторых парамагнитных кристаллах. Приведем краткие сведения о релаксационных процессах в парамагнитных кристаллах, применяемых в настоящее время в качестве рабочего вещества в квантовых усилителях. Сюда относятся корунд с примесью  $\text{Cr}^{3+}$  и  $\text{Fe}^{3+}$ , калиево-кобальтовый цианид с примесью  $\text{Cr}^{3+}$ , рутил с примесью  $\text{Cr}^{3+}$  и  $\text{Fe}^{3+}$  и этил-сульфат лантана с примесью  $\text{Gd}^{3+}$ .

1)  $\text{Cr}^{3+}$  в цианиде. Релаксация  $\text{Cr}^{3+}$  в цианиде ( $\text{K}_3\text{Cr}$ ,  $\text{Co}(\text{CN})_6$ ) детально изучалась различными методами<sup>50, 58, 64, 66</sup>. Результаты могут быть резюмированы следующим образом. Время спин-решеточной релаксации при гелиевых температурах не зависит от концентрации  $\text{Cr}^{3+}$  в интервале 0,03 ÷ 1% и уменьшается при концентрациях больше 1%. При таких температурах спин-решеточная релаксация осуществляется с помощью прямых однофононных процессов и времена релаксации следуют приблизительно закону  $T_1 \sim T^{-1}$ .

Величины  $T_1$  несколько различаются для разных электронных переходов и в среднем составляют  $\sim 3 \cdot 10^2$  сек при  $1,4^\circ \text{K}$ . Обнаруживаются эффекты кросс-релаксации, когда два перехода близки по частоте<sup>50</sup>. Вероятность кросс-релаксационных переходов сильно зависит от концентрации  $\text{Cr}^{3+}$  и расстояния между переходами. В работе<sup>58</sup> определены вероятности спин-решеточных переходов между отдельными уровнями энергии  $\text{Cr}^{3+}$  в цианиде.

2)  $\text{Cr}^{3+}$  и  $\text{Fe}^{3+}$  в корунде. Корунд с примесью  $\text{Cr}^{3+}$  является одним из кристаллов, применяемых в квантовых усилителях радиодиапазона. Релаксационные явления в нем изучались во многих работах<sup>48, 49, 56, 68, 69, 80</sup> в широком диапазоне температур и концентраций. При комнатной температуре время спин-решеточной релаксации практически не зависит от концентрации  $\text{Cr}^{3+}$  в интервале 0,002 ÷ 0,1%\*), слабо различается для разных переходов и составляет в среднем  $\sim 3 \cdot 10^6$  сек.

\*) Здесь и в дальнейшем концентрация  $\text{Cr}^{3+}$  в  $\text{Al}_2\text{O}_3$  определяется как отношение числа ионов  $\text{Cr}^{3+}$  к числу ионов  $\text{Al}^{3+}$ .

При температурах жидкого азота и жидкого гелия время релаксации удлиняется; наблюдается заметное укорочение времени спин-решеточной релаксации при повышении концентрации  $\text{Cr}^{3+}$ , причем это укорочение сильнее проявляется при гелиевых температурах. При  $77^\circ \text{K}$  величины  $T_1$  заключены в пределах  $1 \cdot 10^{-4} - 4 \cdot 10^{-6} \text{ сек}$  при изменении концентрации  $\text{Cr}^{3+}$  от 0,015 до 0,65%. При этой температуре  $T_1$  слабо различается для разных переходов и типичная величина  $T_1$  для образца с концентрацией 0,05% составляет около  $5 \cdot 10^{-5} \text{ сек}$ . В области температур жидкого азота наблюдается зависимость  $T_1 \sim T^{-5} - T^{-7}$ .

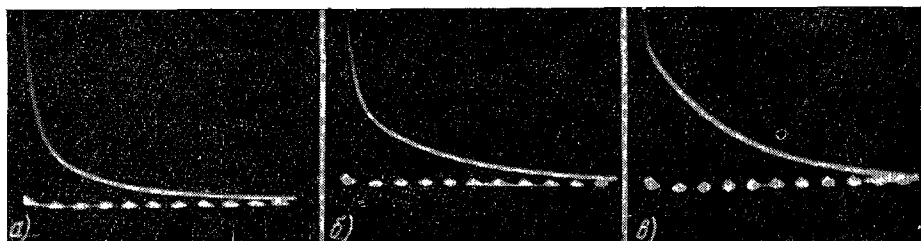


Рис. 16. Релаксационные кривые для перехода  $1/2 \leftrightarrow -1/2$   $\text{Cr}^{3+}$  в  $\text{Al}_2\text{O}_3$  при различных ориентациях кристалла:  
а)  $\theta=0^\circ$ , б)  $\theta=10^\circ$ , в)  $\theta=15^\circ$ . Длительность насыщающего импульса  $\tau=200$  мсек. Метки времени через 20 мсек.  $T=4,2^\circ \text{K}$ .

В области гелиевых температур существенную роль играют явления кросс-релаксации. Были обнаружены и исследованы кросс-релаксационные взаимодействия в спектре  $\text{Cr}^{3+}$  при различных отношениях расщеплений между уровнями энергии.

При исследовании релаксации методами импульсного насыщения релаксационная кривая описывается суммой экспонент: быстрая экспонента характеризует изменение разности населенностей за счет кросс-релаксационных взаимодействий, а медленная экспонента характеризует спин-решеточную релаксацию. Для иллюстрации эффектов кросс-релаксации на рис. 16 показаны типичные релаксационные кривые для перехода  $1/2 \leftrightarrow -1/2$ , полученные на образце с концентрацией  $\text{Cr}^{3+} \sim 0,15\%$  при различных ориентациях кристалла относительно внешнего магнитного поля. При параллельной ориентации  $\theta=0^\circ$  переход  $1/2 \leftrightarrow -1/2$  «спунтируется» кросс-релаксационным переходом  $3/2 \leftrightarrow -3/2$ , частота которого точно в 3 раза превышает частоту перехода  $1/2 \leftrightarrow -1/2$ . Этот эффект четко виден на релаксационной кривой для перехода  $1/2 \leftrightarrow -1/2$ , содержащей быструю кросс-релаксационную экспоненту, вес которой заметно уменьшается при отклонении ориентации кристалла от параллельной, когда кратность частот переходов  $1/2 \leftrightarrow -1/2$  и  $3/2 \leftrightarrow -3/2$  нарушается.

Спин-решеточная релаксация в хромовом корунде при гелиевых температурах осуществляется с помощью однофононных процессов, и времена спин-решеточной релаксации следуют зависимости  $T_1 \sim T^{-1}$ , хотя было обнаружено отклонение от этого закона при больших концентрациях  $\text{Cr}^{3+}$ .

Величины  $T_1$  зависят от концентрации  $\text{Cr}^{3+}$  и значительно различаются для разных переходов. Так при  $T=4,2^\circ \text{K}$  в ориентации  $\theta=90^\circ$  для образца с концентрацией  $\text{Cr}^{3+} \sim 0,03\%$   $T_1$  варьируется в пределах  $20 \div 60$  мсек для разных переходов. При той же температуре в ориентации  $\theta=0^\circ$  для перехода  $1/2 \leftrightarrow -1/2$  величины  $T_1$  изменяются в интервале  $100 \div 1$  мсек при увеличении концентрации  $\text{Cr}^{3+}$  от 0,05 до 0,65%.

Отметим, что ширина линий парамагнитного резонанса  $\text{Cr}^{3+}$  в корунде не объясняется чисто дипольными магнитными взаимодействиями<sup>71</sup>. Возможно, существенный вклад в ширину линий дают обменные взаимодействия. Обменные взаимодействия в хромовом корунде могут влиять также на спин-решеточную релаксацию<sup>80</sup>.

Релаксация  $\text{Fe}^{3+}$  в  $\text{Al}_2\text{O}_3$  изучалась в работах<sup>26, 27, 73</sup>. Величины  $T_1$  при гелиевых температурах различаются для разных переходов и в ориентации  $\theta=90^\circ$  для образца с концентрацией  $\text{Fe}^{3+} \sim 0,03\%$  составляют  $1,5 \div 2$  мсек при  $4,2^\circ \text{K}$  и  $4 \div 13$  мсек при  $1,4^\circ \text{K}$ .

При более высоких температурах времена спин-решеточной релаксации равны  $\sim 0,8$  мсек при  $10,1^\circ \text{K}$ ,  $0,5 \div 1$  сек при  $20,2^\circ \text{K}$  и меньше  $10$  мсек при  $T > 56^\circ \text{K}$ .

3)  $\text{Cr}^{3+}$  и  $\text{Fe}^{3+}$  в рутиле. Монокристаллы рутила ( $\text{TiO}_2$ ) с примесью  $\text{Cr}^{3+}$  и  $\text{Fe}^{3+}$  являются подходящим материалом для квантовых усилителей миллиметрового диапазона благодаря большим начальным расщеплениям спиновых уровней энергии в кристаллическом поле<sup>30, 31, 74-76</sup>. Релаксация  $\text{Cr}^{3+}$  в рутиле изучалась методом импульсного насыщения в работах<sup>63, 73</sup>. В области гелиевых температур времена спин-решеточной релаксации для разных переходов изменяются в пределах  $2,1 \div 4,5$  мсек в ориентации  $\theta=90^\circ$  на частоте  $34,6$  кМГц<sup>73</sup>. На частоте  $9,4$  кМГц спин-решеточная релаксация характеризуется двумя временами  $T_1$  и  $T'_1$  для каждого перехода<sup>63</sup>. Величины  $T_1$  и  $T'_1$  лежат в интервале  $2,2 \div 4$  мсек и  $0,5 \div 1,1$  мсек соответственно. При гелиевых температурах для некоторых переходов обнаруживается более слабая, чем  $T^{-1}$ , зависимость времен спин-решеточной релаксации от температуры, что связано с большим расщеплением спиновых уровней энергии  $\text{Cr}^{3+}$  в рутиле. При более высоких температурах времена спин-решеточной релаксации составляют около  $2$  мсек при  $10,1^\circ \text{K}$ ,  $0,6$  мсек при  $20,3^\circ \text{K}$  и меньше  $10$  мсек при  $T > 56^\circ \text{K}$ . Времена релаксации для  $\text{Fe}^{3+}$  в рутиле при  $4,2^\circ \text{K}$  близки для разных переходов и составляют около  $2$  мсек. При температуре  $1,7^\circ \text{K}$  релаксация для тех же переходов характеризуется двумя временами  $T_1$  и  $T'_1$ , заключенными в пределах  $3,5 \div 6$  мсек и  $0,6 \div 2,5$  мсек соответственно. Для некоторых переходов обнаруживается более быстрая, чем  $T^{-1}$ , зависимость времен релаксации от температуры в области  $4,2-1,7^\circ \text{K}$ , что, как и в случае  $\text{Cr}^{3+}$  в рутиле, связано с большим начальным расщеплением уровней энергии<sup>63</sup>. Как для  $\text{Cr}^{3+}$ , так и для  $\text{Fe}^{3+}$  в рутиле при гелиевых температурах наблюдаются эффекты кросс-релаксации.

4)  $\text{Gd}^{3+}$  в этил-сульфате. Времена релаксации для  $\text{Gd}^{3+}$  в этилсульфате ( $\text{La}_{0,995}\text{Gd}_{0,005}(\text{C}_2\text{H}_5\text{SO}_4)_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$ ) при гелиевых температурах различаются для разных переходов. Так при  $4,2^\circ \text{K}$  при параллельной ориентации оси кристалла по отношению к магнитному полю величины  $T_1$  изменяются от  $2,6$  мсек до  $9,8$  мсек для различных электронных переходов<sup>60, 78</sup>. Расхождение между величинами  $T_1$ , определенными методами непрерывного и импульсного насыщения<sup>60</sup>, вероятно, связано с влиянием эффектов кросс-релаксации между уровнями энергии ионов  $\text{Gd}^{3+}$ . В образце этил-сульфата, содержащем ионы  $\text{Ce}^{3+}$  ( $\text{Ce} : \text{La} = 1 : 500$ ;  $\text{Gd} : \text{La} = 1 : 200$ ), наблюдалось значительное укорочение времени релаксации для перехода  $-1/2 \leftrightarrow 3/2$  у  $\text{Gd}^{3+}$ , когда этот переход совпадал с переходом между уровнями  $\text{Ce}^{3+}$ <sup>78</sup>. Этот эффект, о котором мы уже упоминали выше, связан с кросс-релаксацией между уровнями энергии  $\text{Gd}^{3+}$  и  $\text{Ce}^{3+}$ .

4. М а т е р и а л ы д л я п а р а м а г н и т н ы х у с и л и т е л е й р а д и о д и а п а з о н а. Рассмотренные нами парамагнитные кристаллы используются в квантовых усилителях радиоволн. Основные



требования, предъявляемые к рабочему веществу парамагнитных усилителей со вспомогательным излучением, могли бы быть сформулированы следующим образом.

Прежде всего, система уровней парамагнитного иона в кристалле должна состоять по крайней мере из трех уровней. Поэтому не могут быть использованы ионы, имеющие эффективный спин  $S=1/2$  (например,  $Ti^{3+}$ ,  $Co^{2+}$ ,  $Cu^{2+}$ , многие редкоземельные ионы). Начальные расщепления спиновых уровней энергии (в отсутствие магнитного поля) обычно выбирают, исходя из диапазона частот, для которого предназначается усилитель.

Как правило, используются парамагнитные ионы, не обладающие ядерным магнитным моментом; наличие сверхтонкой структуры снижает эффективность усилителя, так как уменьшается количество частиц, приходящихся на один энергетический уровень.

Парамагнитный кристалл должен обладать подходящими временами спин-решеточной релаксации. Слишком короткое  $T_1$  потребует значительной мощности вспомогательного излучения для достижения насыщений. Слишком длинные времена ограничивают максимальную амплитуду сигналов очень малыми значениями, а также препятствуют быстрому восстановлению усиления после прекращения воздействия сильного насыщающего сигнала. В настоящее время обычно используются вещества с  $T_1 \sim 10^{-2} \div 10^{-4}$  сек.

Соотношения между вероятностями релаксационных переходов на различные уровни должны благоприятствовать образованию отрицательной температуры между выбранной парой уровней.

Ширина линий парамагнитного вещества не должна быть очень большой; оптимальные значения ширины лежат в интервале  $10 \div 100$  Мгц.

Эффекты кросс-релаксации и уширение линий ограничивают увеличение концентрации парамагнитных ионов. В зависимости от конкретных кристаллов, диапазона и температуры величина максимально допустимой концентрации парамагнитных ионов составляет  $0,05 \div 1\%$ .

Более удобными для парамагнитных усилителей оказались кристаллы, в которых все парамагнитные ионы магнитно-эквивалентны и образуют единую систему с общими энергетическими уровнями.

Используемые кристаллы должны, кроме того, быть химически стойкими, прочными, и обладать малыми диэлектрическими потерями. Одним из лучших таких кристаллов является корунд ( $Al_2O_3$ ).

#### IV. КВАНТОВЫЕ (ПАРАМАГНИТНЫЕ) УСИЛИТЕЛИ РАДИОДИАПАЗОНА

Из всех предложенных схем квантовых усилителей наиболее перспективными для непрерывного усиления оказались трехуровневые парамагнитные усилители со вспомогательным излучением<sup>52,53</sup>. Возможны различные конструкции высокочастотных устройств, в которых должно происходить взаимодействие излучения с активным веществом. Рассмотрим два наиболее характерных случая. В одном из них активное вещество взаимодействует с излучением в режиме стоячей волны, а в другом — в режиме бегущей волны. В первом из этих случаев можно осуществить резонаторный парамагнитный усилитель, во втором — парамагнитный усилитель бегущей волны.

1. Резонаторный парамагнитный усилитель (РПУ). Пусть активное парамагнитное вещество помещено в резонатор. Ширина спектральной линии парамагнитных кристаллов, используемых в резонаторных парамагнитных усилителях, обычно больше ширины полосы пропускания резонатора. Поэтому полоса пропускания РПУ

определяется полосой резонатора. Так как активное вещество является средой с отрицательными потерями, то резонатор регенерируется, что приводит к сужению его полосы пропускания.

Связь между величиной коэффициента усиления РПУ и его полосой пропускания можно установить при рассмотрении отражательного РПУ.

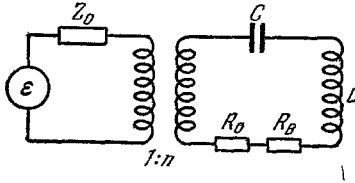


Рис. 17. Эквивалентная схема РПУ.

В этом случае усиленным является сигнал, отраженный от резонатора. На рис. 17 представлена эквивалентная схема такого усилителя, связанного с линией, имеющей волновое сопротивление  $Z_0$ , через трансформатор с коэффициентом связи  $n$ , равным  $\omega M$ , где  $M$  — коэффициент взаимной индукции. Пусть отрицательное сопротивление, вносимое активным веществом, равно  $-|R_B|$ , а сопротивление, описывающее собственные потери резонатора, равно  $R_0$ .

Коэффициент отражения от конца линии, нагруженной резонатором усилителя:

$$\Gamma = \frac{\beta - 1}{\beta + 1} = K, \quad (33)$$

где  $\beta = \frac{n^2/Z_0}{R_0 - |R_B|}$  и  $K$  — коэффициент усиления по напряжению. Вводя добротности  $Q_0 = \frac{\omega L}{R_0}$ ,  $Q_{св} = \frac{\omega L}{n^2/Z_0}$  и  $|Q_B| = \frac{\omega L}{|R_B|}$  и учитывая, что полная добротность резонатора связана с  $Q_0$ ,  $Q_{св}$  и  $Q_B$  соотношением

$$Q^{-1} = Q_0^{-1} + Q_{св}^{-1} - |Q_B|^{-1}, \quad (34)$$

получаем

$$\Gamma = \frac{2Q}{Q_{св}} - 1. \quad (35)$$

Заменяя  $\Gamma$  на  $K$ , выражая  $Q_{св}$  через  $|Q_B|$  и  $Q_0$  и учитывая, что  $Q = v/\Delta v$ , получаем

$$(K - 1)\Delta v = 2v \left( \frac{1}{|Q_B|} - \frac{1}{Q_0} \right) = A, \quad (36)$$

где  $v$  — частота усиливаемого сигнала,  $\Delta v$  — полоса пропускания усилителя.

Величина  $A$  пропорциональна частоте сигнала  $v$ . Это значит, что при неизменной величине добротности вещества усилитель с повышением частоты становится более широкополосным. Таким образом, в случаях, когда ширина линии превышает ширину полосы пропускания резонатора, произведение  $(K - 1)\Delta v$  является величиной постоянной для РПУ данной конструкции и поэтому характеризует его качество. Величина  $A$  не зависит от степени связи резонатора с линией.

При изменении связи меняются по отдельности значения  $K$  и  $\Delta v$ . Уменьшение связи увеличивает  $K$ , но уменьшает  $\Delta v$ . При достаточно малой связи может возникнуть генерация. Это происходит при

$$\frac{1}{Q_{св}^{кр}} = \frac{1}{|Q_B|} - \frac{1}{Q_0}, \quad (37)$$

т. е. при  $Q = \infty$ . Таким образом видно, что полоса пропускания РПУ сильно зависит от достигнутого усиления.

Регенерация РПУ приводит к нестабильностям. Действительно, в предположении, что  $Q_0 \gg |Q_B|$ ,

$$K = \frac{|Q_B| + Q_{св}}{|Q_B| - Q_{св}}. \quad (38)$$

Это соотношение позволяет легко связать относительную нестабильность усиления  $\delta K/K$  с флуктуациями добротности связи  $\delta Q_{св}/Q_{св}$  и активного вещества  $\delta Q_{в}/Q_{в}$ :

$$\frac{\delta K}{K} = \frac{(K-1)(K+1)}{2K} \left( \frac{\delta Q_{св}}{Q_{св}} + \frac{\delta Q_{в}}{Q_{в}} \right). \quad (39)$$

Использование в РПУ связанных резонаторов <sup>81</sup> приводит при том же усилении к расширению полосы пропускания и увеличению стабильности усиления.

При воздействии на РПУ мощного сигнала величина усиления резко падает из-за эффекта насыщения. Зависимость коэффициента усиления РПУ от мощности входного сигнала можно найти <sup>82</sup>, учитывая, что добротность вещества обратно пропорциональна относительной разности населенностей  $Z = (n_3 - n_2)/N$ :

$$|Q_{в}| = \frac{a}{Z}, \quad (40)$$

а величина

$$Z = \frac{Z_0}{1 + (3/2) W_{32} T_1} \quad (41)$$

через вероятность индуцированного излучения  $W_{32}$  определяется мощностью сигнала. Связывая мощность  $P_{вх}$  сигнала со значением  $W_{32}$  через нагруженную добротность резонатора  $Q$  при усилении  $K$ , можно получить из (38) уравнение

$$K = \frac{K_0 + (K+1)(K_0-1)SP_{вх}}{1 + (K+1)(K_0-1)SP_{вх}}, \quad (42)$$

где  $K_0$  — максимальный коэффициент усиления РПУ, а

$$S = \frac{3}{4} \kappa \frac{\mu_{32}^2 T_1 T_2}{\hbar^2 VA}.$$

Здесь  $\kappa$  — коэффициент заполнения и  $V$  — объем рабочего вещества. Зависимость усиления  $G$  (в децибеллах) от произведения  $SP_{вх}$  приведена на рис. 18.

Следует иметь в виду, что после снятия насыщающего сигнала усиление достигает своего максимального значения не сразу, а через некоторое время. Время восстановления усиления  $\tau_{в}$  после снятия полностью насыщающего сигнала до значения  $K < K_0$  можно вычислить, если принять, что восстановление разности населенностей происходит по закону

$$Z = Z_0 (1 - e^{-t/\tau_1}). \quad (43)$$

Если условиться, что нас интересует время восстановления до уровня  $K = 0,9K_0$  (т. е. до усиления, меньшего максимального на 1 дб), то

$$\tau_{в} = T_1 \ln \frac{(0,9K_0 + 1)(K_0 - 1)}{0,2K_0}. \quad (44)$$

Видно, что в силу регенерации системы время восстановления усиления определяется не только временем спин-решеточной релаксации  $T_1$ , но и величиной  $K_0$ . Время восстановления  $\tau_{в}$  может быть уменьшено путем введения в кристалл второй парамагнитной примеси, увеличивающей релаксационную вероятность для перехода  $2 \leftrightarrow 1$  (см. рис. 13) <sup>59</sup>.

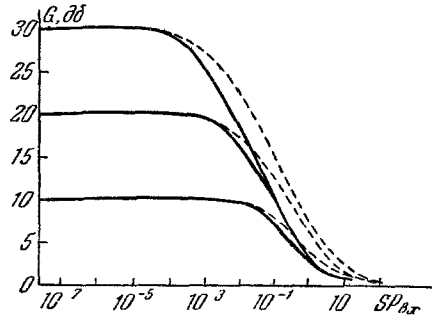


Рис. 18. Амплитудная характеристика парамагнитных усилителей. Сплошная кривая относится к РПУ, пунктирная к ПУВВ

Основным преимуществом парамагнитных усилителей радиодиапазона является низкий уровень их собственных шумов. Теоретическому исследованию вопроса о собственных шумах квантовых усилителей посвящено много работ<sup>3, 83-87</sup>. Источниками шумов являются тепловое излучение стенок резонатора и спонтанное излучение спиновой системы при наличии инверсии населенности. При гелиевых температурах и в радиодиапазоне эффективная температура этих шумов меньше 10°K, что подтверждается экспериментами<sup>88</sup>.

Учитывая большую важность вопроса о шумах квантовых усилителей, целесообразно рассмотреть его более подробно.

Шумовые свойства физических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, описываются флуктуационно-диссипационной теоремой Каллена—Велтона (см. 89, 90). Квантовые усилители, относящиеся к классу существенно неравновесных систем, характеризуются отрицательной эффективной температурой, являющейся мерой достигнутой инверсии. По определению эта температура равна

$$T_e = \frac{h\nu}{k \ln \frac{n_1}{n_2}}, \quad (45)$$

где  $n_1$  — число частиц на нижнем уровне энергии, а  $n_2$  — на верхнем. В случае инверсии населенностей  $n_1 < n_2$ .

Температура  $T_e$  связывает только два уровня энергии, между которыми происходят переходы на частоте сигнала. С точки зрения шумов достаточно даже во многоуровневой системе рассматривать только эти два уровня, так как влияние уровней, связанных вспомогательным излучением, пренебрежимо мало в полосе частот, близких к частоте сигнала<sup>3</sup>.

Оказывается, что теорема Каллена—Велтона обобщается на случай неравновесных стационарных систем, обладающих отрицательной эффективной температурой, причем спектральная интенсивность флуктуаций в таких системах определяется величиной (точнее модулем) этой температуры и величиной отрицательных потерь (см., например, 91). Для систем с одним типом колебаний спектральная плотность квадрата флуктуационного напряжения  $\overline{E_v^2}$  на сопротивлении  $R$  равна

$$\overline{E_v^2} = 4Rk\nu \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (46)$$

Так как  $R = -|R|$  и  $T = -|T_e|$ , то (46) записывается в виде

$$\overline{E_v^2} = 4|R|k\nu \frac{e^{h\nu/k|T_e|}}{e^{h\nu/k|T_e|} - 1}, \quad (46a)$$

где  $|R|$  — модуль отрицательного сопротивления, соответствующего активному веществу, а  $|T_e|$  — модуль его отрицательной температуры. Написанное соотношение является обобщением известной формулы Найквиста для рассматриваемых нами систем. Этому соотношению соответствует спектральная плотность мощности шумов

$$P_v = k\nu \frac{e^{h\nu/k|T_e|}}{e^{h\nu/k|T_e|} - 1}. \quad (47)$$

При  $h\nu \ll k|T_e|$ , что соответствует малой инверсии, т. е. случаю  $n_2 \gtrsim n_1$ ,

$$P_v = k|T_e|. \quad (47a)$$

В случае полной инверсии, при которой  $n_1 = 0$ , и, следовательно,  $T_e = -0$ ,

$$P_\nu = h\nu. \quad (47б)$$

Соотношения (46а), (47) и (47а), (47б) описывают шумы квантовых усилителей, обусловленные спонтанным излучением инвертированной системы спинов.

Отметим, что если в квантовом усилителе могут возбуждаться  $N$  типов колебаний, то полученные соотношения надо увеличить в  $N$  раз. В частности, если объемная плотность осцилляторов поля такова же, что и для свободного пространства, то для плотности энергии спонтанного излучения  $u_\nu$  получается соотношение

$$u_\nu = 4 \frac{\nu^2}{c^3} h\nu, \quad (48)$$

что совпадает с известным фактом пропорциональности плотности энергии спонтанного излучения кубу частоты.

К шумам спонтанного излучения добавляются шумы теплового излучения стенок квантового усилителя. При гелиевых температурах они очень малы. Зная спектральный состав флуктуационного излучения в квантовом усилителе, можно определить спектральную плотность его входных шумов, т. е. фактор его шумов или, что целесообразно для радиодиапазона, эффективную температуру его входных шумов.

Для отражательного резонаторного парамагнитного усилителя радиодиапазона эта величина (при большом усилении) равна <sup>88</sup>

$$T_{\text{вх}} = T_e + T_0 + \frac{Q_{\text{св}}}{Q} \approx T_e, \quad (49)$$

где  $T_0$  — температура стенок резонатора. Эта величина не превышает нескольких градусов Кельвина. Аналогично для усилителя бегущей волны (см. ниже) можно получить, что <sup>92</sup>

$$T_{\text{вх}} = T_e + (T_0 + T_e) \frac{\alpha_g}{\beta - \alpha_g}, \quad (50)$$

где  $\alpha_g$  — коэффициент поглощения в стенках волновода, а  $\beta$  — коэффициент отрицательного поглощения активного вещества, отнесенные к единице длины усилителя бегущей волны. Величина  $T_{\text{вх}}$  также весьма мала.

Применение малозумящих парамагнитных усилителей может привести к значительному улучшению чувствительности радиоприемных устройств. Следует, однако, различать чувствительность собственно парамагнитного усилителя и чувствительность радиоприемного устройства с парамагнитным усилителем. Первая чрезвычайно велика. Для второй существенную роль в определении общего порога чувствительности играют шумы космоса, атмосферы и антенно-фидерных трактов.

Легко определить выигрыш в чувствительности радиоприемного устройства с РПУ, предназначенного для приема монохроматических сигналов <sup>93</sup>. Отношение интенсивности  $P_0$  минимально обнаружимого регулярного сигнала в отсутствие РПУ к интенсивности  $P$  сигнала, принимаемого с помощью РПУ, равно

$$\frac{P_0}{P} = \frac{T_a + \frac{N}{1 - \alpha_\Phi} T_0}{T_a + \frac{\alpha}{1 - \alpha} T_0}. \quad (51)$$

Здесь  $T_a$  — эффективная температура антенны,  $N$  — фактор шумов радиоприемника,  $T_0$  — температура окружающей среды,  $\alpha_\Phi$  — коэффициент

поглощения антенно-фидерного тракта и  $\alpha = \alpha_{\text{ф}} + \alpha_{\text{ц}} - \alpha_{\text{ф}}\alpha_{\text{ц}}$  — коэффициент поглощения в этом тракте при наличии РПУ. Отличие  $\alpha$  от  $\alpha_{\text{ф}}$  обусловлено потерями в ферритовом циркуляторе  $\alpha_{\text{ц}}$ , который необходимо применять в отражательном РПУ для разделения входа и выхода усилителя.

Соотношение (51) верно, если усиление РПУ достаточно велико. В этом случае шумы следующей за ним части приемника не вносят вклада в шум-фактор. Для этого необходимо, чтобы было  $K^2 \gg \frac{N}{\alpha}$ . В типичных

условиях сантиметрового диапазона при наблюдении под небольшими углами к горизонту соотношение (51) приводит к десятикратному улучшению чувствительности. При больших углах величина выигрыша доходит до 50.

Таким образом, применение РПУ в качестве входного каскада приемного устройства, предназначенного для приема регулярных сигналов, приводит к резкому улучшению чувствительности устройства.

Устройства, принимающие шумовые сигналы, например радиоастрономические приемники, требуют особого рассмотрения. Их чувствительность, как известно, тем выше, чем шире полоса приема. Поэтому применение РПУ, при котором кроме снижения эффективной температуры входных шумов может произойти также уменьшение полосы приема, не обязательно приводит к улучшению чувствительности радиометров. Поэтому при рассмотрении вопроса о чувствительности радиометра с РПУ<sup>93,94</sup> надо иметь в виду соотношение (36). Следовательно, должно существовать оптимальное значение усиления, при котором чувствительность наиболее высока. Это происходит потому, что чем больше усиление, тем меньше эффективная температура шумов, но и тем уже полоса. Применяя к радиометру с РПУ обычную методику<sup>93</sup>, легко найти, что его чувствительность будет наилучшей, если усиление по мощности РПУ  $G = K^2 \approx 4,5 \frac{T''}{T'}$ , а полоса пропускания следующей за РПУ части прием-

ника  $\Delta\nu_2 = 3A \sqrt{\frac{T'}{T''}}$ . Здесь  $T''$  и  $T'$  — эффективные температуры шумов соответственно на выходе и входе РПУ. Если эти условия выполнить, то при радиоастрономическом исследовании низкотемпературного источника и при циркуляторе с малыми потерями выигрыш в чувствительности по температуре антенны равен

$$\frac{\delta T_{\alpha_0}}{\delta T_{\alpha}} = 0,7 \left( \frac{N}{\alpha_{\text{ф}}} \right)^{3/4} \sqrt{\frac{A}{\Delta\nu}}, \quad (52)$$

где  $\Delta\nu$  — полоса пропускания приемника, используемого в радиометре без РПУ.

Таким образом, применение РПУ в приемниках радиоастрономического типа особенно целесообразно, если достигнуто значение произведения коэффициента усиления на полосу пропускания, не меньшее полосы пропускания приемника, используемого в радиометре без РПУ. Следует, однако, иметь в виду, что РПУ с усилением, превышающим 20 дБ, работает недостаточно устойчиво.

2. Парамагнитный усилитель бегущей волны (ПУБВ). Если активное вещество помещено в некоторую волноводную систему, по которой усиливается излучение распространяется в виде бегущей волны, то в силу того, что вносимое веществом поглощение отрицательно, будет происходить экспоненциальное увеличение интенсивности этого излучения. Поток энергии  $P$ , распространяющейся вдоль системы с групповой скоростью  $v_{\text{гр}}$ , связан с добротностью вещества  $|Q|$

соотношением

$$\frac{dP}{dx} = \frac{2\pi\nu P}{v_{гр} |Q_B|}. \quad (53)$$

Отсюда следует, что коэффициент усиления ПУБВ по мощности <sup>96</sup>

$$G = \exp \left\{ 2\pi \frac{mn}{|Q_B|} \right\}, \quad (54)$$

где  $m = \frac{c}{v_{гр}}$  — замедление групповой скорости и  $n = \frac{l}{\lambda_0}$  ( $\lambda_0$  — длина волны в свободном пространстве, а  $l$  — длина ПУБВ). Следовательно, усиление, выраженное в децибеллах,

$$G = 27,2 \frac{mn}{|Q_B|} [\text{дб}]. \quad (54a)$$

Полоса пропускания ПУБВ определяется формой линии поглощения. Если эта форма лоренцева, то зависимость усиления ПУБВ от частоты дается соотношением

$$G_{(\delta\delta)}(\nu) = G_{(\delta\delta)}^0 \frac{\Delta\nu_{л}^2}{\Delta\nu_{л}^2 + x^2}, \quad (55)$$

где  $\Delta\nu_{л}$  — полуширина линии резонансного поглощения, а  $x$  — расстройка относительно резонансной частоты. Отсюда видно, что полоса пропускания ПУБВ определяется шириной линии поглощения и гораздо менее резко зависит от достигнутого усиления. В частности, ширина полосы пропускания ПУБВ на уровне 3 дб равна

$$\Delta\nu = 2\Delta\nu_{л} \sqrt{\frac{3}{G_{(\delta\delta)}^0 - 3}}. \quad (56)$$

В отличие от РПУ усиление и полоса пропускания ПУБВ не зависят от частоты, так как ширина линии практически не зависит от частоты. Поэтому применение ПУБВ может дать особенно большое увеличение относительной ширины полосы приема на низких частотах.

Ввиду отсутствия регенеративной неустойчивости, ПУБВ более стабильны. Величина относительных флуктуаций усиления, обусловленных изменениями добротности активного вещества, равна

$$\frac{\delta G}{G} = \ln G \frac{\delta Q_B}{Q_B}. \quad (57)$$

Следует отметить, что отсутствие регенеративной неустойчивости ПУБВ возможно только в том случае, если он обладает невзаимным, однонаправленным усилением, при котором усиливается излучение, идущее только от входа к выходу. Кроме того, для подавления влияния неизбежных отражений ПУБВ должен обладать невзаимным поглощением обратной волны с ослаблением в  $L$  раз, причем  $L$  должно удовлетворять условию

$$L \gg G\Gamma_1\Gamma_2,$$

где  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  — коэффициенты отражения по мощности от входа и выхода.

Обычно невзаимность усиления и ослабления в ПУБВ достигается использованием областей с круговой поляризацией высокочастотного магнитного поля разных знаков для прямой и обратной волны. Для поглощения обратной волны применяются либо ферриты, помещаемые в области с круговой поляризацией соответствующего знака, либо такое же парамагнитное вещество, что и применяемое для усиления, только гораздо более концентрированное, в силу чего его поглощение на частоте сигнала практически не меняется при воздействии вспомогательного излучения.

Из формулы (54) следует, что для получения сколько-нибудь значительного усиления при использовании обычных фидерных систем с бегущей волной их длина должна составлять несколько метров, что практически невозможно. Поэтому используются замедляющие системы разного рода<sup>96,97</sup>.

При большом входном сигнале усилитель начинает насыщаться. Зависимость коэффициента усиления ПУБВ от мощности входного сигнала определяется зависимостью  $Q_{в}$  от этой мощности. При учете связи между  $Q_{в}$  и  $P_{вх}$  уравнение (53) для потока энергии записывается в виде

$$\frac{dP}{dx} = \frac{AP}{1+SP} \quad (58)$$

где  $A$  — фактор усиления, а  $S$  — фактор насыщения, как и в случае РПУ пропорциональный  $T_2 T_1$ . Уравнение (58) дает искомое соотношение

$$G = G_0 e^{-SP_{вх}(G-1)}.$$

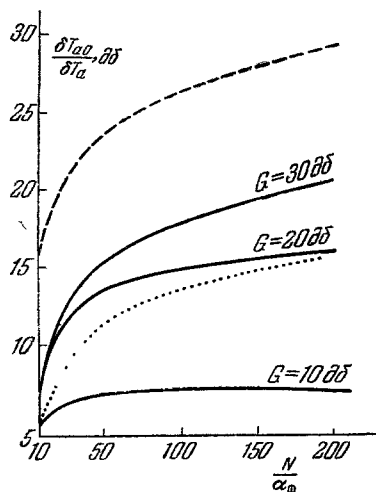
Эта зависимость имеет тот же характер, что и в случае РПУ, только при одинаковых  $S$  она менее резка (см. рис. 18).

Время восстановления усиления ПУБВ после снятия насыщающего сигнала дается соотношением

$$\tau_{в} = T_1 (1,5 + \ln \ln G_0). \quad (59)$$

Как уже говорилось выше, собственные шумы ПУБВ радиодиапазона пренебрежимо малы. Поэтому применение ПУБВ в качестве входного каскада приемника регулярных сигналов приводит к выигрышу

Рис. 19. Выигрыш в чувствительности радиометра, использующего парамагнитные усилители.



в чувствительности, описываемому тем же соотношением, что и в случае РПУ. Отличие состоит только в том, что для ПУБВ не требуется циркулятора и поэтому практически  $\alpha = \alpha_{ф}$ . При приеме шумовых сигналов применение ПУБВ может дать очень существенный выигрыш. Этот вопрос подробно рассмотрен в работе<sup>93</sup>. На рис. 19 приведены графики, характеризующие (в децибеллах) величину повышения чувствительности радиометра. Пунктирная кривая относится к радиометру с РПУ, сплошные кривые — к радиометру с ПУБВ при усилении 10, 20 и 30 дБ. На этом же рисунке штриховой кривой показана величина оптимального усиления РПУ, необходимого для достижения наилучшего повышения чувствительности.

3. Экспериментальные результаты. Первый парамагнитный усилитель был реализован с использованием ионов  $Gd^{3+}$  в решетке этил-сульфата лантана  $La(C_2H_5SO_4) \cdot 9H_2O$ <sup>99</sup>. В одной из первых работ также был использован калиево-кобальтовый цианид  $K_3Co(CN)_6$  с присадкой ионов  $Cr^{3+}$ <sup>98</sup>.

К настоящему времени наиболее широкое применение в квантовых усилителях радиодиапазона нашел хромовый корунд (рубин), спектр ЭПР и релаксационные свойства которого были описаны нами выше. При использовании этого вещества созданы квантовые усилители в диапазоне длин волн от трех сантиметров до одного метра<sup>99-102</sup>. В более высокочастотном диапазоне ( $\lambda = 8$  мм и  $\lambda = 1,25$  см) применяются ионы  $Fe^{3+}$  и  $Cr^{3+}$  в решетке рутила  $TiO_2$ <sup>103, 30</sup>. Использовался также ион  $Fe^{3+}$  в решетке корунда  $Al_2O_3$  для создания усилителей трехсантиметрового<sup>25</sup> и десятисантиметрового<sup>104</sup> диапазонов. Большинство описанных к настоящему времени квантовых усилителей осуществлены на рубине.



С помощью этих усилителей было получено существенное увеличение чувствительности радиотелескопов на волнах 3 и 21 см<sup>94, 105</sup> и увеличение чувствительности радиолокационной станции 3-сантиметрового диапазона на 11 дб<sup>106</sup>.

Наибольшее распространение получили резонаторные парамагнитные усилители. В таких усилителях резонатор настраивается не только

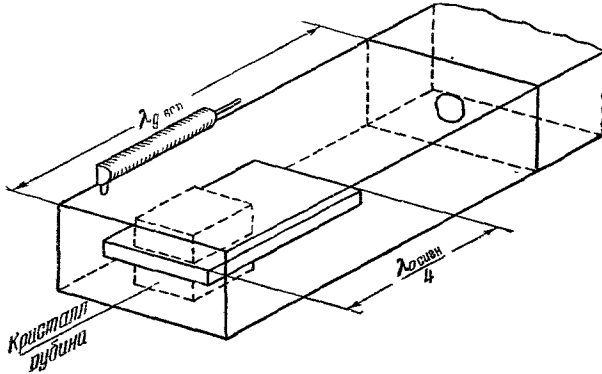


Рис. 20. Полосковый резонатор.

на частоту сигнала, но и на частоту вспомогательного излучения. В дециметровом диапазоне эти двухчастотные резонаторы большей частью являются резонаторами коаксиального типа на частоте сигнала и одновременно объемными резонаторами волноводного типа на частоте вспомогательного излучения. В качестве коаксиальных резонаторов

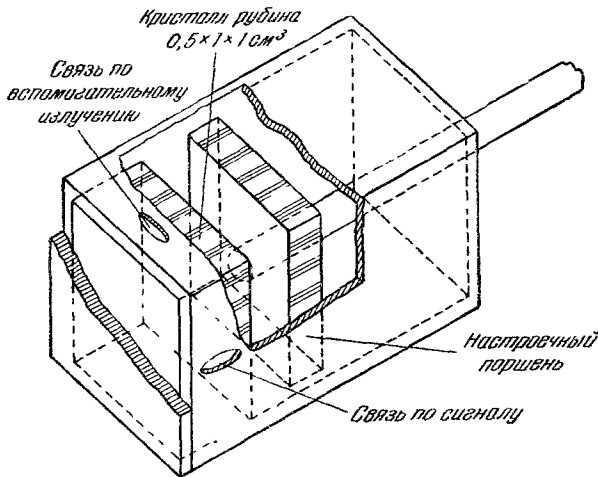


Рис. 21. Объемный резонатор.

используются либо нагруженные емкостью отрезки коаксиальных линий<sup>107, 108</sup>, либо отрезки полосковых линий<sup>59, 109</sup>.

Возбуждение коаксиальных резонаторов производится большей частью с помощью соответствующим образом расположенных штырей или петель связи, являющихся непосредственным продолжением коаксиальных фидеров. На рис. 20 приведено схематическое изображение полоскового резонатора РПУ<sup>109</sup>. На более коротких волнах, начиная с  $\lambda = 3$  см, наиболее удобными оказались объемные резонаторы, в которых возбуж-

даются высшие типы колебаний на частотах сигнала и вспомогательного излучения. На рис. 21 изображен резонатор такого типа<sup>99</sup>. По этому же пути идет освоение более высокочастотного диапазона. На волне 8 мм использовался диэлектрический резонатор, материалом которого является рабочее вещество (рутил), обладающее высокой диэлектрической проницаемостью ( $\epsilon_{\perp}=120$ ,  $\epsilon_{\parallel}=220$  при  $4,2^{\circ}\text{K}$ )<sup>103</sup>. В дециметровом диапазоне для создания усилителей используются главным образом уровни энергии иона  $\text{Cr}^{3+}$  в решетке  $\text{Al}_2\text{O}_3$  при перпендикулярной ориентации, т. е. когда внешнее магнитное поле перпендикулярно к тригональной оси кристалла. Схема уровней энергии для этой ориентации была приведена на рис. 3. Здесь имеются два различных режима работы. В низких полях для усиления сигнала используется переход между уровнями 1—2,

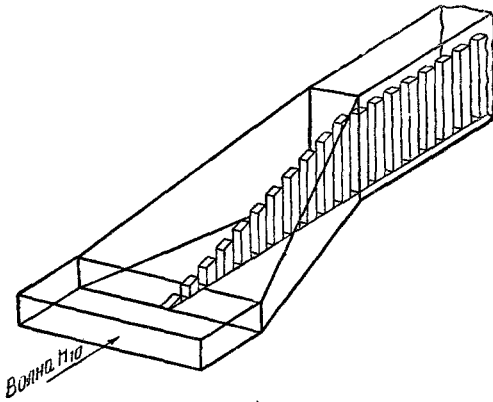


Рис. 22. Штыревая замедляющая система.

а вспомогательное излучение прикладывается между уровнями 1—4. Достоинствами этого режима работы являются малость магнитного поля ( $200 \div 700 \text{ э}$  для диапазона  $\lambda=30 \div 10 \text{ см}$ ) и слабая зависимость частоты вспомогательного излучения от частоты сигнала ( $\lambda=2,25 \div 2,5 \text{ см}$  для диапазона  $\lambda=10 \div 30 \text{ см}$ ). Однако лучшие результаты были получены при более высоких полях, когда для усиления используется переход 3—4, а вспомогательное излучение соответствует переходу 2—4. Так, на длине волны 10 см

при поле  $H \approx 3000 \text{ э}$  и вспомогательном излучении длиной волны  $\lambda \approx 2,15 \text{ см}$  было получено значение произведения усиления на полосу пропускания  $A=55 \text{ Мгц}$ <sup>108</sup>. Еще более хорошие результаты в этом режиме можно ожидать при вспомогательном излучении с длиной волны  $\lambda=1,2 \text{ см}$ , соответствующей переходу 1—4.

В диапазоне длин волн, меньших 5 см, возможно использование так называемого «симметричного» или «пуш-пульного» режима работы. Этот режим возможен, когда внешнее магнитное поле направлено под углом  $\theta=54^{\circ}44'$  к тригональной оси кристалла. В этом случае уровни энергии располагаются симметрично относительно оси абсцисс (см. рис. 2). Тогда, если сигнал приложен между уровнями 2—3, то вспомогательное излучение с частотой  $\nu_{13}=\nu_{24}$  одновременно обедняет уровень 2 и обогащает уровень 3. Преимущества этого режима работы обсуждены нами ранее. Симметричный режим был осуществлен на волне  $\lambda \approx 3 \text{ см}$  при вспомогательном излучении  $\lambda \approx 1,27 \text{ см}$  и магнитном поле порядка 4300 э. Было получено произведение усиления на полосу пропускания порядка  $100 \text{ Мгц}$ <sup>94, 99, 110</sup>.

Хромовый корунд используется не только в резонаторных усилителях, но и в усилителях бегущей волны<sup>96</sup>. Так, был разработан ПУБВ на волну  $\lambda=5,2 \text{ см}$  при вспомогательном излучении  $\lambda=1,6 \text{ см}$ . При усилении 23 дБ была получена полоса пропускания 25 Мгц. Использовалась штыревая замедляющая система. Рубины помещались у основания заземленных штырей в пучности магнитного поля. Большая широкополосность замедляющей системы позволяла производить электронную перестройку ПУБВ в диапазоне 350 Мгц. Связь замедляющей системы с подводными коаксиальными фидерами осуществлялась с помощью штырей. На рис. 22

показана штыревая замедляющая система ПУБВ с непосредственной связью с волноводным сигнальным фидером<sup>97</sup>.

Целесообразно отметить, что в настоящее время для квантовых усилителей, работающих при температурах жидкого гелия, отпадает необходимость в громоздких магнитах. Разработаны электромагниты и соленоиды, погружаемые в жидкий гелий<sup>111</sup>. Их обмотка выполняется из ниобиевой проволоки, сверхпроводимость которой не разрушается при довольно высоких полях. С помощью сверхпроводящих соленоидов получено поле 4300 э, а с помощью электромагнитов с сердечником и сверхпроводящими обмотками—14 000 э. Такие магниты обладают малыми размерами и чрезвычайно высокой стабильностью.

Отметим также, что осуществлен РПУ трехсантиметрового диапазона, работающий при температуре жидкого кислорода под откачкой (60° К)<sup>112</sup>.

#### V. КВАНТОВЫЕ ГЕНЕРАТОРЫ И УСИЛИТЕЛИ ОПТИЧЕСКОГО ДИАПАЗОНА

В связи с большими успехами, достигнутыми в развитии квантовых устройств радиодиапазона, возник вопрос о возможности продвижения в сторону более коротких волн. В работе<sup>113</sup> был рассмотрен вопрос о создании генераторов и усилителей в области субмиллиметровых волн, а в работе<sup>114</sup> — вплоть до оптического диапазона.

В настоящее время созданы оптические квантовые генераторы с использованием иона  $\text{Cr}^{3+}$  в решетке  $\text{Al}_2\text{O}_3$ <sup>115,116</sup> и ионов  $\text{U}^{3+}$ ,  $\text{Sm}^{2+}$  в решетке  $\text{CaF}_2$ <sup>117,118\*</sup>). Уровни энергии иона  $\text{Cr}^{3+}$  были уже нами рассмотрены выше и приведены на рис. 8. В видимом спектре рубин имеет две полосы поглощения. С этих полос за время  $\sim 2 \cdot 10^{-7}$  сек происходят безызлучательные переходы на уровни  $2A$  ( ${}^2E$ ) и  $\bar{E}$  ( ${}^2E$ ). Так как вероятность безызлучательных переходов с уровнями  $2A$  ( ${}^2E$ ) и  $\bar{E}$  ( ${}^2E$ ) на основной мала, переход с этих уровней на нижний уровень происходит за счет спонтанного излучения за время  $\sim 5 \cdot 10^{-3}$  сек. Такое длительное время жизни на этих уровнях связано с тем, что электрические дипольные переходы сильно запрещены. Это излучение наблюдается в красной области и соответствует длинам волн 6929 Å (линия  $R_2$ ) и 6940 Å (линия  $R_1$ ). При облучении зеленым светом происходит накопление частиц на уровнях  $2\bar{A}$  ( ${}^2E$ ) и  $\bar{E}$  ( ${}^2E$ ).

Может создаться такое положение, что число частиц хотя бы на одном из этих уровней будет больше, чем на основном (нижнем) уровне. Образование отрицательной температуры в этой схеме уровнем затруднено тем, что вначале все частицы находятся на нижнем уровне, относительно которого требуется получить избыток частиц на верхнем уровне. Рассмотрим условие образования отрицательной температуры между уровнями 1 и 3 (рис. 23), где уровень 1 является нижним. Вспомогательное излучение приложено между уровнями 1 и 2. С уровня 2 происходит безызлучательный переход на уровень 3. С уровня 3 происходит спонтанное излучение на уровень 1. Введем обозначения:  $W_{12} = W_{21}$  — вероятность перехода с уровня 1 на уровень 2 и обратно под влиянием вспомогательного излучения,  $\omega_{21}$  — вероятность релаксационных переходов с уровня 2 на уровень 1,  $\omega_{23}$  — вероятность релаксационных переходов с уровня 2 на

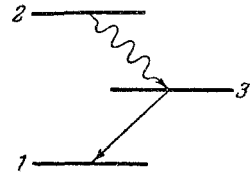


Рис. 23. Трехуровневый генератор оптического диапазона.

\*) В настоящее время, кроме генераторов на парамагнитных кристаллах, создан генератор на смеси газов. В работе<sup>119</sup> дается описание оптического квантового генератора с использованием разряда в смеси He и Ne.

уровень 3,  $\omega_{31}$  — вероятность спонтанного излучения с уровня 3 на уровень 1. Далее мы считаем, что  $\omega_{12}$  и  $\omega_{32}$  настолько малы, что их можно положить равными нулю. Мы также пренебрегаем релаксационными переходами между уровнями 3 и 1.

В состоянии теплового равновесия все частицы находятся на нижнем уровне, число их обозначим через  $n$ . Под влиянием вспомогательного излучения частицы распределяются по всем трем уровням; количество их на соответствующих уровнях обозначим через  $n_1$ ,  $n_2$  и  $n_3$ . Кинетические уравнения для числа частиц на уровнях запишутся в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= (n_2 - n_1) W_{12} + n_2 \omega_{21} + n_3 \omega_{31}, \\ \frac{dn_3}{dt} &= n_2 \omega_{23} - n_3 \omega_{31}, \\ n_1 + n_2 + n_3 &= n. \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

В стационарном состоянии  $dn_i/dt = 0$ . Значение для разности числа частиц на уровнях 3 и 1 равно

$$n_3 - n_1 = -n \frac{W_{12}(\omega_{31} - \omega_{23}) + \omega_{31}(\omega_{21} + \omega_{23})}{W_{12}(2\omega_{31} + \omega_{23}) + \omega_{31}(\omega_{21} + \omega_{23})}. \quad (61)$$

Рассмотрим частные случаи:

$$1. \quad W_{12} \gg \omega_{ik}; \quad n_3 - n_1 = n \frac{\omega_{23} - \omega_{31}}{2\omega_{31} + \omega_{23}}.$$

Ясно, что условие  $n_3 - n_1 > 0$  может быть выполнено, если  $\omega_{23} > \omega_{31}$ . Если  $\omega_{23} \gg \omega_{31}$ , то  $n_3 - n_1 \approx n$ ,  $n_1 \approx 0$ .

2. Если  $W_{12}$  конечно, то  $n_3 - n_1 > 0$  при

$$W_{12} > \frac{\omega_{31}(\omega_{21} + \omega_{23})}{\omega_{23} - \omega_{31}}.$$

Если  $\omega_{23} \gg \omega_{31}$ , то это условие сведется к  $W_{12} > \omega_{31}$ .

Итак, мы видим, что необходимым условием получения отрицательной температуры между уровнями 1 и 3 является

$$\omega_{23} > \omega_{31}. \quad (62)$$

Если  $\omega_{23} \gg \omega_{31}$ , то необходимая мощность вспомогательного излучения должна быть такова, чтобы вероятность перехода с уровня 1 на уровень 2 была бы больше вероятности спонтанного излучения с уровня 3 на уровень 1. Следует заметить, что для рубина  $\omega_{23} \approx 2 \cdot 10^{-7}$  сек, а  $\omega_{31} \approx 5 \cdot 10^{-3}$  сек и, следовательно, условие (62) выполняется с большим запасом. Рассмотренная нами система уровней отличается от уровней энергии рубина тем, что вместо одного уровня 3 мы имеем два уровня, отстоящих друг от друга на  $30 \text{ см}^{-1}$ . Время установления теплового равновесия между этими двумя уровнями короче, чем время спонтанного излучения. Это имеет место вплоть до гелиевых температур. Поэтому можно считать, что распределение частиц между уровнями  $\bar{E}$  ( ${}^2E$ ) и  $\bar{2A}$  ( ${}^2E$ ) является бoльцмановским. Зная полное число частиц на этих уровнях, можно определить их число на каждом уровне.

Ясно, что получение отрицательной температуры между основным и возбужденным уровнями при прочих равных условиях потребует большей мощности вспомогательного излучения, чем между двумя возбужденными уровнями. Такая система уровней имеется для  $U^{3+}$  в решетке  $CaF_2$ , а также для  $Sm^{2+}$  в этой же решетке. Исследование спектров этих ионов в  $CaF_2$  было произведено в работах <sup>131, 132</sup>.

Вначале рассмотрим условие получения отрицательной температуры между уровнями 3 и 4 для системы уровней, изображенной на рис. 24. Вспомогательное излучение приложено между уровнями 1 и 2, вероятность перехода под действием этого излучения обозначим через  $\omega_{12}$ . Далее идет безызлучательный переход с уровня 2 на уровень 3 с вероятностью  $\omega_{23}$ . Переход с уровня 3 на уровень 4 происходит только за счет спонтанного излучения с вероятностью  $\omega_{34}$ , и, наконец, переход с уровня 4 на уровень 1 происходит с вероятностью  $\omega_{41}$ . Считаем, что температура настолько низка, что величиной  $\omega_{14}$  можно пренебречь. Если составить уравнение для числа частиц на этих уровнях, как это мы делали выше, можно получить условие образования отрицательной температуры между уровнями 4 и 3 в виде

$$\omega_{41} > \omega_{34} + \frac{\omega_{24}}{\omega_{23}} (\omega_{34} + \omega_{31}). \quad (63)$$

Обычно  $\omega_{23}$  велико по сравнению с другими вероятностями. Если это учесть, то условие (63) сводится к условию

$$\omega_{41} > \omega_{34}. \quad (64)$$

Таким образом, вероятность перехода с уровня 4 на уровень 1 должна быть больше, чем вероятность спонтанного излучения. Только при этом условии может образоваться отрицательная температура между этими уровнями. В условии (63) не входит вероятность перехода по вспомогательному излучению. Это означает, что отрицательная температура образуется при сколь угодно малой величине вспомогательного излучения. Практически этого не будет, так как всегда в начальном состоянии на уровне 4 будет находиться некоторое количество частиц. Это количество и будет определять пороговое значение вспомогательного излучения, которое можно сделать как угодно малым, взяв достаточно низкую температуру.

Образование отрицательной температуры есть необходимое, но не достаточное условие для получения генерации и усиления. Избыток частиц на верхнем уровне должен быть достаточно большим, чтобы скомпенсировать все имеющиеся потери.

Для получения генерации нужно поместить вещество в объемный резонатор. В радиодиапазоне обычно используются резонаторы, размеры которых сравнимы с длиной возбуждаемой волны. Однако для очень коротких волн размеры таких резонаторов получились бы настолько малыми, что их нельзя было бы изготовить. В работе <sup>113</sup> для генерации субмиллиметровых волн был предложен новый тип резонатора, размеры которого много больше, чем длина волны возбуждаемых в нем колебаний. Экспериментально он был исследован в миллиметровом диапазоне <sup>120</sup>. В работе <sup>114</sup> подробно был исследован вопрос об использовании такого резонатора в оптической области. Этот резонатор был использован для создания первых оптических квантовых генераторов <sup>115, 119</sup>.

Резонатор состоит из двух отражающих параллельных пластин, находящихся на расстоянии  $l$  друг от друга. Размеры пластин много больше длины волны  $\lambda$ , возбуждаемой в резонаторе. Добротность резонатора равна <sup>118, 120</sup>

$$Q = \frac{2\pi l}{\lambda} \frac{1}{1-K}, \quad (65)$$

где  $K$  — коэффициент отражения от пластин. Можно считать, что между этими пластинами возбуждается плоская волна, а сами потери опреде-

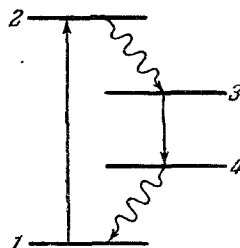


Рис. 24. Четырех-уровневый генератор оптического диапазона.

ляются величиной коэффициента отражения. Дифракционными потерями можно пренебречь, если размеры пластин достаточно велики. Действие отражающих поверхностей можно рассматривать как увеличение в  $\frac{1}{1-K}$  раз пути  $l$ , проходимого плоской волной. Если коэффициент отражения равен  $K=0,95$ , то это соответствует увеличению пути в 20 раз, т. е. за двадцать отражений волна затухает в  $e$  раз. Следует отметить, что условие резонанса будет выполнено тогда, когда по пути распространения между пластинами укладывается целое число полуволен.

Кроме волны, распространяющейся перпендикулярно к поверхности этих пластин, могут возбуждаться другие типы волн, распространяющиеся почти нормально к поверхности пластин. Если плоская волна, распространяющаяся под некоторым углом, успеет отразиться  $\frac{1}{1-K}$  раз, прежде чем она выйдет за пределы пластин, то соответствующий ей тип колебаний будет обладать добротностью в два раза меньшей, чем для случая, когда волна распространяется нормально к плоскостям. Этот предельный угол равен

$$\theta = \frac{D(1-K)}{l}. \quad (66)$$

Тогда максимальный путь  $l'_M$  между пластинами будет

$$l'_M = \frac{l}{\cos \theta} \approx l \left( 1 + \frac{\theta^2}{2} \right), \quad (67)$$

и, следовательно,

$$l'_M - l \approx l \frac{\theta^2}{2}. \quad (68)$$

Число дополнительных полуволен  $r$ , которое уложится на пути  $l'_M$ , будет

$$r = \frac{l\theta^2}{\lambda} = \frac{D^2(1-K)^2}{\lambda l}. \quad (69)$$

Если  $D=l=1$  см,  $\lambda=10^{-4}$  см,  $1-K=0,05$ , то  $r=25$ . Таким образом, для плоской волны будет иметься 25 различных углов  $< \theta$ , для которых между пластинами будет укладываться целое число полуволен. Для нахождения числа полуволен, укладывающихся в плоскости пластин, введем координатную систему  $x, y, z$  так, что плоскость  $x, y$  совпадает с плоскостью одной из пластин. Введем волновой вектор  $K$

$$K^2 = K_x^2 + K_y^2 + K_z^2. \quad (70)$$

Для случая, когда  $K_y^2 = 0$ , величина  $K_x^2 = K^2 - K_z^2$ . Считая, что  $K_x = \pi S/D$ , где  $S$  — целое число, а также подставив значение  $\theta$  из (66), найдем

$$S = \frac{D^2(1-K)}{\lambda L}. \quad (71)$$

Если  $D=L=1$  см,  $\lambda=10^{-4}$  см,  $1-K=0,05$ , получим, что  $S=500$ . Действуя таким же образом, можно получить те типы волн, которые будут возбуждаться в этом резонаторе, и определить их число. Однако расчет числа возможных типов колебаний в резонаторе можно сделать другим путем, если учесть, что рассматриваемый нами резонатор имеет размеры много больше длины волны. В этом случае общее число различных типов колебаний в объеме  $V$  равно

$$N' = \frac{8\pi V v^2 \Delta v}{c^3}. \quad (72)$$

Из этого общего числа колебаний большой добротностью будут обладать те, направления распространения волн которых лежат в телесном угле  $d\Omega = \pi\theta^2$ , где  $\theta$  определяется из (66). Число таких типов колебаний равно

$$N'' = \frac{\pi^2 D^4 (1-K^2)}{2c^3 l} v^2 \Delta v. \quad (73)$$

Если  $D=L=1$  см,  $1-K=0,05$ ,  $\lambda=10^{-4}$  см,  $\Delta v/v=10^{-4}$ , то  $N'' \approx 10^7$ .

Для создания резонатора можно непосредственно использовать парамагнитный кристалл. Он берется в виде цилиндра, его торцы делаются плоско-параллельными и затем серебрятся. Таким образом получается объемный резонатор. Облучение кристалла вспомогательным излучением производится через боковую поверхность кристалла.

Распространение волны в кристалле можно характеризовать двумя величинами: коэффициентом отрицательного поглощения  $\alpha$ , связанного с наличием отрицательной температуры, и коэффициентом поглощения  $\alpha_p$ , связанного с поглощением в самой решетке кристалла. Коэффициент отрицательного поглощения равен

$$\alpha = \frac{8\pi^2 v |\mu|^2 \Delta n}{hc \Delta v}, \quad (74)$$

где  $v$  — частота,  $\mu$  — матричный элемент дипольного перехода,  $h$  — постоянная Планка,  $c$  — скорость света,  $\Delta v$  — ширина спектральной линии,  $\Delta n$  — избыток частиц на верхнем уровне. Если  $\alpha > \alpha_p$ , то энергия волны увеличивается по закону  $e^{(\alpha-\alpha_p)l}$ . При отражении волны от поверхности происходит потеря энергии. Если эта потеря меньше, чем энергия, приобретенная на пути  $l$ , то условие самовозбуждения выполняется. Следовательно, условие самовозбуждения запишется в виде

$$K e^{(\alpha-\alpha_p)l} > 1. \quad (75)$$

Это условие можно записать по-другому:

$$K' e^{\alpha l} > 1, \quad (75a)$$

где  $K' = K e^{-\alpha_p l}$ , т. е. поглощение в веществе эквивалентно уменьшению коэффициента отражения в  $e^{\alpha_p l}$  раз. Если  $\alpha l \ll 1$ , то (75a) заменится следующим:

$$\frac{K'}{1-K'} \alpha l > 1. \quad (75б)$$

Это условие может быть выполнено, если  $K' \approx 1$ . Подставив в (75б) величину  $\alpha$  из (74), получим условие самовозбуждения в виде

$$\frac{8\pi^2 l v |\mu|^2 \Delta n}{hc (1-K') \Delta v} > 1. \quad (76)$$

Следует отметить, что формулой (76) нельзя пользоваться, если величина  $K$  заметно отличается от единицы. В этом случае нужно пользоваться формулой (75). Формула (76) также описывает и поглощение, если нет инверсии. В этом случае под  $\Delta n$  необходимо понимать избыток частиц на нижнем уровне. В работе <sup>32</sup> был измерен коэффициент поглощения в рубине для линии  $R_1$  (при наличии внешнего постоянного магнитного поля) при температуре  $77^\circ$  К, он оказался равным  $13$  см<sup>-1</sup>. Если поменять населенности нижнего и верхнего уровней, то величина отрицательного поглощения будет также  $13$  см<sup>-1</sup>. Если  $l=1$  см, то условие самовозбуждения (76)

выполнится, если коэффициент отражения  $K' > e^{-13}$ , или  $K' > 10^{-6}$ , т. е. при ничтожном коэффициенте отражения. Однако практически невозможно получить такую сильную инверсию.

1. Квантовые оптические генераторы на рубине и флюорите. В работах <sup>115,116</sup> описан квантовый оптический генератор с использованием парамагнитного кристалла рубина с концентрацией хрома около 0,05%. В работе <sup>116</sup> использовался кристалл рубина диаметром 0,5 см с параллельными с точностью до 1' торцами. Торцы были посеребрены, причем один из них мог пропускать от 1 до 5% света для выхода генерируемого излучения. Вспомогательное излучение создавалось импульсной лампой, питаемой от батареи конденсаторов емкостью 400 мкф при напряжении 4 кВ. Длительность импульса составляла  $5 \cdot 10^{-4}$  сек. Регистрация излучения производилась с помощью фотоумножителя. Постоянная времени регистрирующей аппаратуры была  $\sim 10^{-6}$  сек. Если энергия возбуждения ниже критической, отношение интенсивности линий  $R_1$  и  $R_2$  близко к единице (температура кристалла  $T=300^\circ$  К). Если энергия разряда превышала 2000 Дж, отношение интенсивности  $R_1/R_2$  увеличивалось на три порядка, если смотреть сквозь полупрозрачный торец. Излучение через боковые стенки не менялось, и отношение интенсивности оставалось близким к единице. Когерентное излучение состояло из отдельных вспышек. Интервалы между вспышками составляли несколько микросекунд.

Наиболее короткие интервалы между вспышками наблюдались при сильном возбуждении. Вспышка излучения длилась около  $5 \cdot 10^{-7}$  сек. Наличие отдельных вспышек связано с тем, что при самовозбуждении происходит быстрый сброс частиц с верхнего уровня и он опустошается. Это ведет к срыву генерации. Через некоторое время частицы снова накапливаются на верхнем уровне и опять происходит самовозбуждение <sup>122</sup>. Следует подчеркнуть, что это явление также может быть связано с возможностью возбуждения в резонаторе различных типов колебаний <sup>123</sup>. При охлаждении рубина до температуры жидкого азота ( $77^\circ$  К) пороговая мощность возбуждения уменьшается на 30%.

Качество кристаллов исследовалось с помощью рентгеновских лучей. Непостоянство направления оси по длине кристалла составляло  $\pm 1^\circ$ . Благодаря этому оптический путь между торцами кристалла мог меняться на несколько длин волн. Пиковая мощность излучения составляла около 10 квт, а эффективная температура излучения —  $10^{10}$  градусов. При самовозбуждении происходит сужение линии до  $0,2 \text{ см}^{-1}$  (начальная ширина —  $6 \text{ см}^{-1}$ ). Коэффициент полезного действия генератора был около 1%. Направленность излучения составляла  $\sim 0,2^\circ$ . В работах <sup>121,125</sup> был описан квантовый оптический генератор с использованием рубина с большей концентрацией  $\text{Cr}^{3+}$  а именно  $\sim 0,5\%$ . В рубине с такой концентрацией часть ионов хрома входит в решетку близко друг к другу, образуя пары, связанные обменным взаимодействием, что приводит к появлению новых уровней энергии и линий люминесценции <sup>125-127</sup>. В частности, появляются линии на волнах 7009 А ( $N_2$ ) и 7041 А ( $N_1$ ). Линии  $N_1$  и  $N_2$  хорошо люминесцируют, но слабо поглощают, причем поглощение исчезает при низкой температуре. Объясняется это тем, что нижний уровень для этих линий не является основным и лежит над ним на расстоянии  $\sim 100 \text{ см}^{-1}$ . Любопытно отметить, что энергия от возбужденных одиночных ионов хорошо передается парным ионам. Рубин был взят в виде стержня диаметром 2 мм и длиной 4 см, а торцы обрабатывались так же, как было описано выше. Опыты производились при температуре жидкого азота. Вспомогательное излучение создавалось ксеноновой лампой, питаемой от батареи конденсаторов емкостью 400 мкф. При напряжении 3500 кВ происходило само-



возбуждение на линии  $N_1$  (7041 Å). При повышении напряжения до 3700 в возбуждалась также и линия  $N_2$  (7009 Å). Направленность излучения составляла около 1°.

Одновременное возбуждение двух колебаний ( $N_1$  и  $N_2$ ) можно объяснить тем, что для них верхние уровни являются разными и время установления теплового равновесия между ними длиннее, чем время спонтанного излучения. Это подтверждается тем, что относительная интенсивность этих линий меняется беспорядочно от образца к образцу. Необходимая мощность вспомогательного излучения примерно такая же, как и для рубина с концентрацией 0,05%. Можно ожидать, что эта величина будет значительно меньшей, если работать при  $T=4^\circ\text{K}$ , когда нижний уровень слабо заселен.

В работе<sup>117</sup> описан квантовый генератор в инфракрасном диапазоне на длину волны 2,5 мк. Для этого использовался кристалл  $\text{CaF}_2$  с примесью  $\text{U}^{3+}$ . Методы роста этого кристалла, а также энергетические уровни были исследованы в работе<sup>131</sup>. Схема уровней  $\text{U}^{3+}$  дана на рис. 25. Такой кристалл обладает сильными полосами поглощения в зеленой и синей областях. Возбужденные в этих полосах ионы урана переходят без излучения на два метастабильных уровня, отстоящих друг от друга на  $120\text{ см}^{-1}$ . Спектр люминесценции состоит из четырех линий, причем наиболее длинноволновые линии связаны с переходом на возбужденный уровень, отстоящий от основного на величину  $\sim 515\text{ см}^{-1}$ .

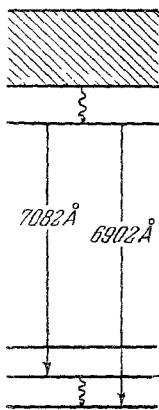


Рис. 26. Схема оптических переходов для  $\text{Sm}^{2+}$  в  $\text{CaF}_2$ .

Флюорит с концентрацией урана 0,05% был взят в виде цилиндра диаметром около 1 см и длиной 4 см. Торцы цилиндра полировались на плоскость с точностью  $1/20$  длины волны натриевой линии и были параллельны с точностью до  $15''$ . Торцы серебрились и покрывались пленкой  $\text{SiO}_2$ , чтобы избежать окисления слоя серебра. Один торец мог пропускать около 1,5% света. Кристалл охлаждался без непосредственного контакта с жидким гелием. Температура кристалла поддерживалась в интервале температур  $10-30^\circ\text{K}$ . В качестве источника вспомогательного излучения бралась импульсная ксеноновая лампа. Требовалась значительно меньшая мощность вспомогательного излучения, чем для генератора на рубине, так как отрицательная температура создается между уровнями, нижний из которых является возбужденным и при низких температурах очень слабо заселен. Угол расхождения пучка генерируемого излучения был  $\sim 0,5^\circ$ . Здесь так же, как и в генераторе на рубине, наблюдается генерация в виде отдельных всплесков. Наконец, в работе<sup>118</sup> дано описание оптического квантового генератора с использованием ионов  $\text{Sm}^{2+}$  с концентрацией 0,1% в  $\text{CaF}_2$ . Схема уровней этого кристалла дана на рис. 26. Генерация наблюдалась на волне 7082 Å. Это излучение связано с индуцированными переходами с метастабильного уровня, лежащего выше основного на  $14\,500\text{ см}^{-1}$ , на уровень, лежащий выше основного на  $369\text{ см}^{-1}$ . Кристалл охлаждался до температур  $10-30^\circ\text{K}$ . В отличие от описанных выше оптических квантовых генераторов, здесь генерация была непрерывной, а не

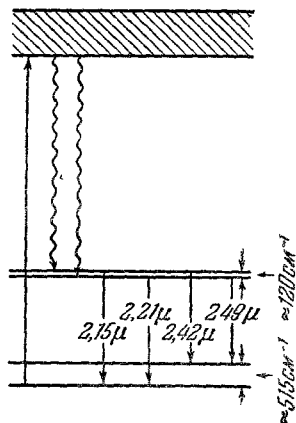


Рис. 25. Схема оптических переходов для  $\text{U}^{3+}$  в  $\text{CaF}_2$ .

состояла из отдельных вспышек. Это, вероятно, связано с тем, что между полосой поглощения и метастабильным уровнем имеется небольшой энергетический интервал.

Излучение от оптического квантового генератора можно сфокусировать на площадку размером порядка длины излучаемой волны. В этом случае напряженность поля в фокусе можно оценить по формуле

$$E \sim \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{4\pi P}{c}}. \quad (77)$$

Если пиковая мощность плотности излучения  $P=10 \text{ кет/см}^2$ , а  $\lambda=10^{-4} \text{ см}$ , то  $E=2 \cdot 10^7 \text{ в/см}$ .

Квантовые генераторы обладают высокой степенью когерентности излучения. Излучение, выходящее из разных участков излучающей поверхности, имеет постоянную разность фаз. Следовательно, можно получить интерференционную картину от двух разных точек этой поверхности. Все применявшиеся до настоящего времени источники светового излучения не обладают этими свойствами. Когерентность излучения квантовых генераторов связана со свойствами индуцированного излучения. Квант индуцированного излучения имеет частоту, поляризацию, фазу и направление распространения, тождественные с первичным квантом.

2. К в а н т о в ы е у с и л и т е л и. Квантовые усилители оптического диапазона волн можно, как и в случае радиодиапазона, осуществить либо в виде усилителя бегущей волны, либо с использованием объемного резонатора. Ввиду того, что в оптике нет систем, обладающих большим замедлением, необходимое усиление в системе с бегущей волной можно получить за счет увеличения пути, проходимого светом в кристалле. Если коэффициент отрицательного поглощения равен  $\alpha$ , а потери в кристалле характеризуются коэффициентом поглощения  $\alpha_p$ , усиление по мощности  $K$  на пути  $l$  равно

$$K = e^{(\alpha - \alpha_p)l}. \quad (78)$$

Если вместо усилителя бегущей волны использовать усилитель с объемным резонатором, это эквивалентно тому, что длина пути, проходимая светом, увеличивается в  $\frac{1}{1-K'}$  раз, где  $K'$  определяется по формуле (75а). Следовательно, усилитель резонаторного типа будет обладать меньшими размерами.

Так как в оптическом диапазоне в отличие от радиодиапазона мощности вспомогательного излучения для получения эффекта насыщения не хватает, то флуктуации мощности вспомогательного излучения будут приводить к изменению  $\alpha$  из-за изменения избытка частиц на верхнем уровне (см. формулу (74)), при этом величина коэффициента усиления также будет меняться.

Рассмотрим чувствительность оптического квантового усилителя, считая, что нет дополнительных флуктуаций из-за нестабильности вспомогательного излучения<sup>77</sup>.

В оптическом диапазоне приближение Рэля — Дживса неверно. Спектральная плотность теплового излучения нелинейно связана с температурой. Поэтому для характеристики чувствительности квантовых усилителей неудобно пользоваться эффективными температурами. В этом диапазоне целесообразно говорить о минимально обнаружимой спектральной плотности излучения, носящего тепловой характер, или о минимально обнаружимой интенсивности монохроматического излучения.

Если в радиодиапазоне собственные шумы квантовых усилителей пренебрежимо малы, то при переходе к инфракрасному и оптическому

диапазонам становятся существенными шумы, связанные со спонтанным излучением. Их спектральная плотность, приходящаяся на один тип колебаний, дается формулой (46). При  $N$  типах колебаний эта спектральная плотность возрастает в  $N$  раз:

$$P_v^{\text{спонт}} = N h \nu. \quad (79)$$

В оптическом диапазоне можно пренебречь тепловым излучением стенок резонатора квантового усилителя по сравнению с шумами спонтанного излучения.

Наряду с полезным сигналом на вход квантового усилителя неизбежно поступает тепловое излучение внешней среды, на фоне которого происходит выделение сигнала. Поэтому при рассмотрении чувствительности приемного устройства с квантовым усилителем нельзя пренебречь шумами внешнего фона, эффективная температура которого может быть, вообще говоря, велика. Так как спектральная плотность учитываемых нами шумов на входе усилителя равна

$$P_v = N h \nu + P_v^{\text{фон}}, \quad (80)$$

то  $\bar{P}_{\text{вых}}$  мощность выходных шумов

$$P_{\text{вых}} = G \Delta \nu_0 (N h \nu + P_v^{\text{фон}}), \quad (81)$$

где  $G$  — коэффициент усиления,  $\Delta \nu_0$  — полоса пропускания усилителя, а  $P_v^{\text{фон}}$  — спектральная плотность излучения фона. После некогерентного преобразования, т. е. на выходе детектора, спектральная плотность интенсивности флуктуаций, обусловленных детектируемыми шумами, примерно равна  $P_{\text{вых}}^2 / \Delta \nu_0$ . При полосе пропускания детектора  $\Delta \nu_d < \Delta \nu_0$  это соответствует среднеквадратичному значению порядка

$$P_d = G (N h \nu + P_v^{\text{фон}}) \sqrt{\Delta \nu_0 \cdot \Delta \nu_d}. \quad (82)$$

Следовательно, в случае приема излучения со сплошным спектром получим, что минимально обнаружимая спектральная плотность этого излучения  $P_v^{\text{мин}}$  равна

$$P_v^{\text{мин}} = (N h \nu + P_v^{\text{фон}}) \sqrt{\frac{\Delta \nu_d}{\Delta \nu_0}}. \quad (83)$$

До последнего времени чувствительность приемников оптических излучений характеризовалась минимально обнаружимой спектральной плотностью. Это было обусловлено тем, что существовали только некогерентные источники излучения. Сейчас в связи с созданием квантовых генераторов света стало возможным применение монохроматических источников излучения. Это позволит применять в оптике при приеме сигналов различные методы, хорошо разработанные в радиотехнике, в частности фазовые методы и когерентное преобразование. Мощность монохроматического излучения, минимально обнаружимого с помощью квантового усилителя, равна

$$P^{\text{мин}} = (N h \nu + P_v^{\text{фон}}) \sqrt{\Delta \nu_0 \Delta \nu_d}. \quad (84)$$

Из полученных соотношений видно, что для увеличения чувствительности необходимо либо уменьшить число типов колебаний в квантовом усилителе, либо обеспечить такую связь резонатора квантового усилителя с последующими каскадами рассматриваемого приемного устройства, при которой приемник подвергается воздействию возможно меньшего числа типов колебаний.

В предельном случае малого фона и  $N=1$  при  $\nu=10^{14}$  гц,  $\Delta\nu_0=10^{10}$  гц и  $\Delta\nu_d=10^8$  гц (полоса пропускания, соответствующая инерционности болометра) получаем  $P_v^{\min}=10^{-23}$  вт/гц. Для болометра интегральная чувствительность  $10^{-10}$  вт при полосе  $10^{-11}$  гц соответствует  $P_v^{\min}=10^{-21}$  вт/гц. В этих же условиях получаем, что для квантового усилителя при приеме монохроматического сигнала  $P^{\min}=10^{-13}$  вт.

Таким образом, по расчету в предельных условиях на частоте  $\nu \sim 10^{14}$  гц квантовый усилитель может иметь чувствительность, превосходящую чувствительность болометров.

Отметим, что в нашем рассмотрении не учтены дополнительные флуктуации, вызванные нестабильностями вспомогательного излучения при работе не в режиме насыщения. В силу отсутствия к настоящему времени сообщений о работающих квантовых усилителях трудно сказать о степени приближения их чувствительности к предельным значениям.

В заключение отметим, что применение оптических квантовых усилителей имеет большую принципиальную значимость, так как дает возможность перейти от регистрации оптических излучений к их когерентному усилению.

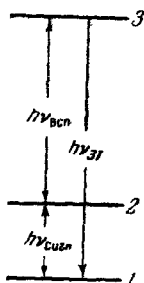


Рис. 27. Квантовый счетчик.

3. Квантовые счетчики. Квантовые усилители оптического диапазона обладают сравнительно высоким уровнем собственных шумов, связанных со спонтанным излучением. В работах <sup>3, 129</sup> были предложены устройства для регистрации инфракрасного излучения, способные регистрировать отдельные кванты. В этих устройствах в отсутствие внешнего сигнала все частицы находятся на нижнем уровне и поэтому отсутствуют шумы, связанные со спонтанным излучением. При воздействии на систему сигнала частицы переходят на возбужденный уровень, откуда с помощью вспомогательного излучения переводятся на еще более высокий уровень. С этого уровня частицы переходят в нижнее состояние с испусканием светового кванта, который регистрируется фотоумножителем или другим чувствительным приемником, способным регистрировать отдельные кванты (рис. 27). Таким образом, это устройство переводит кванты инфракрасного излучения в более высокочастотные, для которых чувствительность приемных устройств такова, что можно регистрировать отдельные кванты.

Если для создания квантовых счетчиков используются парамагнитные кристаллы, для которых время жизни в возбужденном состоянии обычно велико и составляет  $10^{-2} \div 10^{-3}$  сек, можно показать, что время переходных процессов будет не короче этого времени <sup>130</sup>. Следовательно, постоянная времени квантового счетчика будет не меньше  $10^{-2} \div 10^{-3}$  сек. В общем случае время переходных процессов будет определяться наиболее медленными процессами, происходящими в квантовом счетчике.

При рассмотрении чувствительности <sup>77</sup> квантового счетчика предположим, что эффективность его фотодетектора  $ah\nu_{з1} \approx 1$ . Тогда дробовыми шумами собственно фотоэлемента можно пренебречь. Здесь  $a$  — квантовая чувствительность фотоэлемента и  $\nu_{з1}$  — та частота, на которую преобразуются кванты сигнала. Кроме того, в квантовом счетчике можно устранить шумы, обусловленные спонтанным излучением. Это означает, что счетчик при температуре, равной нулю, и при отсутствии внешнего фона может регистрировать каждый квант. Если температура не равна нулю, то в счетчике имеются внутренние шумы. При наличии внешнего фона температура счетчика должна быть такой, чтобы общий уровень шумов

определялся тем внешним излучением, на фоне которого выделяется сигнал. В отличие от квантового усилителя в силу отсутствия спонтанных шумов в счетчике возможно достижение такого порога чувствительности, который определяется только фоном.

При условии насыщения по вспомогательному переходу в трехуровневом счетчике минимально обнаруживаемое число квантов сигнала

$$N_c = (N_\phi + e^{-h\nu/kT}) \sqrt{\frac{\tau_{31}}{\tau_0}} \approx N_\phi \sqrt{\frac{\tau_{31}}{\tau_0}}, \quad (85)$$

где  $N_\phi$  — число квантов фона,  $\nu$  — частота сигнала,  $T$  — температура счетчика,  $\tau_{31} = \frac{1}{\omega_{31}}$ , а  $\omega_{31}$  — вероятность спонтанного перехода  $3 \rightarrow 1$ ,  $\tau_0$  — постоянная времени фотодетектора. При приеме теплового излучения  $N_c$  и  $N_\phi$  одинаковым образом связаны с соответствующими спектральными плотностями. Поэтому

$$P_v^{\text{сигн}} = P_v^{\text{фон}} \sqrt{\frac{\tau_{31}}{\tau_0}}. \quad (86)$$

При приеме монохроматического сигнала

$$P^{\text{сигн}} = P_v^{\text{фон}} \Delta\nu_{\text{л}} \sqrt{\frac{\tau_{31}}{\tau_0}}, \quad (87)$$

если рабочее вещество счетчика находится в резонаторе с полсой пропускания  $\Delta\nu_0$ , большей ширины линии сигнального перехода  $\Delta\nu_{\text{л}}$ , и

$$P^{\text{сигн}} = P_v^{\text{фон}} \Delta\nu_0 \sqrt{\frac{\tau_{31}}{\tau_0}} \quad (88)$$

в противоположном случае. Очевидно, что предпочтителен второй случай. Для  $\nu = 10^{14}$  гц,  $T_\phi = 300^\circ \text{K}$  и при апертуре  $1 \text{ см}^2$   $P_v^{\text{фон}} = 10^{-29}$  вт/гц, а при  $T_\phi = 100^\circ \text{K}$   $P_v^{\text{фон}} = 10^{-35}$  вт/гц, что значительно превышает чувствительность квантовых усилителей.

Ввиду отсутствия сообщений о разработке квантовых счетчиков нельзя ничего сказать об их реально достижимой чувствительности.

## VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Квантовая электроника за небольшой срок своего существования достигла выдающихся успехов. Созданы и используются для различных целей сверхточные молекулярные стандарты частоты, парамагнитные усилители радиодиапазона с пренебрежимо малыми собственными шумами и, наконец, созданы оптические генераторы с высокой степенью когерентности, обладающие высокой спектральной плотностью излучения.

Для создания квантовых приборов используются различного рода вещества в газообразном и твердом состояниях, причем широкое применение нашли парамагнитные кристаллы. В дальнейшем круг используемых веществ будет все более и более расширяться. Будут создаваться новые типы квантовых приборов и осваиваться новые диапазоны волн — субмиллиметровый и далекий инфракрасный диапазоны.

Оптические генераторы можно успешно использовать для дальней космической связи, для линий связи с очень большой емкостью каналов, для химии, биологии и т. д.

Быстрый прогресс квантовой электроники связан, в частности, с тем, что для ее развития не потребовалось новой техники. Можно было бы создать оптические генераторы 20 лет тому назад, когда были впервые

сформулированы условия, при которых возможно возникновение «отрицательной абсорбции» для излучения<sup>133</sup>. Вначале наибольшие успехи были достигнуты в радиодиапазоне и затем — в оптическом диапазоне.

В настоящее время ведутся работы по освоению всего диапазона, включая субмиллиметровый и далекий инфракрасный. Нет сомнения, что область применения квантовых приборов будет непрерывно увеличиваться.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Г. Басов, А. М. Прохоров, УФН 57, 485 (1955).
2. Н. Г. Басов, А. Н. Ораевский, Изв. вузов (Радиотехника) 2, 3 (1959).
3. J. Weber, Phys. Rev. 108, 537 (1957).
4. J. P. Wittke, Proc. IRE 45, 291 (1957).
5. Н. Г. Басов, О. Н. Крохин, Ю. М. Попов, УФН 72, 161 (1960).
6. Е. К. Завойский, Докторская диссертация (ФИАН, 1944).
7. М. Н. Л. Ргусе, Proc. Phys. Soc. A63, 25 (1950).
8. В. Блеанеу, К. В. Н. Стивенс, Repts. Progr. Phys. 16, 107 (1953).
9. К. Д. Воверс, Дж. Оуэн, Repts. Progr. Phys. 18, 304 (1955).
10. Д. Инграм, Спектроскопия на высоких и сверхвысоких частотах. М., ИЛ, 1959.
11. W. Low, Paramagnetic Resonance in Solids, Acad. Press, New York and London, 1960.
12. С. А. Альтшулер, Б. М. Козырев, Электронный парамагнитный резонанс. М., Физматгиз, 1961.
13. J. H. Van Vleck, Phys. Rev. 41, 208 (1932).
14. R. Schlapp, W. G. Penney, Phys. Rev. 41, 194 (1932); 42, 666 (1932).
15. A. Siebert, Physica 4, 138 (1937).
16. S. Sugano, Y. Tanabe, J. Phys. Soc. Japan 13, 880 (1958).
17. R. J. Elliot, К. В. Н. Стивенс, Proc. Phys. Soc. A64, 205 (1951); Proc. Roy. Soc. A249, 387 (1953).
18. М. Н. Л. Ргусе, W. A. Runciman, Disc. Faraday Soc. 26, 34 (1958).
19. А. А. Маненков, А. М. Прохоров, ЖЭТФ 28, 762 (1955).
20. М. М. Зарипов, Ю. А. Шамолин, ЖЭТФ 30, 291 (1956).
21. J. E. Geusic, Phys. Rev. 102, 1252 (1956).
22. Г. М. Зверев, А. М. Прохоров, ЖЭТФ 34, 513 (1958).
23. J. E. Geusic, E. O. Schulz-DuBois, Bell Syst. Tech. J. 38, 271 (1959).
24. Л. С. Корниенко, А. М. Прохоров, ЖЭТФ 33, 805 (1957).
25. Л. С. Корниенко, А. М. Прохоров, ЖЭТФ 36, 919 (1959).
26. G. S. Vogle, H. F. Summons, Proc. Phys. Soc. 73, 531 (1959).
27. Л. С. Корниенко, А. М. Прохоров, ЖЭТФ 40, 1594 (1961).
28. В. М. Виникуров, М. М. Зарипов, Н. Р. Яфаев, ЖЭТФ 37, 312 (1959).
29. F. A. Grant, Revs. Mod. Phys. 31, 646 (1959).
30. H. J. Herriksen, S. E. Harrison, H. R. Lewis, J. Appl. Phys. 31, 1566 (1960).
31. D. L. Carter, A. Okaya, Phys. Rev. 118, 1485 (1960).
32. F. Versanyi, D. L. Wood, A. L. Shawlow, Phys. Rev. Lett. 3, 544 (1959).
33. W. Low, Phys. Rev. 118, 1608 (1960).
34. J. Waller, Z. Phys. 79, 370 (1932).
35. R. L. Kronig, Physica 6, 33 (1939).
36. J. H. Van Vleck, Phys. Rev. 57, 426, 1052 (1940).
37. С. А. Альтшулер, Изв. АН СССР, сер. физ. 20, 1207 (1956).
38. С. А. Альтшулер, ЖЭТФ 24, 681 (1953).
39. В. И. Аввакумов, Физ. метал. и металловед. 4, 199 (1957).
40. Ш. Ш. Башкиров, Физ. метал. и металловед. 6, 577 (1958).
41. Ш. Ш. Башкиров, ЖЭТФ 34, 1465 (1958).
42. Л. Я. Шекун, Диссертация (КГУ, 1956).
43. Б. И. Кочелаев, ДАН СССР 131, 1053 (1960).
44. В. Volger, Thesis, Amsterdam, 1959.
45. N. Bloembergen, S. Shapiro, P. S. Pershan, J. O. Artman, Phys. Rev. 114, 445 (1959).
46. У. Х. Коппилем, ЖЭТФ 38, 151 (1960).
47. W. B. Mims, J. D. McGee, Proc. IRE 47, 2120 (1959).
48. R. A. Armstrong, A. Szabo, Canad. J. Phys. 38, 1304 (1960).
49. А. А. Маненков, А. М. Прохоров, ЖЭТФ 42, 75 (1962).
50. S. Shapiro, N. Bloembergen, Phys. Rev. 116, 1453 (1959).
51. G. S. Vogle, Proc. IRE 49, 573 (1961).

52. Н. Г. Басов, А. М. Прохоров, ЖЭТФ 28, 249 (1955).
53. N. Bloembergen, Phys. Rev. 104, 324 (1956).
54. J. E. King, A. Birko, G. Makhov, Proc. IRE 47, 2025 (1959).
55. A. Szabo, Canad. J. Phys. 37, 1557 (1959).
56. G. Kikuchi, J. Lambé, G. Makhov, R. W. Terhune, J. Appl. Phys. 30, 1061 (1959).
57. T. H. Maiman, J. Appl. Phys. 31, 222 (1960).
58. B. Bolger, B. J. Robinson, Physica 26, 133 (1960).
59. H. E. D. Scovil, G. Feher, H. Seidel, Phys. Rev. 105, 762 (1957).
60. C. F. Davis, Jr., M. W. P. Strandberg, R. L. Kuhl, Phys. Rev. 111, 1268 (1958).
61. K. D. Bowers, W. B. Mims, Phys. Rev. 115, 285 (1959).
62. Г. М. Зверев, А. М. Прохоров, ЖЭТФ 39, 545 (1960).
63. А. А. Маненков, В. А. Миляев, А. М. Прохоров, Физ. тв. тела 4, 388 (1962).
64. J. A. Giordmaine, L. E. Alsop, F. R. Nash, C. H. Townes, Phys. Rev. 109, 302 (1958).
65. J. G. Castle, Jr., P. F. Chester, P. E. Wagner, Phys. Rev. 119, 953 (1960).
66. П. П. Пашигин, А. М. Прохоров, ЖЭТФ 40, 49 (1961).
67. N. Bloembergen, Phys. Rev. 109, 2209 (1958).
68. А. А. Маненков, А. М. Прохоров, ЖЭТФ 38, 729 (1960).
69. J. H. Rase, D. F. Sampson, J. S. Thorp, Phys. Rev. Lett. 4, 18 (1960).
70. А. А. Маненков, А. М. Прохоров, ЖЭТФ 42, № 5 (1962)
71. А. А. Маненков, В. Б. Федоров, ЖЭТФ 38, 1042 (1960).
72. M. W. P. Strandberg, Phys. Rev. 110, 65 (1958).
73. J. H. Rase, D. F. Sampson, J. S. Thorp, Proc. Phys. Soc. 77, 257 (1961).
74. J. H. Gerritsen, S. E. Harrison, H. R. Lewis, J. P. Wittke, Phys. Rev. Lett. 2, 153 (1959).
75. J. Sierro, K. A. Muller, R. Lacroix, Arch. Sci. (Geneva) 12, 122 (1959).
76. A. Okaya, D. Garter, F. Nash, Bull. Amer. Phys. Soc. 11, 5, 73 (1960).
77. Н. В. Карлов, А. М. Прохоров, Радиотехника и электроника 7, 328 (1962).
78. G. Feher, H. Scovil, Phys. Rev. 105, 761 (1957).
79. А. А. Маненков, В. А. Миляев, ЖЭТФ 41, 100 (1961).
80. Г. М. Зверев, ЖЭТФ 40, 1667 (1961).
81. В. Б. Штейншлегер, Радиотехн. и электроника 4, 1947 (1959).
82. Н. В. Карлов, Ю. П. Пименов, А. М. Прохоров, Радиотехн. и электроника 6, 410 (1961).
83. R. V. Round, Ann. Phys. 1, 24 (1957).
84. M. W. Muller, Phys. Rev. 106, 8 (1957).
85. M. W. P. Strandberg, Phys. Rev. 107, 1483 (1957).
86. M. W. P. Strandberg, Phys. Rev. 108, 1648 (1957).
87. K. Shimoda, H. Takahasu, C. H. Townes, J. Phys. Soc. Japan 12, 686 (1957).
88. A. L. McWhorter, F. R. Agrams, PIRE 46, 913 (1958).
89. H. V. Ballen, T. A. Welton, Phys. Rev. 83, 34 (1951).
90. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1957.
91. Ф. В. Бункин, Изв. вузов (Радиофизика) 4, № 3, 496 (1961).
92. Vuylsteke, Elements of Maser Theory, New York, 1960.
93. Н. В. Карлов, Ю. П. Пименов, А. М. Прохоров, Радиотехн. и электроника 6, 416 (1961).
94. J. A. Giordmaine, L. E. Alsop, C. H. Mauger, C. H. Townes, Proc. IRE 47, 1062 (1959).
95. Ф. В. Бункин, Н. В. Карлов, ЖТФ 25, 438 (1955).
96. R. W. D. De Grasse, H. E. D. Scovil, E. O. Schulz-Du Bois, Bell. Syst. Tech. J. 38, 2 (1959).
97. Е. Г. Соловьев, Е. К. Карлова, Радиотехн. и электроника 6, 406 (1961).
98. A. L. McWhorter, J. V. Meyer, Phys. Rev. 109, 312 (1958).
99. R. J. Morris, R. H. Kuhl, M. W. P. Strandberg, Proc. IRE 47, 81 (1959).
100. G. Makhov, C. Kikuchi, J. Lambé, R. W. Terhune, Phys. Rev. 109, 1399 (1958).
101. Г. М. Зверев, Л. С. Корниенко, А. А. Маненков, А. М. Прохоров, ЖЭТФ 34, 1660 (1958).
102. R. H. Kingston, Proc. IRE 46, 916 (1958).
103. S. Foner, L. R. Momo, J. Appl. Phys. 31, 742 (1960).
104. Н. В. Карлов, Ю. П. Пименов, А. М. Прохоров, Радиотехн. и электроника 6, 846 (1961).

105. J. V. Jelly, B. F. C. Cooper, Rev. Sci. Instrum. **32**, 166 (1961).
  106. R. L. Forward, F. E. Goodwin, J. E. Kiefer, IRE Wescon Convent. Record **3**, 119 (1959).
  107. S. H. Autler, N. М с А в о у, Phys. Rev. **110**, 280 (1958).
  108. W. S. C. Chang, J. С р о м о с к, A. Siegm an, IRE Wescon Convent. Record **3**, 142 (1959).
  109. J. O. Artman, N. Bloembergen, S. Shapiro, Phys. Rev. **109**, 1392 (1958).
  110. P. D. Gianino, F. J. Dominik, Proc. IRE **48**, 260 (1960).
  111. S. H. Autler, Rev. Sci. Instrum. **31**, 369 (1960).
  112. C. R. Ditchfield, P. A. Forrester, Phys. Rev. Lett. **1**, 448 (1958).
  113. А. М. Прохоров, ЖЭТФ **34**, 1658 (1958).
  114. A. L. Shawlow, C. H. Townes, Phys. Rev. **112**, 1940 (1958).
  115. T. H. Maiman, Phys. Rev. Lett. **4**, 564 (1960); Nature **187**, 493 (1960).
  116. R. J. Collins, D. F. Nelson, A. L. Shawlow, W. Bond, C. G. B. Garrett and W. Kaiser, Phys. Rev. Lett. **5**, 303 (1960).
  117. P. P. Sorokin and M. J. Stevenson, Phys. Rev. Lett. **5**, 557 (1960).
  118. P. P. Sorokin and M. J. Stevenson, J. Res. and Dev. IBM **5**, 56 (1961).
  119. A. Javan, W. R. Bennet, D. R. Herriott, Phys. Rev. Lett. **6**, 106 (1961).
  120. А. И. Барчук, А. М. Прохоров, Радиотехн. и электроника **4**, 2094 (1959).
  121. I. Wielder, L. R. Sarles, Phys. Rev. Lett. **6**, 95 (1961).
  122. J. R. Singer and S. Wang, Second International Conference on Quantum Electronics, Berkeley, 1961.
  123. W. G. Wagner and G. Birnbaum, Second International Conference on Quantum Electronics, Berkeley, 1961.
  124. R. W. Hellwarth, Phys. Rev. Lett. **6**, 19 (1961).
  125. A. L. Shawlow, G. E. Devlin, Phys. Rev. Lett. **6**, 96 (1961).
  126. C. E. Mandenball and R. W. Wood, Philos. Mag. **30**, 316 (1915).
  127. O. Deutschein, Ann. Phys. **14**, 712 (1932); **14**, 729 (1932); **14**, 828 (1932).
  128. A. L. Shawlow, D. L. Wood, A. M. Clogston, Phys. Rev. Lett. **3**, 271 (1959).
  129. N. Bloembergen, Phys. Rev. Lett. **2**, 84 (1959).
  130. А. М. Прохоров, ЖЭТФ **40**, 1384 (1961).
  131. Л. Н. Галкин и П. П. Феофилов, ДАН СССР **114**, 745 (1957).
  132. П. П. Феофилов, Опт. и спектр. **1**, 992 (1956).
  133. В. А. Фабрикант, Тр. ВЭИ **41**, 236, 254 (1940); Докторская диссертация (ФИАН, 1939).
  134. P. W. Anderson, Phys. Rev. **114**, 1002 (1959).
-