



1 Einleitung

Eine neue wissenschaftliche Wahrheit pflegt sich nicht in der Weise durchzusetzen, dass ihre Gegner überzeugt werden und sich als belehrt erklären, sondern vielmehr dadurch, dass die Gegner allmählich aussterben, und dass die heranwachsende Generation von vornherein mit der Wahrheit vertraut gemacht ist.

Max Planck

Diese Einleitung vermittelt einen ersten Eindruck vom Nutzen der Quantenmechanik für die Informatik. Zur Orientierung geben die Randbemerkungen das Kapitel an, in dem das angesprochene Thema detailliert behandelt wird; wir folgen dabei nicht streng dem Inhaltsverzeichnis.

1.1 Eine neue Art des Rechnens

Unsere heutigen Computer, so verwickelt ihre Technologie auch sein mag, funktionieren letztlich nach den gleichen Grundprinzipien wie die frühen Rechenmaschinen. Das soll nicht heißen, seit Konrad Zuses mechanischer Binärciffernrechenmaschine Z1 von 1938 oder seit der Difference Engine, die Charles Babbage zu Anfang des 19. Jahrhunderts entworfen hat, seien keine Fortschritte gemacht worden. Die Computertechnologie entwickelt sich rasant, und neue Architekturen führen zu immer schnelleren und leistungsfähigeren Rechnern. Trotzdem kann man die Etappen des Wegs vom Zahnrad über Relais, Röhre und Transistor zum miniaturisierten Schaltkreis als verschiedene technische Umsetzungen der gleichen Idee betrachten.

Ein Schritt von ganz anderer Reichweite wird mit der Entwicklung von Quantenrechnern getan, eine ganz neue Art des Rechnens wird hier realisiert. Es ist fast, als würden für Quantencomputer andere Naturgesetze gelten. Das ist natürlich so nicht korrekt, allerdings gelten in der Welt der

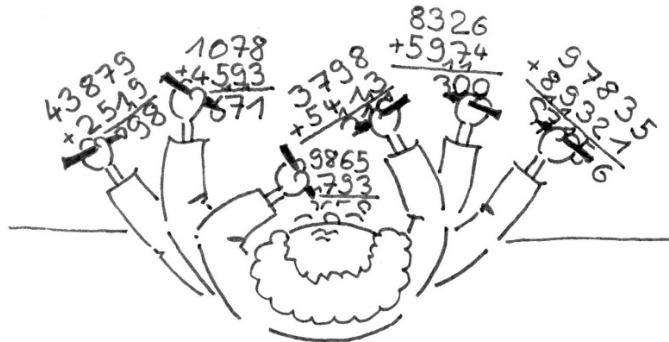


Abbildung 1.1: So ein klassischer Parallelrechner hat mit einem Quantencomputer wenig gemeinsam

kleinsten Teilchen Gesetze, die uns sehr fremd und ungewöhnlich vorkommen. Quantencomputer verhalten sich zu unseren heutigen Rechnern, wie die Quantenphysik zur klassischen Physik in der Nachfolge Newtons. Darum werden wir immer dann den Begriff *klassisch* verwenden, wenn es um die heutigen Rechner geht.

Kapitel 2: Grundlagen

Wie funktioniert er also, der Quantencomputer? Diese Frage wollen wir so schnell wie möglich beantworten, denn die Antwort darauf ist die Voraussetzung für die andere, ebenso wichtige Frage: Was kann der Quantencomputer tun? Ein Stichwort werden viele Leser schon kennen: die Rede ist vom Quantenparallelismus. Während in einem klassischen Computer ein Bit entweder auf 0 oder auf 1 gesetzt ist, kann ein *Quantenbit* metaphorisch ausgedrückt beide Werte gleichzeitig annehmen. Man spricht von *Superposition*.¹ Noch deutlicher wird der Unterschied bei mehreren Bits: ein klassischer Rechner kann mit n Bits 2^n verschiedene Zahlen darstellen, zu jedem Zeitpunkt aber nur eine davon speichern. Ein Quantenrechner kann mit ebenso vielen Quantenbits 2^n Zahlen *gleichzeitig* darstellen. Und mehr noch, ein Quantenalgorithmus kann in einem einzelnen Rechengang auf allen möglichen Eingaben gleichzeitig rechnen, und wir erhalten eine Superposition aller Ergebnisse.

Trotzdem sind Quantencomputer etwas ganz anderes als Parallelrechner. In vielen Bereichen werden heute Computer eingesetzt, die mit mehreren Prozessoren ausgestattet sind und mehrere Rechnungen gleichzeitig ausführen, siehe Abbildung 1.1. Mit solchen Rechnern hat ein Quantencomputer keine Ähnlichkeit. Zunächst können wir auf die erwähnte Superposition von Lösungen nicht so einfach zugreifen. Die Welt der Quantenmechanik ist so empfindlich, dass der Versuch, ein Quantenbit zu lesen, im Allgemeinen

¹Das ist bis hierhin nur eine Veranschaulichung. Was unter einer Superposition zu verstehen ist, werden wir in Kapitel 2 sehen.

seinen Zustand beeinflusst. Wir müssen dazu etwas tun, was *Messen* eines Quantenbits genannt wird und für uns eine große Rolle spielen wird. Beim Messen wird die Superposition zerstört, und wir bekommen, mehr oder weniger zufällig, eines der Rechenergebnisse. Wir erfahren noch nicht einmal, zu welcher der gleichzeitig ausgeführten Berechnungen es gehört. Man muss geschickt vorgehen, um aus einer solchen Superposition die gewünschte Information zu erhalten. Dabei spielt die sogenannte Interferenz eine wichtige Rolle.

Die vielleicht faszinierendste Eigenheit von Quantenbits nennt sich *Verschränkung*. Zwei verschränkte Quantenbits können sich nämlich auf eine eigentümliche Weise beeinflussen, auch wenn Sie sich an weit entfernten Orten befinden. Verändert man nun das erste Bit, kann gleichzeitig das zweite Bit beeinflusst werden. Albert Einstein nannte dieses Phänomen *spukhafte Fernwirkung* und mochte diese Konsequenz der Quantenmechanik nicht hinnehmen. Heutzutage wird Verschränkung praktisch genutzt und wird uns im Laufe des Buches immer wieder begegnen.

Nach Science Fiction könnte zunächst klingen, dass man den Zustand eines Quantenbits *teleportieren* kann. Mit den Hilfsmitteln aus Kapitel 2 lässt sich das Prinzip jedoch leicht erklären und die ersten Teleportationen wurden schon 1997 durchgeführt. Im Jahr 2017 gelang eine Teleportation von der Erdoberfläche zu einem Satelliten und in 2021 wurde auf diese Weise eine Distanz von 4600 km überwunden. Eine so geartete Kommunikation zwischen Erdoberfläche und Satellit wäre für ein zukünftiges Quanteninternet nutzbar und auch für den Bau von Quantencomputern kann Teleportation wichtige Aufgaben erfüllen. Mit der Teleportation eng verbunden ist die Möglichkeit der *dichten Kodierung*. Für die klassische Informationstheorie ist das Bit das elementare Maß für Information. Dagegen lassen sich mit einem einzelnen Quantenbit scheinbar zwei klassische Bits übertragen.

Ein Algorithmus mit einem großen Spektrum von Anwendungen wurde 1996 von Lov Grover veröffentlicht, der für die Bell Labs von Lucent Technologies in New Jersey arbeitet. Er hat festgestellt, dass Quantencomputer sehr viel schneller suchen können als klassische Computer. Versetzen wir uns in folgende Situation: Wir benötigen aus einer Datenbank einen bestimmten Eintrag. Die Einträge sind jedoch völlig unstrukturiert abgelegt, nicht nach einem für uns relevanten Kriterium sortiert. Es ist so, als hätten wir eine New Yorker Telefonnummer und müssten herausbekommen, auf wen der Anschluss angemeldet ist. Wir haben auch schon mehrmals die Nummer gewählt, aber nie hat sich jemand gemeldet. Uns bleibt nun nichts anderes übrig, als im Telefonbuch Anschluss für Anschluss durchzugehen. Hat das Telefonbuch eine Million Einträge, müssen wir im Schnitt 500.000 davon prüfen. Wenn wir Pech haben, ist erst die zuletzt geprüfte Nummer die gesuchte. Ein Quantencomputer müsste nur ungefähr 1000 mal auf die Einträge zugreifen. Suchen wir ein bestimmtes Element in einer Datenbank der Größe N , kommen wir auf diese Weise mit etwa \sqrt{N} Aufrufen aus.² Grovers Algorithmus zur Datenbanksuche bietet eine quadratische Beschleunigung gegenüber dem klassischen Fall.

Zu Kapitel 5:
Teleportation

Kapitel 6:
Schnelle
Datenbanksuche

²Genauer mit $O(\sqrt{N})$, siehe Abschnitt 3.1.

Die Grundidee von Grovers Algorithmus lässt sich auf verschiedene ähnliche Situationen übertragen. So sind Quantencomputer im gleichen Maß schneller, wenn unser Suchschema auf mehrere Einträge zutrifft oder wenn wir in diesem Fall die Anzahl der Einträge mit einer bestimmten Eigenschaft zählen wollen. Andererseits ist Grovers Algorithmus in der Größenordnung optimal, das heißt mehr als eine quadratische Beschleunigung ist nicht möglich. So wie der klassische Computer in einer Datenbank der Größe N im schlechtesten Fall $N - 1$ Elemente betrachten muss, braucht ein Quantencomputer von der Größenordnung her mindestens \sqrt{N} Aufrufe.

Kapitel 8: Wie man RSA knackt

Noch bekannter als Grovers Algorithmus ist ein Verfahren, das 1993 von Peter Shor an den AT&T Labs entwickelt wurde. Shors Algorithmus zerlegt ganze Zahlen effizient in ihre Primfaktoren, also zum Beispiel 60 in folgendes Produkt von Primzahlen: $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$. Das scheint nur auf den ersten Blick ein langweiliges, akademisches Problem zu sein. Denn klassische Computer brauchen dazu nach allgemeiner Annahme exponentielle Rechenzeit. Man ist von dieser Vermutung so überzeugt, dass die Sicherheit von RSA, einem der wichtigsten Public-Key-Verschlüsselungssysteme auf dieser Vermutung beruht. Denn solange Computer ganze Zahlen nur in exponentieller Zeit in ihre Primfaktoren zerlegen können, ist das Verfahren sehr sicher. Shors Quantenalgorithmus faktorisiert Zahlen effizient, somit ist der Quantencomputer in der Lage, eines der wichtigsten Verschlüsselungssysteme zu knacken. Mit dem gleichen Ansatz lässt sich der diskrete Logarithmus berechnen. Das ist ein weiteres Problem, das für den klassischen Computer nach heutigem Wissen nicht lösbar ist und darum zur Verschlüsselung genutzt wird. Am Ende des Kapitels wird auf eine Liste von weiteren Fragestellungen verwiesen, für die Quantenalgorithmen eine Beschleunigung versprechen.

Kapitel 7: Kryptographie

Leistungsfähige Quantencomputer sind also fähig, wichtige und weitverbreitete Kryptographieverfahren zu knacken. Gleichzeitig eignen sich Quantenbits aber auch zum Aufbau von neuartigen Verschlüsselungssystemen, die einen Grad an Sicherheit bieten, der mit anderen Mitteln nicht erreichbar ist. Die Grundsituation der Datensicherheit wird klassischerweise wie folgt dargestellt. Alice möchte Bob eine Nachricht schicken, ohne dass Eve (von englisch *eavesdropper*, Lauscher) diese einsehen kann. Verwenden Alice und Bob Quantenbits, können sie ihre Nachricht so präparieren, dass ein Lauschangriff sofort auffliegt. Denn wenn Eve die Nachricht erfahren möchte, muss sie die Quantenbits messen. Sind Alice und Bob geschickt vorgegangen, können sie einen solchen Lauschversuch jedoch entdecken, weil Eves Zugriff die Bits verändert hat.

Nun gut, mag man hier einwenden, man bemerkt es, aber Eve kennt die Nachricht trotzdem. Um zu erläutern, warum ein solches Verfahren trotzdem sehr nützlich ist, müssen wir etwas ausholen. Es gibt ein klassisches Verschlüsselungssystem, das mathematisch beweisbar absolut sicher ist: One-Time Pads, entwickelt 1917 von dem amerikanischen Mathematiker Gilbert Vernam. Es hat nur einen Nachteil: es verwendet einen sehr langen Schlüssel, der nur einmal verwendet werden kann und den sowohl Alice als auch Bob vor der Datenübertragung kennen müssen. Er muss also transportiert werden, und das ist der Schwachpunkt der One-Time Pads. Insbesondere dieses Problem

löst das Quantenverschlüsselungssystem. Wenn Eve versucht, etwas über den Schlüssel zu erfahren, wird das bemerkt. Alice und Bob verwenden schon übertragene Teile des Schlüssels nicht und unternehmen zu einem anderen Zeitpunkt einen neuen Versuch. Quantenkryptographiesysteme werden seit langem kommerziell angeboten. Die Quantenbits werden in der Regel mit Photonen realisiert, mit Lichtquanten also. Diese lassen sich zum Beispiel mit bereits bestehenden Glasfaserleitungen übertragen.

Das Studium von Prozessen auf Quantenebene ist für Chemie und Materialwissenschaften von großer Bedeutung. Klassische Rechner scheitern jedoch an der Aufgabe, Quantensysteme zu simulieren. Im Laufe des Kapitels 2 wird deutlich werden, dass der Aufwand dafür exponentiell wächst. Mit Quantenrechnern andererseits ist dies im Prinzip effizient möglich. Damit könnte die Simulation von Quantensystemen eine der ersten mächtigen und wichtigen Anwendungen von Quantencomputern sein, siehe etwa [126] oder [34]. Der Entwicklung neuer Materialien, zum Beispiel von Katalysatoren oder solcher zum Bau von Batterien, würden dadurch neue Möglichkeiten eröffnet. Interessant ist auch folgender Umkehrschluss: Wenn die Quantenwelt für unsere klassischen Rechner zu komplex ist, müsste dann nicht ein Quantencomputer weitaus komplexere Aufgaben lösen können als ein herkömmlicher?

Simulation von
Quantenprozessen

Aber wie steht es um den Bau von Quantenrechnern? Die bisher geschilderten Verfahren wurden nicht lang nach Ihrer Veröffentlichung umgesetzt, zunächst unter Laborbedingungen und für kleine Eingaben. So wurde mit Shors Algorithmus in einem IBM-Labor bereits 2001 die Zahl 15 faktorisiert. Grovers Algorithmus lief bereits kurz nach der Veröffentlichung auf einem Drei-Bit-Rechner. Mittlerweile gibt es eine Vielzahl von Firmen, die funktionierende Quantencomputer anbieten. Diese sind für praktische Anwendungen den klassischen Rechnern noch nicht überlegen; die Erfolge der letzten Jahre können einen jedoch diesbezüglich hoffnungsvoll stimmen. Viel Aufmerksamkeit erhalten zur Zeit Quanten-Annealer. Dazu wollen wir erwähnen, dass Kapitel 2 den universellen Quantencomputer in seiner üblichen Form einführt. Man spricht vom *gatterbasierten* Quantencomputer, um solche universellen Rechner von Quanten-Annealern abzugrenzen. Quantum Annealing wiederum ist eine an Simulated Annealing angelehnte Heuristik zur approximativen Lösung von Optimierungsproblemen, siehe Abschnitt 11.2.

Kapitel 10:
Praktische
Umsetzung

Zur Zeit werden neben Ionenfallen (siehe Abschnitt 10.4) insbesondere auf Supraleitern basierende Quantenbits verwendet (siehe Abschnitt 10.6). Welche Technik sich mittelfristig durchsetzen wird, ist im Moment noch nicht klar. Das ist einer der Gründe, warum in diesem Buch Quantenhardware nur am Rande eine Rolle spielt. Sicherlich wird das Ergebnis aber kein Quanten-PC sein, der alle Aufgaben heutiger Rechner übernimmt. Quantencomputer sind klassischen Rechnern bei sehr speziellen Fragestellungen überlegen. So wird es mittelfristig auf eine Quanten-Cloud hinauslaufen, in der solche Spezialaufgaben an über das Netz zugreifbare zentrale Quantencomputer delegiert werden. Auch Sie selbst können Experimente auf realen Quantencomputern ausführen. Eine Auswahl von Links finden Sie auf der Homepage zum Buch, siehe Abschnitt 1.2.

Kapitel 3:
Eigenschaften
von Qubits

Deutlich leichter umsetzbar sind Verfahren, die Quantenbits zum Datenaustausch verwenden. Wie bereits erwähnt, gibt es seit längerem kommerzielle Anbieter und Anwender von Quantenkryptographiesystemen.

Es gibt auch Aufgaben, die für klassische Rechner selbstverständlich sind, für Quantencomputer hingegen unmöglich. So besagt das *No-Cloning-Theorem*, dass man ein Quantenbit nicht kopieren kann. Eine andere Besonderheit des Quantencomputers ist, dass alle seine Rechenschritte *umkehrbar* oder *reversibel* sind. Für klassische Berechnungen gibt es keine solche Einschränkung.

Dazu betrachten wir eine einfache logische Operation, die Konjunktion oder Verundung zweier Bits b_1 und b_2 mit dem Symbol \wedge : $b_1 \wedge b_2$ ist gerade dann 1, wenn beide Bits 1 sind, wie in der folgenden Wahrheitstafel dargestellt.

\wedge	0	1
0	0	0
1	0	1

Erhalten wir als Ergebnis dieser Operation das Ergebnis 1, ist zwar klar, dass die beiden Eingabebits den Wert 1 hatten. Im anderen Fall allerdings gibt es drei Möglichkeiten für die Belegungen von b_1 und b_2 . Wir können den Rechenschritt nicht rückgängig machen.

Damit stellt sich die Frage, ob ein Quantencomputer all das berechnen kann, was ein klassischer Computer berechnen kann. Es wäre durchaus denkbar, dass die Forderung von umkehrbaren Berechnungen eine zu große Beschränkung ist und dass bestimmte sehr einfache Aufgaben plötzlich aufwändig werden, wenn jeder Schritt umkehrbar gemacht wird. Glücklicherweise ist es nicht so. Umkehrbare Berechnungen wurden schon untersucht, als man noch nicht an Quantenrechner gedacht hat. Dabei hat sich herausgestellt, dass gewöhnliche Rechnungen in reversible umgeformt werden können.

Interessant ist der Grund für die erwähnten Untersuchungen: Das Löschen eines Bits in einem Computer setzt Wärme frei. Umgekehrt verbrauchen umkehrbare Berechnungen – bei diesen darf nichts gelöscht werden – theoretisch keine Energie. Die Wärmeentwicklung ist angesichts der Miniaturisierung der Schaltkreise ein großes Problem. Weltweit werden allein für die Kühlung gewaltige Energiemengen verbraucht.

Kapitel 4:
Komplexität

Eine Kernfrage unserer Thematik ist die folgende: Was kann der Quantencomputer berechnen, woran ein klassischer Computer scheitert? Zum einen stehen dem Quantencomputer Möglichkeiten offen, die jedem klassischen Rechner grundsätzlich verwehrt sind. Dazu zählen zum Beispiel Teleportation und die Erzeugung echter Zufallszahlen. Zum anderen gibt es Probleme, die sich im Prinzip berechnen lassen, jedoch nicht in der Praxis. Das Handwerkszeug zur Untersuchung dieser Frage finden wir in der Komplexitätstheorie, wo nach der *Effizienz* von Berechnungen gefragt wird. Wenn wir in dieser Einleitung sagen, ein Problem lasse sich nicht berechnen, meinen wir stets diesen praktischen Begriff.

Ein Schlüsselbegriff bei der Untersuchung, welche Probleme sich effizient berechnen lassen, ist *NP-Vollständigkeit*. Viele in der Praxis wichtige Optimierungsprobleme sind NP-vollständig, genauer: haben NP-vollständige

Entscheidungsvarianten. Ein Beispiel ist das *Problem des Handlungsreisenden*. Dieser Reisende will eine Reihe von Städten besuchen und am Ende wieder am Ausgangspunkt ankommen. Ihn interessiert nun die kürzeste solche Rundreise.³ Einen Algorithmus für dieses Problem könnte man aber nicht nur als Routenplaner einsetzen, das gleiche Problem lässt sich auch wie folgt ausdrücken. Ein Roboterarm mit Bohrer soll eine Platine mit Tausenden Löchern versehen. Optimiere seinen Weg! Eine Eingabe ist also eine Liste von zu besuchenden Orten samt der Entfernungen zwischen je zwei dieser Orte. Ein Algorithmus für das Problem des Handlungsreisenden muss für jede dieser Eingaben das optimale Ergebnis liefern. Im Prinzip lässt sich dieses finden, indem man alle möglichen Rundreisen durchprobiert. Das ist allerdings praktisch undurchführbar. Denn die Zahl der möglichen Rundreisen wächst ungeheuer schnell. Sind es für fünf Städte nur 120, gibt es zwischen 10 Städten schon über drei Millionen Rundreisen, was für keinen PC ein Problem ist. Aber für 50 Städte, was ja nun nicht sehr viel ist, hat die Anzahl der Rundreisen bereits 64 Nullen. Es gibt eine magische Grenze: die vermutete Anzahl der Atome im Weltall ist eine Zahl mit 78 Nullen. Erhöhen wir die Anzahl der Städte auf 58, hat die Zahl der Rundreisen diese Grenze überschritten. Demgegenüber bezeichnen wir Probleme als effizient berechenbar, deren Berechnungsaufwand in der Eingabegröße deutlich langsamer wächst.

Alle NP-vollständigen Probleme haben zwei Dinge gemein:

1. Zurzeit lässt sich keines effizient berechnen.
2. Wenn man eine effiziente Lösung für *eines* dieser Probleme gefunden hat, lassen sich *alle* effizient lösen.

Die Komplexitätstheoretiker glauben recht einmütig, dass sich *keines* dieser Probleme effizient lösen lässt. Wer dies beweist oder widerlegt, wer das sogenannte *P-NP-Problem* löst, wird dafür eine Million Dollar erhalten, siehe [39]. Wenn es möglich wäre, mit dem Quantencomputer NP-vollständige Probleme effizient zu berechnen, wäre das ein ungeheurer Fortschritt. Mit einem Schlag wäre eine große Zahl sehr wichtiger Probleme mit dem Quantencomputer effizient lösbar, für die das klassisch nicht gilt. Übrigens ist das von Shor untersuchte Faktorisierungsproblem (siehe oben) vermutlich nicht NP-vollständig.

Es gibt Hinweise darauf, dass auch Quantencomputer NP-vollständige Probleme nicht effizient lösen können. Wir diskutieren sie in Abschnitt 6.7, wo unter anderem der Zusammenhang zwischen NP-vollständigen Problemen und Suchalgorithmen erläutert wird. Trotzdem bieten Quantenrechner faszinierende Möglichkeiten. Am Ende von Kapitel 8 verweisen wir auf eine Liste von Algorithmen, für die Quantencomputer eine Beschleunigung ermöglichen. Möglicherweise steht auch der eigentliche Durchbruch, die Entdeckung weiterer hocheffizienter Quantenalgorithmen, erst noch bevor.

³Korrekt wäre es, die *Entscheidungsvariante* zu betrachten: Gibt es eine Rundreise kürzer als zum Beispiel 500 km?

1.2 Über dieses Buch

Dieses Buch führt Leser ohne besondere Vorkenntnisse in ein sich rasant entwickelndes interdisziplinäres Gebiet ein. Die wichtigsten Ergebnisse aus den Bereichen *Quantum Computing* wie etwa Grovers Suchalgorithmus oder Shors Faktorisierungsalgorithmus werden detailliert dargestellt. Zudem werden Ergebnisse wie Teleportation und Quantenkryptographie präsentiert, die man im englischen Sprachraum dem Gebiet *Quantum Information* zuordnet.

Vorkenntnisse

Benötigt werden nur Grundkenntnisse der Mathematik wie Vektorräume, komplexe Zahlen und Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie. Insbesondere sind keine besonderen Physikkenntnisse nötig. Zum Verständnis von Quantenalgorithmen genügen wenige quantenmechanische Begriffe, die in Abschnitt 2.10 zu drei Prinzipien zusammengefasst werden.

Da dieses Buch ohne Vorkenntnisse gelesen werden kann und durchgängig anschaulich und verständlich sein soll, ergeben sich zwei Beschränkungen: Dieses Buch ist keine Einführung in die Quantenphysik, und das sehr voraussetzungsreiche Thema *Hardware des Quantencomputers* wird nur oberflächlich behandelt. Sicher wird die Lektüre den Einstieg in diese Themen dennoch vereinfachen.

Aufbau

Kapitel 2 bildet die Grundlage aller weiteren Kapitel: hier werden die Grundbegriffe eingeführt, und der Leser lernt die ersten Quantenalgorithmen kennen. Auch die Kapitel 3 und 4 haben grundlegenden Charakter; deren Lektüre kann jedoch zunächst zurückgestellt werden. Die den verschiedenen Anwendungen gewidmeten Kapitel 5 bis 8 sind weitgehend unabhängig voneinander. Der mathematische Anhang stellt in komprimierter Form wichtige Begriffe und Aussagen zur Verfügung.

Übungen

Die Übungsaufgaben bilden einen wichtigen Teil des Buches, und bei einigen sind die Lösungen für die weitere Lektüre nötig. Darum findet der Leser am Ende des Buches Lösungen zu den meisten Aufgaben.

Online-Service

Unter der Adresse

`informatik.th-brandenburg.de/~mhomeist/qc`

finden Sie Materialien zum Buch, Downloads und Links. Auch die Lösungen von Aufgaben, die sich aus Platzgründen nicht in dem Buch finden, sollen dort nach und nach zum Download bereit gestellt werden (es kann allerdings noch etwas dauern). Sollten Sie Anregungen zu diesem Buch haben oder einen Fehler finden, schicken Sie bitte eine E-Mail an `mhomeist@th-brandenburg.de`, damit Ihre Hinweise in der nächsten Auflage berücksichtigt werden können.