Elastische Anisotropie metallischer Werkstoffe

Jonathan Germann, Günther Krämer

Inhalt

- Elastizität von Werkstoffen
- Spannungszustände
- Isotrop elastische Werkstoffe
- Hooksches Gesetz (isotrop)
- Spannungstensor/Dehnungstensor
- Unterschied Isotrop/ Anistrop
- Vereinfachungen des Spannungstensors
- Anisotropiefaktor
- Anwendungsbeispiele

Elastizität von Werkstoffen

- Alle Werkstoffe verformen sich unter Belastung elastisch
- Elastische Verformungen sind reversibel
- Mechanische Belastung – Verformung
- Mechanische Entlastung – Rückkehr zu ursprüngliche Form

Spannungszustände

- Ein Bauteil kann verschiedenen Spannungszuständen ausgesetzt sein
  - Schubspannungen
  - Zugspannungen
  - Torsionsspannungen
  - Druckspannungen
  - Kombinationen der oben genannten

Isotrop elastische Werkstoffe

- Mechanisch isotropes Verhalten
- Verformungsverhalten des Werkstoffes ist unabhängig von der Orientierung des Werkstoffes
- Die entsprechenden Materialkonstanten sind skalar
- Im eindimsenionalen Fall gilt das Hooke‘sche Gesetz

Hookesches Gesetz

- Gilt für isotrope Werkstoffe und einachsige Verformung
- $\sigma = E\varepsilon$

(σ - Zugspannung, E - E-Modul und ε - Dehnung)

- $\tau = G\gamma$

(τ - Schubspannung, G - Schubmodul und γ – Scherung)

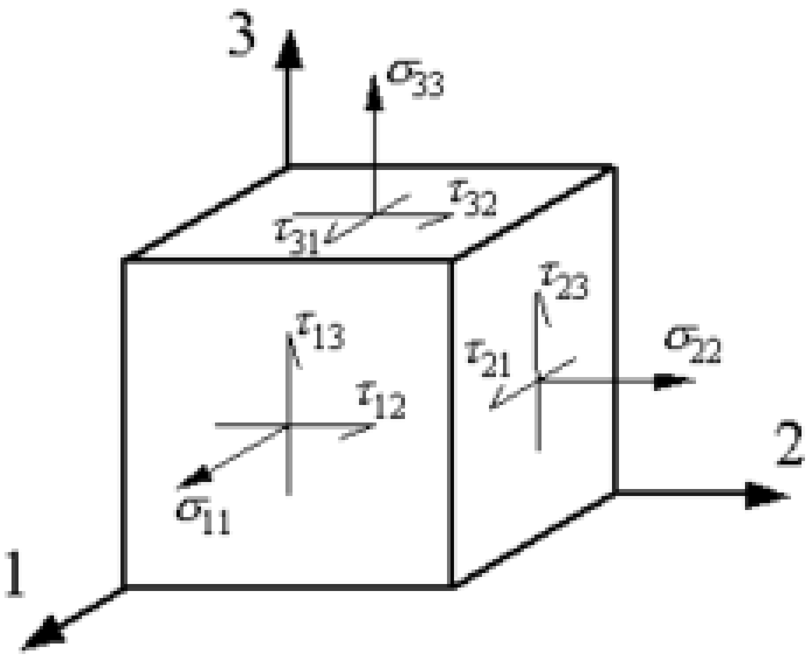
- $E = 2G(1+v)$

(v - Querkontraktionszahl/Poisson-Zahl)

Spannungstensor/Dehnungstensor

- Darstellung der Spannungszustände im Spannungstensor
- Veranschaulichung: Schnittmodell
- Darstellung der Dehnung im Dehnungstensor
- Im isotropen Fall sind beide Tensoren symmetrisch, also $\sigma_{ik} = \sigma_{ki}$
- Veranschaulichung: Würfel

Spannungstensor



$$S = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Unterschied isotrop/anisotrop

- Mechanisch isotropes Material: Spannungszustand richtungsunabhänig
- Anisotropes Material: Spannungszustand abhängig von der Orientierung des Materials
- Die meisten Materialien können als isotrop angesehen werden
- Anisotrope Materialien: CFK, GFK, Einkristalle

Spannungstensor im anisotropen Fall

- Eigendlich ein Tensor 4. Grades (3x3x3x3-Matrix)
- Im triklinen Fall gibt es nun 36 unabhängige Stoffkonstanten

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix}.$$

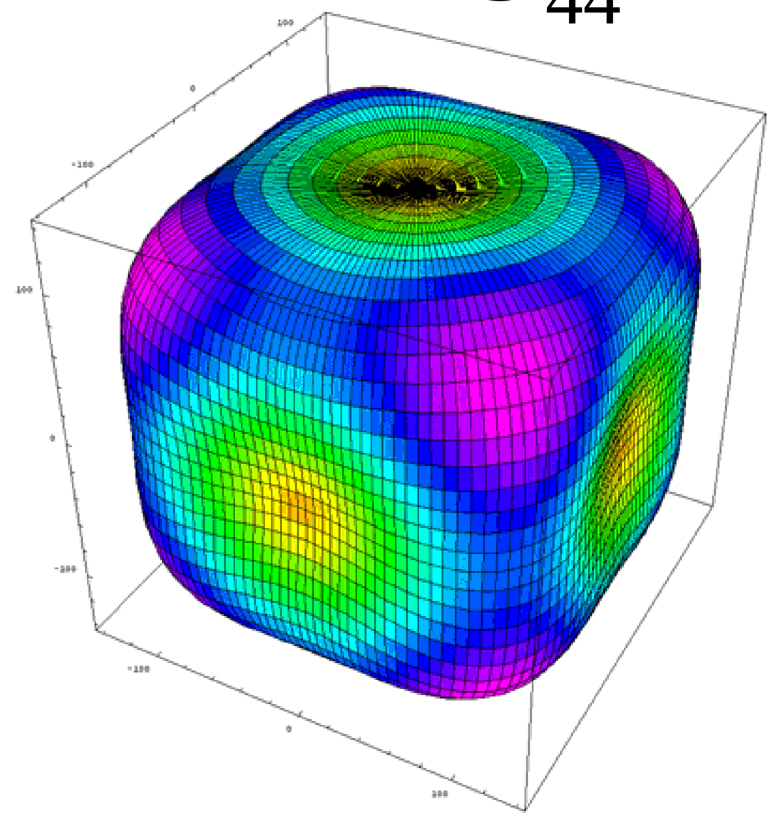
Vereinfachungen des Spannungstensors

- Abhängig von der Kristallgeometrie gibt es Vereinfachungen
  - monokline Anisotropie
  - rhombische Anisotropie (Orthropie)
  - Kubische Anisotropie
    - Nur noch 3 elastische Stoffkonstanten

Anisotropiefaktor A

$$A = \frac{2(S_{11} - S_{12})}{S_{44}}$$

- S_{11}, S_{12} und S_{44} sind Komponenten der Nachgiebigkeitsmatrix
- Für isotrope Werkstoffe ist A = 1



Anwendungsbeispiele

- Anisotrope Eigenschaften können nun in Verarbeitung und Produktion genutzt werden
- Gezielte Orientierung einkristalliner Bauteile
- Anisotope Verstärkung in Belastungrichtungen (z.B. durch Fasern)

Quellen

- Skript zur Vorlesung HVAT Metalle
- Skript zur Vorlesung Strukturlehre
- Skript zur Vorlesung Rheologie