Pierwszy nowoczesny zegarmistrz

Marek KORDOS *

Twierdzenia o sile odśrodkowej wywołanej jednostajnym ruchem po kole.

I. Jeśli dwa jednakowe ciała w jednakowym czasie obiegają niejednakowe okręgi, to ich siły odśrodkowe są proporcjonalne do długości tych okręgów czy też do ich średnic.

II. Jeśli dwa jednakowe ciała krążą z jednakową prędkością po różnych okręgach, to ich siły odśrodkowe są odwrotnie proporcjonalne do średnic tych okręgów.

III. Jeśli dwa jednakowe ciała krążą po jednakowych okręgach z różnymi prędkościami, to ich siły odśrodkowe są proporcjonalne do kwadratów tych prędkości.

IV. Jeśli dwa jednakowe ciała krążą po różnych okręgach, wywołując takie same siły odśrodkowe, to okresy ich obiegu są proporcjonalne do pierwiastków kwadratowych ze średnic.

V. Jeśli ciało krąży po okręgu z taką prędkością, jaką by osiągnęło spadając z wysokości 1/4 średnicy okręgu, to wywołana przez nie siła odśrodkowa jest równa jego ciężarowi, czyli ciągnie ono za nić, którą jest przymocowane do środka, z taką siłą, z jaką ciągnęłoby za nią swobodnie zwisając.

VI. Jeśli ciało biega po różnych poziomych okręgach leżących na jednej paraboloidzie obrotowej, to czas obiegu jest taki sam, niezależnie od tego, czy zakreślane okręgi są większe czy mniejsze; czas ten jest dwukrotnie dłuższy od okresu drgań wahadła, którego długość jest równa połowie parametru paraboli tworzącej tej paraboloidy.

Co to jest? Są to twierdzenia zawarte w V części księgi Christiaana Huygensa „Zegar wahadłowy” (1673), podsumowującej badania nad jego ulubionym tematem.

CV – tak, jak teraz wypada, krótkie

Christiaan Huygens urodził się w Hadze (Holandia) 14 kwietnia 1629 roku. Studiował w Lejdzie i Bredzie. W latach 1665–81 mieszkał w Paryżu, został zresztą wybrany członkiem Paryskiej Akademii Nauk. Potem powrócił do Hagi, gdzie zmarł 8 lipca 1695 roku.

Był astronomem, fizykiem, mechanikiem i matematykiem. Najwięcej czasu zabrały mu prace nad doskonaleniem – tak teoretycznym, jak praktycznym – zegarów. Uzyskał tu piękne wyniki w badaniach nad wahadłami. Skonstruował pierwszy zegar wahadłowy, stworzył wahadło izochroniczne płaskie i stożkowe, a także rozwiązał zagadnienie wahadła fizycznego – o tym będzie mowa w zasadniczej części tego tekstu. Zaczął swoje badania od prostszej mechaniki – w wieku 17 lat podjął trud opisania rzutu poziomego. Tu jednak mądrzy nauczyciele podsunęli mu do czytania prace niedawno zmarłego Galileusza – Christiaan orzekł, że „nie ma sensu pisanie *Iliady* po Homerze”, a pełnym czci i zapału kontynuatorem Galileusza pozostał do końca życia.

Nic więc dziwnego, że zajął się doskonaleniem zbudowanego przez Galileusza (w 1609 roku) teleskopu. Było to znaczne udoskonalenie, bo uzyskał 92-krotne powiększenie (Galileusz 20-krotne), a powstały przy tej okazji okular do tej pory nosi jego nazwisko i jest stosowany w praktyce. Za pomocą tego teleskopu odkrył pierścienie Saturna i Tytana – jego satelitę, co obaliło panujące od pół wieku przekonanie, że – poza Ziemią – satelity ma tylko Jowisz (Galileusz nazwał satelity Jowisza Gwiazdami Medycejskimi i twierdził, że żaden inny ród na swoje gwiazdy nie zasłużył). Jako zapalony mechanik skonstruował też „maszynę planetarną” – pierwowzór planetarium. Zajmował się także kształtem Ziemi i twierdził, że ma ona kształt dysku, a nie wrzeciona, jak przypuszczał Kartezjusz (podobnie Newton obstawał przy dysku – potwierdzone to zostało w stuleciu później przez pomiary Maupertuisa).

Kolejny ważny krąg zainteresowań Huygensa to światło. Właśnie sformułowanie (niezależnie od Hooke'a) falowej teorii światła i wyjaśnienie z jej pomocą szeregu zjawisk optycznych stało się bezpośrednim powodem przyjęcia go do Akademii Paryskiej. Podsumowuje to „Traktat o świetle” (1690).

Zegarmistrz

Dla matematyka najciekawsze są jednak jego prace dotyczące zegarów. Najpierw rozwiązał problem mechaniczny. Do tej pory zegary były poruszane przez wagi, których tempo obniżania się było regulowane przez rozmaite zaciski (wiadomo np., że Tycho Brahe swoje zegary codziennie podregulowywał młotkiem). Galileusz stwierdził, że do regulacji tempa poruszania się wskazówek musi być użyte jakieś zjawisko periodyczne, a jedynym takim, znanym wówczas, było wahadło. Huygens zbudował więc pierwszy zegar z wahadłem (patent Stanów Holenderskich z czerwca 1657). Tempo opuszczania się wagi reguluje w nim, używany do dziś, typ wychwytu, mechanizm w kształcie kotwiczki z ukośnie przyciętymi zębami.

Jako perfekcjonista zwrócił jednak uwagę na istotny brak klasycznego (dziś) zegara wahadłowego. Jak to już stwierdził Galileusz, okres zwykłego wahadła, jak mówi się na lekcjach fizyki, nie zależy od wychyleń tylko wtedy, gdy wychylenia są małe (ciekawe, że są tacy, którzy nie dostrzegają w takim sformułowaniu paradoksu). Sprawa, dla której Huygens podniósł tę kwestię, miała jednak wymiar nie logiczny, lecz ściśle praktyczny. Otóż bez zegara nie było możliwe określanie długości geograficznej. I chciano, by taki zegar mógł chodzić na kołyszącym się okręcie, gdzie o jedynie małe wychylenia wahadła nie sposób było zadbać.

Długość geograficzną (przed GPS) określa się np. przez stwierdzenie, która godzina jest w Londynie, podczas gdy u nas jest południe. Różnicę czasu (w godzinach) dzielimy przez 15 i to jest długość geograficzna – wschodnia, gdy południe jest wcześniej niż w Londynie, – zachodnia, gdy później. Do mierzenia szerokości wystarczy natomiast (na półkuli północnej) tylko zmierzenie kąta wzniesienia Gwiazdy Polarnej – to właśnie jest szerokość. Bowiem szerokość jest pojęciem obiektywnie określonym przez przyrodę, a długość jest tylko umownym pojęciem wprowadzonym przez ludzi.

Wiek XVII to czas niesłychanego rozwoju floty tak angielskiej, jak holenderskiej, to czas, gdy europejskie żaglowce opływały całą kulę ziemską. Problem okrętowego zegara miał więc ogromną wagę. Już w 1636 roku holenderski admirał, Real, zwrócił się z takim zamówieniem do Galileusza, ten jednak zamówienia nie wykonał. Po śmierci Galileusza z kolei admiralicja

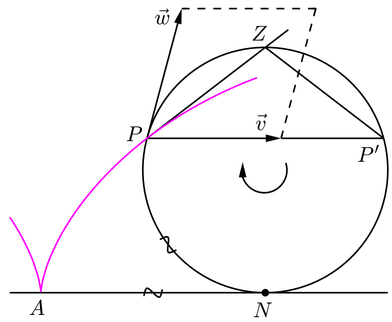
*Instytut Matematyki Uniwersytetu Warszawskiego

angielska ogłosiła konkurs na konstrukcję zegara okrętowego, oferując ogromną nagrodę 20 tys. funtów (co odpowiada dziś około 2 mln funtów).

Jest rzeczą charakterystyczną, że swoje prace nad zegarem wahadłowym odpornym na kołysanie Huygens rozpoczął od rozważań matematycznych. Punkt materialny na nieważkiej nici, czyli teoretyczne płaskie wahadło, porusza się po okręgu i stąd się bierze zależność okresu od wychylenia. Dla małych wychyleń jest ona zaniedbywalna, ale dla większych można ją zmierzyć – Huygens stwierdził, że okresy dla wychylenia 90° i dla małego wychylenia mają się jak 34 do 29. Należało więc zrezygnować z tego, by wahadło poruszało się po łuku pionowego okręgu: albo powinno się poruszać po innej krzywej leżącej w płaszczyźnie pionowej, albo po krzywej nieleżącej w takiej płaszczyźnie. Obie możliwości zostały rozważone.

Tautochrona (albo *izochrona*) to linia w płaszczyźnie pionowej, mająca tę własność, że położona na niej w dowolnym miejscu kulka (pod wpływem grawitacji, przy zaniedbaniu oporów ruchu) stoczy się do jej najniższego punktu w takim samym czasie. Huygens rozpoczął od znalezienia takiej linii. Udowodnił, że jest nią cykloida.

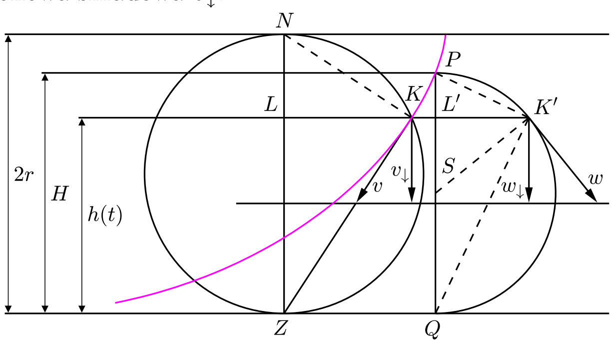
Warto podkreślić, że dowód Huygensa, iż cykloida jest tautochroną, w całości jest dostępny dla średnio zdolnego gimnazjalisty.



Rys. 1

Cykloida to droga ustalonego punktu okręgu toczącego się bez poślizgu po prostej. Linia ta składa się z arkad łączących się ostrzami, przy czym łuk okręgu od punktu cykloidy do punktu styczności z prostą jest równej długości z odcinkiem od tego punktu styczności do ostrza. Trudniej dostrzec, że styczna do cykloidy zawsze przechodzi przez (aktualnie) najwyższy punkt wyznaczającego ją okręgu. Istotnie, skoro ruch odbywa się bez poślizgu, więc wektor $\vec v$ jego prędkości w ruchu (poziomym) po prostej jest tej samej długości, co wektor $\vec w$ prędkości liniowej jego ruchu obrotowego. Wektory te tworzą zatem romb, którego przekątną jest ich wypadkowa. Aby wykazać, że przechodzi ona przez najwyższy punkt okręgu, wystarczy (oznaczenia z rysunku) wykazać, że $\overrightarrow{PZ}$ jest dwusieczną kąta $\vec v \vec w$ (gdyż przekątne rombu są dwusiecznymi jego kątów). Ale kąt wpisany $PP'Z$ jest równy kątowi między zamykającą go cięciwą PZ i styczną do okręgu (wektor $\vec w$), kąty zaś $PP'Z$ i $P'PZ$ są równe, bo trójkąt $PP'Z$ jest równoramienny (PP' jest poziomy, a Z jest najwyżej).

Oczywiście, cykloida, jako tautochrona, występuje „do góry rogami”. Na niej połóżmy kulkę w punkcie P (leżącym na wysokości H nad najniższym punktem cykloidy) i pozwólmy jej się staczać. Po upływie czasu t znajdzie się ona w punkcie K (leżącym na wysokości $h(t)$). Zajmować się będziemy tylko wysokością, na której jest kulka. Dlatego też z wektora jej prędkości $\vec v$ interesować nas będzie jedynie jego pionowa składowa $\vec v_\downarrow$.



Rys. 2

Posługując się rysunkiem, stwierdzamy, że

$$\frac{|\vec v_\downarrow|}{|\vec v|} = \frac{LZ}{KZ} = \frac{LZ}{\sqrt{LZ\cdot NZ}} = \sqrt{\frac{LZ}{NZ}} = \sqrt{\frac{h(t)}{2r}}.$$

Pierwsza z tych równości wynika ze wskazanej przed chwilą własności stycznej – skoro wektor $\vec v$ wskazuje na punkt Z, więc trójkąt utworzony przez wektory $\vec v$ i $\vec v_\downarrow$ jest podobny do trójkąta ZKL. Druga z równości bierze się stąd, że trójkąt ZKN jest prostokątny (kąt ZKN jest oparty na średnicy).

Co robić dalej? Genialny pomysł Huygensa to wprowadzenie kulki wirtualnej – ma ona poruszać się po torze, z którym sobie rachunkowo poradzimy: będzie to półokrąg o średnicy H. A związana z rzeczywistą kulką będzie przez założenie, że obniża się w tym samym tempie, co kulka realna, czyli też interesować się będziemy tylko pionową składową jej ruchu. Tym razem mamy

$$\frac{|\vec w_\downarrow|}{|\vec w|} = \frac{K'L'}{K'S} = \frac{\sqrt{PL'\cdot L'Q}}{PS} = \frac{\sqrt{(H-h(t))\cdot h(t)}}{\frac{H}{2}}.$$

Jak poprzednio, korzystamy najpierw z podobieństwa trójkątów (mają boki odpowiednio prostopadłe), a potem z własności trójkąta prostokątnego (jest nim $PK'Q$). Z założenia składowe pionowe obu prędkości mają być równe, co daje

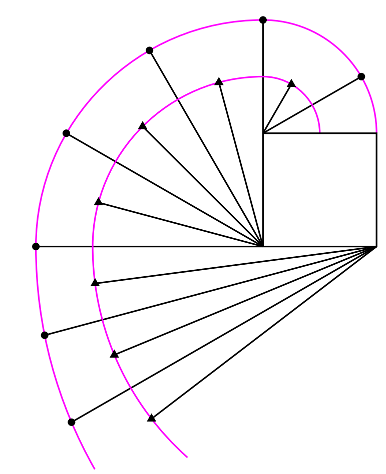
$$|\vec v|\cdot\sqrt{\frac{h(t)}{2r}} = |\vec v_\downarrow| = |\vec w_\downarrow| = |\vec w|\cdot\frac{2\sqrt{(H-h(t))\cdot h(t)}}{H},$$

czyli

$$(*) \qquad |\vec w| = |\vec v|\cdot\frac{H}{2}\sqrt{\frac{1}{2r(H-h(t))}}.$$

Zauważmy, że do tej pory nigdzie nie został wykorzystany fakt, iż mamy do czynienia ze spadkiem realnej kulki pod wpływem grawitacji. Ten aspekt ruchu wyraża się np. w fakcie, że energia kinetyczna równa jest utracie energii potencjalnej, a więc $\frac{m\vec v^{\,2}}{2} = mg(H-h(t))$, czyli $|\vec v| = \sqrt{\vec v^{\,2}} = \sqrt{2g(H-h(t))}$. Wstawiając to do $(*)$, stwierdzamy, że $|\vec w| = \frac{H}{2}\sqrt{\frac{g}{r}}$, co nie zawiera t – ruch kulki wirtualnej jest więc jednostajny. Skoro tak, to można łatwo obliczyć, ile trwa: $T = \frac{\pi\frac{H}{2}}{|\vec w|} = \pi\sqrt{\frac{r}{g}}$. Jest więc stały – nie zależy od H, a więc od wysokości, na jakiej położyliśmy kulkę. Cykloida faktycznie jest tautochroną.

No dobrze, ale jak zrobić wahadło tautochroniczne, jak zmusić kulkę na nitce, by wahała się po cykloidzie?



Rys. 3

Pomysł Huygensa był prosty: wyciąć np. z drewna odpowiednie kształtki, ograniczające ruch nici. Odpowiednie, to znaczy jakie? I znów w ruch poszła matematyka.

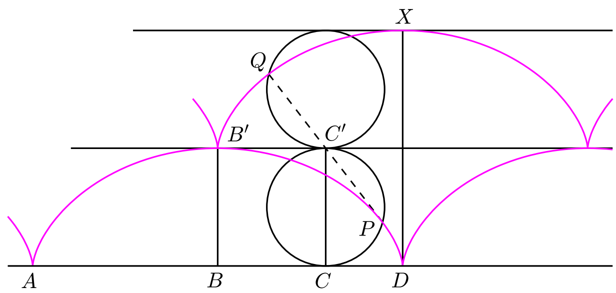
Tym razem Huygens wprowadził nowe pojęcie – ewolwentę.

Rozwijanie nici

Weźmy (nieruchomą) szpulkę o jakimkolwiek przekroju i rozwijajmy z niej nitkę, trzymając za jej koniec w taki sposób, by nitka stale była napięta (czyli, by stale była styczna do szpulki). Linia, którą zakreśli koniec nitki, to właśnie ewolwenta obwodu szpulki. Oczywiście, matematyka dziś dysponuje bardziej wyrafinowanymi definicjami tego pojęcia, ale Huygens wprowadził je właśnie za pomocą rozwijania nici. Dla przykładu: ewolwenta kwadratu to suma gładko sklejonych ćwierćokręgów, w której każdy kolejny ma promień dłuższy o długość boku kwadratu. Na rysunku są narysowane dwie różne ewolwenty – żaden kawałek jednej nie da się nałożyć na żaden kawałek drugiej (prawda?) – obierając koniec nici w różnych punktach, otrzymujemy na ogół różne ewolwenty.

Huygens poszukiwał takiej krzywej, której ewolwenta byłaby cykloidą. I odkrył, że cykloidą jest jedna z ewolwent ...cykloidy. Dokładniej: ewolwentą cykloidy jest, między innymi, cykloida stojąca ostrzami na jej najwyższych punktach. A oto dowód tego faktu.

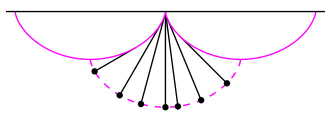
Tworzymy dwie cykloidy – drugą zakreśla okrąg toczący się po prostej stycznej do najwyższych punktów pierwszej cykloidy, przy czym druga cykloida ma ostrze właśnie w takim punkcie styczności.



Rys. 4

Rozpatrzmy sytuację, gdy okręgi zakreślające obie cykloidy są styczne. Ponieważ toczenie okręgów odbywa się bez poślizgu, więc odpowiednie odcinki i łuki są równej długości: $\langle QC'\rangle = B'C' = BC = AC - AB = \langle CC'P\rangle - \langle CC'\rangle = \langle C'P\rangle$ (długość łuku XY jest oznaczona przez $\langle XY\rangle$). Zatem suma łuków QC' i $C'P$, jako suma równych łuków stycznych okręgów o tym samym promieniu, ma środek symetrii C'; w szczególności wynika stąd, że punkty Q, C' i P leżą na jednej prostej. Co więcej, prosta ta jest styczna do dolnej cykloidy (dlaczego?) i prostopadła do stycznej do drugiej cykloidy w punkcie Q (z tego samego powodu) – jest to zatem nić rozwijająca się z pierwszej cykloidy.

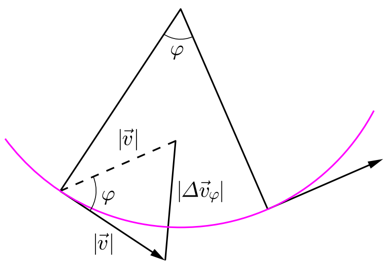
Od razu widać, jak zrobić (płaskie) wahadło tautochroniczne. Należy wyciąć z drewna kształtki w kształcie cykloid i pomiędzy ich łukami przywiązać ciężarek na nici o długości $4r$ – dlaczego taka ma być ta długość, widać na poprzednim rysunku: jest to suma średnic okręgów wyznaczających obie narysowane tam cykloidy.



Rys. 5

Przy okazji, mimochodem, obliczyliśmy długość łuku cykloidy: przecież ta nić to długość łuku $B'D$, czyli jego połówka. Zatem cykloida zakreślona przez punkt okręgu o promieniu r ma długość $8r$.

Tu już, niestety, nie da się obejść bez odrobiny matematyki nieco wyższej niż gimnazjalna. Ale jeszcze przez pewien czas jednak nie wyjdziemy poza liceum.



Rys. 6

Wahadło stożkowe

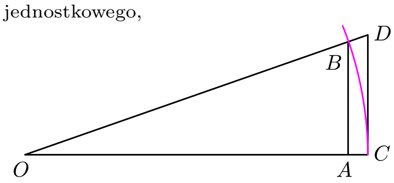
Drugi matematycznie opracowany przez Huygensa rodzaj wahadła tautochronicznego to wahadło stożkowe. Tutaj ciężarek na nici krąży po okręgu. Nić ta zatem zakreśla powierzchnię boczną stożka obrotowego – stąd nazwa. Problem, jaki rozważał Huygens, był następujący: przy jakim tempie obrotu siła odśrodkowa równoważy siłę ciężkości. Doprowadziło go to najpierw do podania wzoru na siłę odśrodkową (uczynił to jako pierwszy!).

Spójrzmy na ciało poruszające się jednostajnie po okręgu o promieniu R z prędkością $\vec{v}$. W ciągu czasu t przebywa ono łuk okręgu o kącie środkowym φ. O taki sam kąt zmieni się, oczywiście, kierunek jego prędkości. Zmiana ta ma wielkość $|\Delta\vec{v}_\varphi| = 2\cdot|\vec{v}|\cdot\sin\frac{\varphi}{2}$. Nas natomiast interesuje przyspieszenie, czyli granica tej wielkości przy czasie zmierzającym do zera. Na szczęście można się przy tym obyć bez różniczkowania.

Ponieważ ruch jest jednostajny, więc podzielimy różnicę prędkości przez czas i zobaczymy, co się dzieje, gdy czas ten zmierza do zera. Czas t to droga $R\varphi$ podzielona przez prędkość $|\vec{v}|$, więc

$$\frac{|\Delta\vec{v}_\varphi|}{t} = \frac{2|\vec{v}|\sin\varphi\cdot|\vec{v}|}{R\varphi} = \frac{\vec{v}^{\,2}}{R}\cdot\frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}} \to \frac{\vec{v}^{\,2}}{R}.$$

Dygresja: Pola figur OAB, OBC i OCD, gdzie BC jest łukiem okręgu jednostkowego,



Rys. 7

spełniają oczywistą nierówność $\frac{1}{2}\sin\alpha\cos\alpha \leqslant \frac{1}{2}\alpha \leqslant \frac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha$. Zatem, po podzieleniu przez $\sin\alpha$, mamy

$$\cos\alpha \leqslant \frac{\alpha}{\sin\alpha} \leqslant \frac{1}{\cos\alpha}.$$

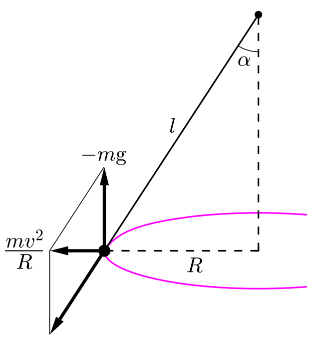
Ponieważ przy α dążącym do zera pierwsze i trzecie wyrażenie dąży do 1, więc dąży tam i środkowe.

Trzeba tutaj wiedzieć, że $(\sin\alpha)/\alpha$, gdy α zmierza do zera, zmierza do 1, ale to wiedział już (oczywiście inaczej to formułując) Archimedes. Siła odśrodkowa to, rzecz jasna, otrzymana wielkość pomnożona przez masę (jako że $|\vec{F}| = m \cdot |\vec{a}|$).

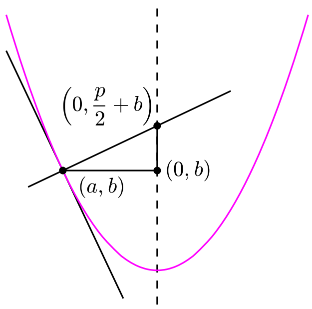
Nakładając warunek, by wahadło stożkowe było stabilne, czyli by jego obroty wywoływały siłę odśrodkową równoważącą siłę ciążenia, otrzymujemy (jak widać na rysunku 8) $\frac{m\vec{v}^{\,2}}{R} = m\mathrm{g}\operatorname{tg}\alpha$, czyli $|\vec{v}| = \sqrt{\mathrm{g}R\operatorname{tg}\alpha}$, co pozwala obliczyć okres obiegu stabilnego wahadła stożkowego: $T = \frac{2\pi R}{|\vec{v}|} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{\mathrm{g}}\operatorname{ctg}\alpha} = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{\mathrm{g}}}$.

Huygens wyciągnął z tego oczywisty wniosek: stabilne wahadła stożkowe mają ten sam okres, gdy wyrażenie w liczniku ostatniego ułamka jest dla nich równe, czyli gdy rzut nici na oś ma tę samą długość. I zaczął szukać krzywej mogącej być przekrojem osiowym obrotowej powierzchni o tej własności, że po jej każdym poziomym przekroju biegałoby stabilne wahadło o tym samym okresie. Przydatność takiej powierzchni do budowy zegara morskiego jest oczywista: jeśli kołysanie przeniesie kulkę wahadła z jednego poziomu na drugi, okres pozostanie taki sam.

Poszukiwaną krzywą – przekrojem – okazała się parabola. Styczna do paraboli danej równaniem $x^2 = py$ w punkcie $(a,\, b)$ dana jest (co dziś wiadomo ze szkoły) równaniem $ax = \frac{1}{2}p(y + b)$. Zatem prostopadła do stycznej ma równanie postaci $\frac{1}{2}px = -ay + A$, a gdy ma przechodzić przez $(a,\, b)$, musi być $A = a(\frac{1}{2}p + b)$.



Rys. 8



Rys. 9

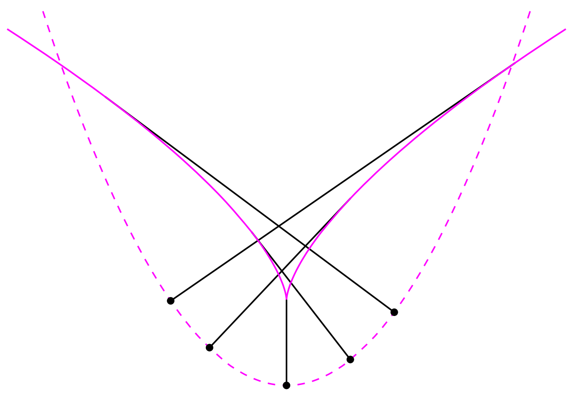
Prosta ta przecina zatem oś paraboli w punkcie $(0,\, y_0)$, gdzie $0 = -ay_0 + a(\frac{1}{2}p + b)$, czyli $y_0 = \frac{1}{2}p + b$, z czego natychmiast wynika, że wyrażenie $l\cos\alpha$ ma stałą wartość $\frac{1}{2}p$, a zatem dla wszystkich wahadeł stabilnych biegających po poziomych przekrojach powierzchni, powstałej z obracania paraboli $x^2 = py$ wokół jej osi, okres obiegu jest taki sam i wynosi $T = 2\pi\sqrt{\frac{p}{2\mathrm{g}}}$.

Proszę zwrócić uwagę na podobieństwo tego wzoru do wzoru na okres tautochronicznego wahadła płaskiego. Właściwie jest to dobry moment na zauważenie, że wszystkie twierdzenia, od których zaczyna się ten artykuł, zostały już dowiedzione.

Znowu nici

I znowu Huygens podjął rozważania o ewolwentach: jaki przekrój powinna mieć szpulka, aby rozwijana z niej nić miała swój koniec na paraboli, czyli dla jakiej krzywej parabola jest ewolwentą. Tu już, niestety, jego tok myślenia bardziej przypomina geometrię różniczkową niż matematykę szkolną. Ale popatrzmy na wynik. Jest nim parabola półsześcienna zwana inaczej parabolą Neilla. Parabola $x^2 = py$ jest ewolwentą paraboli półsześciennej o równaniu $x^2 = \frac{2}{27p}(2y - p)^3$. Mimo pewnego podobieństwa do przypadku ewolwenty cykloidy sytuacja jest jakby odwrotna – nić odwijamy „z przeciwnej strony".

Kilka szczegółów: gdy nić zwisa z „dziobka", ma długość $\frac{1}{2}p$; koniec nici stycznej w punkcie $(\sqrt{2}p,\, 2p)$, gdzie parabola półsześcienna przecina parabolę, jest na poziomie „dziobka" – rozwinięte jest wtedy $\frac{3\sqrt{3}-1}{2}p$ nici.



Rys. 10

To, że sytuacja jest odmienna od sytuacji z wahadłem płaskim, polega także na tym, iż tutaj nie może być mowy o nieruchomych kształtkach, z których nić będzie się odwijała. Huygens konstruował tylko leżącą po jednej stronie osi połowę jednej paraboli półsześciennej, która obracała się wraz z nicią.

Tym sposobem doszliśmy do sprawy technicznej realizacji tych pięknych pomysłów. Stosowne zegary powstały, ale żaden z nich nie spełnił pokładanych w nich nadziei tak Huygensa, jak brytyjskiej admiralicji, na to, że będą mogły być zegarami okrętowymi.

Faktyczny zegar okrętowy, sprężynowy, stosowany później przez blisko dwa stulecia, skonstruował – już po śmierci Huygensa – John Harrison. Potrzebował jednak aż 30 lat, by przekonać admiralicję w 1735 roku, że obiecana nagroda mu się należy.

Trwająca wiele lat przygoda Huygensa z zegarami przyniosła jednak bardzo wiele matematyce. Jego pomysły znacznie popchnęły do przodu rachunek wariacyjny i geometrię różniczkową. Ale przede wszystkim wskazują, w jak bardzo praktycznych problemach jest źródło nowych pojęć matematyki.