

МОЖНО ЛИ СЧИТАТЬ, ЧТО КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛЬНОСТИ ЯВЛЯЕТСЯ ПОЛНЫМ?

В. А. Фок, А. Эйнштейн, Б. Подольский и Н. Розен, Н. Бор

1. Вступительная статья В. А. Фока, Ленинград

В квантовой механике мы сталкиваемся с новыми физическими идеями, настолько отличными от привычных представлений классической теории, что освоение их представляет значительные трудности, особенно для умов, воспитанных на классической физике. Насколько трудно таким умам „принять“ эти новые идеи, показывает то, что даже создатель теории относительности — Эйнштейн, — обогативший человеческую мысль не менее глубокими физическими идеями, и, как это ни парадоксально, один из создателей квантовой механики — Шредингер — до сих пор не могут примириться с теми следствиями, которые вытекают из открытия квантовой механики.

В течение 1935 г. в американском журнале *Physical Review* появились две статьи под одинаковым заглавием, которые мы приняли и в качестве заголовка настоящей объединенной статьи. Первая статья написана Эйнштейном, Подольским и Розеном. В ней авторы, исходя из некоторого „критерия физической реальности“, приходят к выводу, что на вопрос, поставленный в заголовке, приходится ответить в отрицательном смысле. В ответ на эту статью в одном из следующих номеров того же журнала появилась вторая из упомянутых статей, написанная Бором. В ней автор, развивая неоднократно высказанные им ранее идеи, дает глубокий и блестящий анализ понятия физической реальности в свете новой, квантовой физики. Пользуясь самыми простыми средствами, Бор дает исчерпывающее разъяснение парадоксу, указанному Эйнштейном, Подольским и Розеном, и показывает, что на вопрос, поставленный этими авторами, следует ответить в положительном смысле.

Хотя в споре между авторами названных двух работ и не было высказано ни одной существенно новой идеи, и хотя ответ на поставленный в первой статье вопрос, совпадающий с ответом Бора, непосредственно вытекает из соображений, которые можно найти даже в курсах квантовой механики¹, — тем не менее этот спор представляет большой принципиальный интерес ввиду того, что в нем с большой ясностью были формулированы точки зрения обеих сторон, вследствие чего он в большой мере содействовал

выяснению для многих физиков тех новых физических понятий, которые связаны с квантовой механикой.

Ввиду того интереса, который представляют указанные две статьи, мы печатаем здесь их полный перевод*. Мы не приводим статьи Шредингера², посвященной тому же вопросу, так как в ней развиваются лишь парадоксы, вытекающие из неправильной точки зрения Эйнштейна, Подольского и Розена, а ответа на них не дается. Так же точно мы не приводим и других работ, появившихся в связи с упомянутым спором, и в частности работы Ферри³, содержащей ценные математические пояснения к рассуждениям Бора. Мы можем ограничиться двумя основными статьями потому, что ими исчерпывается сущность спора: в статье Эйнштейна, Подольского и Розена весьма четко формулирована естественная, хотя и оказавшаяся неправильной точка зрения и указаны те парадоксы, к которым она приводит, а в статье Бора дано исчерпывающее разъяснение этих парадоксов на основе введенного им понятия „дополнительности“.

Полемику между Эйнштейном, Подольским и Розеном, с одной стороны, и Бором, с другой, можно, если угодно, рассматривать как спор о физическом смысле волновой функции. Приступая к изложению математической части своих рассуждений, Эйнштейн** говорит, что основным понятием теории является понятие состояния, описываемого волновой функцией. Эйнштейн понимает слово „состояние“ в том смысле, какой ему обычно приписывается в классической физике, т. е. в смысле чего-то вполне объективного и совершенно независящего от каких бы то ни было сведений о нем. Отсюда и проистекают все парадоксы. Квантовая механика действительно занимается изучением объективных свойств природы в том смысле, что ее законы продиктованы самой природой, а не человеческой фантазией. Но к числу объективных понятий не принадлежит понятие о состоянии в квантовом смысле. В квантовой механике понятие о состоянии сливается с понятием „сведения о состоянии, получаемые в результате определенного максимально-точного опыта“. В ней волновая функция описывает не состояние в обыкновенном смысле, а скорее эти „сведения о состоянии“. Эйнштейн показывает, что, не трогая системы, можно придать ее волновой функции тот или иной вид. Если считать вместе с Эйнштейном, что волновая функция описывает объективное состояние, то, конечно, его результат будет иметь характер парадокса. Ведь невозможно себе представить, чтобы объективное состояние системы (что бы мы под этим ни подразумевали) менялось в результате каких бы то ни было операций, произведенных не над ней, а над другой системой, которая с ней вовсе не взаи-

* Статья Эйнштейна, Подольского и Розена переведена А. Г. Любиной под редакцией В. А. Фока, статья Бора переведена В. А. Фоком.

** В дальнейшем мы будем, для краткости, опускать фамилии двух других соавторов.

модействует. Но хотя в результате таких операций не может меняться „объективное состояние“ системы, зато могут меняться „сведения о состоянии“, т. е. состояние в квантовом смысле. Поэтому все парадоксы исчезают, коль скоро мы откажемся от проводимого Эйнштейном неверного „объективного“ толкования волновой функции и примем правильное ее толкование, т. е. будем считать, что она описывает „состояние в квантовом смысле“ или „сведения о состоянии, получаемые в результате определенного максимально-точного опыта“.

Под максимально точным опытом мы разумеем такой, который позволяет найти все те величины, какие вообще могут быть известны одновременно. Это определение применимо как к классической, так и к квантовой механике. Но в классической механике максимально-точный опыт был по существу один, а именно тот, который давал значение вообще всех механических величин, в частности координат и составляющих количества движения. Именно потому, что в классической механике любые два максимально-точные опыта дают те же самые сведения о системе, и можно было говорить там о состоянии системы, как о чем-то объективном, не оговаривая, путем какого именно опыта получены сведения о нем. Иначе обстоит дело в квантовой механике. Там такого рода оговорка существенно необходима. Действительно, соотношения Гейзенберга показывают, что разные опыты могут друг другу мешать. Поэтому и максимально точных опытов может быть бесчисленное множество: одни из них будут давать максимально-точные сведения о координатах, другие — о количестве движения, и т. д. Каждому результату определенного максимально-точного опыта сопоставляется в квантовой механике волновая функция. Она представляет, таким образом, запись сведений, получаемых в результате такого опыта. С этой точки зрения легко понять и физический смысл зависимости волновой функции от времени, т. е. физический смысл уравнения Шредингера: оно позволяет использовать сведения, относившиеся к начальному моменту времени, для предсказаний, относящихся к позднейшим моментам времени.

Мы уже говорили выше о том, что в квантовой механике стирается грань между понятиями „состояние“ и „максимально-точные сведения о состоянии“. Это утверждение представляет лишь иную формулировку той мысли, которую имеет в виду Бор, когда говорит о необходимости „радикального пересмотра наших взглядов на проблему физической реальности“. Эта мысль блестяще обоснована Бором в его статье. Поэтому мы можем не останавливаться на ее обосновании, а перейти к анализу некоторых следствий, вытекающих из толкования волновой функции как записи сведений.

Прежде всего, сведения о системе не обязаны быть максимально-точными. Это значит, что система не обязана иметь определенную (хотя бы неизвестную) волновую функцию. Может, например, случиться, что мы знаем о количестве движения частицы только

то, что оно равно либо p_1 (с вероятностью w_1), либо p_2 (с вероятностью w_2), и ничего не знаем о ее координатах. Из этих сведений мы никакой волновой функции построить не можем, а можем только построить (по Нейману⁴) некоторый „статистический оператор“, который позволяет вычислить вероятности и математические ожидания для всех механических величин, соответствующие имеющимся сведениям.

Таким образом с максимально-точными сведениями о системе мы можем сопоставить волновую функцию (это будет так называемый случай чистого состояния, *reiner Fall*), а с менее точными сведениями мы волновую функцию сопоставить не можем (это будет так называемый случай смеси состояний, *Gemisch*).

С этим обстоятельством связана характерная особенность квантово-механического описания сложной системы, состоящей из двух или нескольких подсистем (случай, рассмотренный Эйнштейном).

Предположим, что наша система состоит из двух подсистем. Координаты (или другие переменные) первой подсистемы обозначим через x_1 , а координаты второй подсистемы — через x_2 . Пусть над полной системой произведен максимально-точный опыт, который дал нам ее волновую функцию $\Psi(x_1, x_2)$. В таком случае, хотя сведения о полной системе и будут максимально точными, но сведения о подсистемах, вообще говоря*, не будут таковыми. Поэтому, даже если обе подсистемы перестали взаимодействовать, мы не вправе приписывать им в отдельности каких бы то ни было, хотя бы и неизвестных, волновых функций (Эйнштейн, повидимому, думал обратное**). Мы можем только приписать им статистические операторы, которые легко выражаются через $\Psi(x_1, x_2)$ ***. Чтобы получить максимально-точные сведения об отдельных подсистемах, т. е. чтобы определить их волновые функции, мы должны произвести еще один опыт. Знание волновой функции $\Psi(x_1, x_2)$ вносит здесь то упрощение, что этот опыт достаточно произвести над одной из подсистем.

* Т. е. в общем случае, когда $\Psi(x_1, x_2)$ не распадается на произведение вида $\varphi(x_1)\psi(x_2)$.

** На стр. 443 он говорит: „Мы не можем, однако, вычислить того состояния, в котором каждая из двух систем останется после взаимодействия“.

*** А именно, если $\Psi(x_1, x_2)$ нормирована на единицу, то элемент матрицы статистического оператора U_1 первой подсистемы будет

$$(x_1 | U_1 | x_1') = \int \bar{\Psi}(x_1', x_2) \Psi(x_1, x_2) dx_2$$

и соответственно для второй подсистемы

$$(x_2 | U_2 | x_2') = \int \bar{\Psi}(x_1', x_2) \Psi(x_1, x_2) dx_1.$$

Этот процесс и рассматривается Эйнштейном. Из того, что здесь сказано, достаточно ясно, что лишь неправильное толкование физического смысла волновой функции привело его к заключению о неполноте квантово-механического описания. С еще большей ясностью неправильность этого заключения вытекает из глубокого анализа Бора. Поэтому мы надеемся, что у внимательного читателя не останется сомнений в том, кто прав в том споре, которому посвящена эта статья.

II. Статья А. Эйнштейна, В. Подольского
и Н. Розена*, *Принстон*

1. При анализе физической теории необходимо учитывать различие между объективной реальностью, которая не зависит ни от какой теории, и теми физическими понятиями, с которыми оперирует теория. Эти понятия вводятся в качестве элементов, которые должны соответствовать объективной реальности, и с помощью этих понятий мы и представляем себе эту реальность.

Для суждения об успехе физической теории мы можем задать себе два вопроса: 1) Правильна ли теория? и 2) Является ли данное теорией описание полным? Только в том случае, если на оба эти вопроса можно дать положительные ответы, концепции теории могут быть признаны удовлетворительными. Первый вопрос — о правильности теории — решается в зависимости от степени согласия между выводами теории и человеческим опытом. Этот опыт, который только и позволяет нам делать заключения о действительности, в физике принимает форму эксперимента и измерения. Мы хотим рассмотреть здесь, имея в виду квантовую механику, второй из поставленных выше вопросов.

Какой бы смысл ни вкладывался в термин полное, от всякой полной теории нужно, как нам кажется, требовать следующее: каждый элемент физической реальности должен иметь отражение в физической теории. Мы будем называть это условием полноты. Таким образом, на второй вопрос легко ответить, если мы сможем выяснить, что является элементами физической реальности.

Элементы физической реальности не могут быть определены при помощи априорных философских рассуждений, они должны быть найдены на основе результатов экспериментов и измерений. Однако для наших целей нет необходимости давать исчерпывающее определение реальности. Мы удовлетворимся следующим критерием, который считаем разумным. Если мы можем, без какого бы то ни было возмущения системы, предсказать с достоверностью (т. е. вероятностью, равной единице) значение некоторой физической величины, то существует элемент физической реальности, соот-

* A. Einstein, V. Podolsky and N. Rosen, Phys. Rev., 47, 777, 1935. Перев. А. Г. Любиной под редакцией В. А. Фока.

ветствующий этой физической величине. Нам кажется, что этот критерий, хотя он далеко не исчерпывает всех возможных способов распознавания физической реальности, по крайней мере, дает нам один из таких способов, коль скоро выполняются сформулированные в нем условия. Этот критерий, рассматриваемый не как необходимое, а только лишь как достаточное условие реальности, находится в согласии как с классическим, так и с квантово-механическим представлением о реальности.

Чтобы иллюстрировать нашу мысль, рассмотрим квантово-механическое описание поведения частицы, имеющей одну степень свободы. Основное понятие теории — это понятие состояния, которое по предположению полностью характеризуется волновой функцией ψ . Последняя является функцией переменных, выбранных для описания поведения частицы. Каждой физически наблюдаемой величине A ставится в соответствие оператор, который можно обозначить той же буквой.

Если ψ есть собственная функция оператора A , т. е., если где a —

$$\psi' \equiv A\psi = a\psi, \tag{1}$$

число, то физическая величина A имеет с достоверностью значение a , коль скоро частица находится в состоянии ψ . Если ψ удовлетворяет уравнению (1), то согласно нашему критерию реальности для частицы в состоянии ψ существует элемент физической реальности, соответствующий физической величине A . Пусть, например,

$$\psi = e^{\frac{2\pi i}{h} p_0 x}, \tag{2}$$

где h — постоянная Планка, p_0 — некоторое постоянное число и x — независимая переменная. Так как оператор, соответствующий количеству движения частицы, имеет вид

$$p = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x}, \tag{3}$$

то мы получаем:

$$\psi' = p\psi = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial \psi}{\partial x} = p_0 \psi, \tag{4}$$

Таким образом в состоянии, которое определяется уравнением (2), количество движения имеет с достоверностью значение p_0 . Значит, в этом случае имеет смысл говорить, что количество движения частицы в состоянии ψ реально.

С другой стороны, если уравнение (1) не выполняется, мы больше не можем говорить о том, что физическая величина A имеет определенное значение, так обстоит дело, например, с ко-

ординатой частицы. Оператор q , соответствующий координате, есть оператор умножения на независимую переменную. Таким образом

$$q\psi = x\psi \neq a\psi. \quad (5)$$

Согласно квантовой механике, мы только можем сказать, что относительная вероятность того, что измерение координаты даст результат, лежащий между a и b , равна

$$P(a, b) = \int_a^b \psi\psi dx = \int_a^b dx = b - a. \quad (6)$$

Так как эта вероятность не зависит от a , а зависит только от разности $b - a$, мы видим, что все значения координаты равновероятны.

Итак, для частицы в состоянии ψ [формула (2)] определенного значения координаты предсказать нельзя, а его можно получить только путем непосредственного измерения. Такое измерение вызовет, однако, возмущение частицы и, таким образом, изменит ее состояние. После того как координата будет определена, частица уже не будет больше находиться в состоянии, даваемом формулой (2). Обычно в квантовой механике из этого делается следующий вывод: если количество движения частицы известно, то ее координата не имеет физической реальности.

В квантовой механике доказывается и более общее положение: если операторы, соответствующие двум физическим величинам, скажем A и B , не коммутируют, т. е. если $AB \neq BA$, то точное знание одной из этих величин исключает точное знание другой. Кроме того, каждая попытка экспериментально определить вторую величину изменит состояние таким образом, что уничтожит знание первой.

Из этого следует, что или 1) квантово-механическое описание реальности посредством волновой функции неполно или 2) когда операторы, соответствующие двум физическим величинам, не коммутируют, эти две величины не могут одновременно быть реальными. Ибо, если бы обе они одновременно были реальными и, следовательно, имели определенные значения, то эти значения должны были бы появиться в полном описании. Значит, если бы существовала полная волновая функция описания вала полное описание реальности, то оно должно было бы включать эти значения, и их можно было бы измерить. Если же это не имеет места, то мы остаемся альтернативой.

В квантовой механике обычно предполагается, что волновая функция действительно дает полное описание физической реальности для системы в состоянии, которому она соответствует. На первый взгляд это предположение совершенно приемлемо, так и

сведения, которые можно вывести из знания волновой функции, кажутся точно соответствующими тем, которые можно получить при помощи измерений, не изменяя состояния системы. Мы покажем, однако, что это предположение вместе с данным выше критерием реальности приводит к противоречию.

2. Для этой цели вообразим себе две системы I и II, которым мы даем взаимодействовать от момента $t=0$ до $t=T$, после чего между обеими частями уже не происходит больше никакого взаимодействия. Кроме того, мы предположим, что состояния обеих систем до $t=0$ были известны. Мы можем тогда вычислить с помощью уравнения Шредингера состояние объединенной системы I + II во всякий последующий момент времени, в частности для любого $t > T$. Обозначим соответствующую волновую функцию через Ψ . Мы не можем, однако, вычислить того состояния, в котором каждая из двух систем останется после взаимодействия. Согласно квантовой механике это состояние может быть найдено только с помощью последующих измерений, путем процесса, известного под названием „редукции волнового пакета“. Рассмотрим сущность этого процесса.

Пусть a_1, a_2, a_3, \dots будут собственные значения некоторой физической величины A , относящейся к системе I, и $u_1(x_1), u_2(x_1), u_3(x_1) \dots$ соответствующие собственные функции; причем x_1 обозначает совокупность переменных, которые служат для описания первой системы. Тогда Ψ , рассматриваемая как функция от x_1 , может быть выражена в виде ряда

$$\Psi(x_1, x_2) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(x_2) u_n(x_1), \quad (7)$$

где x_2 обозначает переменные, которые служат для описания второй системы. Здесь величины $\psi_n(x_2)$ должны рассматриваться просто как коэффициенты разложения Ψ в ряд по ортогональным функциям $u_n(x)$. Предположим теперь, что величина A измерена, причем найдено, что она имеет значение a_k . Отсюда выводятся заключение, что после измерения первая система остается в состоянии, описываемом волновой функцией $u_k(x_1)$, тогда как вторая система остается в состоянии с волновой функцией $\psi_k(x_2)$. Это и есть процесс редукции, или сведения волново о пакета: волновой пакет, даваемый бесконечным рядом (7), сводится к одному члену $\psi_k(x_2)u_k(x_1)$.

Последовательность функций $u_n(x_1)$ определяется выбором физической величины A . Если вместо нее мы бы выбрали другую величину, скажем B , имеющую собственные значения b_1, b_2, b_3, \dots и собственные функции $v_1(x_1), v_2(x_1), v_3(x_1) \dots$, мы бы получили

$$\Psi(x_1, x_2) = \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x_2) v_s(x_1), \quad (8)$$

где величины $\varphi_s(x_2)$ суть новые коэффициенты. Если теперь измерится величина B , причем она оказывается равной b_r , то мы за-

ключаем, что после измерения первая система остается в состоянии, которое описывается функцией $\psi_1(x_1)$, а вторая система остается в состоянии, которое описывается функцией $\varphi_2(x_2)$.

Мы видим поэтому, что в результате двух различных измерений, произведенных над первой системой, вторая система может оказаться в двух разных состояниях, описываемых различными волновыми функциями. С другой стороны, так как во время измерения эти две системы уже не взаимодействуют, то в результате каких бы то ни было операций над первой системой во второй системе уже не может получиться никаких реальных изменений. Это, конечно, является лишь другой формулировкой того, что понимается под отсутствием взаимодействия между двумя системами. Таким образом одной и той же реальности (вторая система после взаимодействия с первой) можно сопоставить две различные волновые функции (в нашем примере ψ_k и φ_j).

Но ведь может случиться, что две волновые функции ψ_k и φ_j являются собственными функциями двух некоммутирующих операторов, соответствующих некоторым физическим величинам P и Q . Что такой случай действительно возможен, лучше всего можно показать на примере. Предположим, что две системы являются двумя частицами и что функция $\Psi(x_1, x_2)$ равна

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{2\pi i}{h}(x_1 - x_2 + x_0)p} dp, \quad (9)$$

где x_0 — некоторая константа. Пусть величиной A будет количество движения первой частицы; тогда, как мы знаем из уравнения (4), ее собственные функции, соответствующие собственному значению p , будут

$$u_p(x_1) = e^{\frac{2\pi i}{h} p x_1}. \quad (10)$$

Так как мы имеем здесь случай сплошного спектра, уравнение (7) переписется в виде

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_p(x_2) u_p(x_1) dp, \quad (11)$$

где

$$\psi_p(x_2) = e^{-\frac{2\pi i}{h}(x_2 - x_0)p}. \quad (12)$$

Но это ψ_p является собственной функцией

$$P = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x_2}, \quad (13)$$

соответствующей собственному значению — p — координаты второй частицы. С другой стороны, если величина P есть координаты

ната первой частицы, то ее собственной функцией, соответствующей собственному значению x , будет

$$v_x(x_1) = \delta(x_1 - x), \tag{14}$$

где $\delta(x_1 - x)$ — есть хорошо известная дираковская функция дельта. Уравнение (8) в этом случае примет вид

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_x(x_2) v_x(x_1) dx, \tag{15}$$

где

$$\varphi_x(x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{2\pi i}{h}(x - x_2 + x_0)p} dp = h\delta(x - x_2 + x_0). \tag{16}$$

Но это φ_x является собственной функцией оператора

$$Q = x_2, \tag{17}$$

соответствующей собственному значению $x + x_0$ координаты второй частицы. Так как

$$PQ - QP = \frac{h}{2\pi i}, \tag{18}$$

то мы показали, что, вообще говоря, возможен случай, когда ψ_k и φ_n являются собственными функциями двух некоммутирующих операторов, соответствующих двум физическим величинам.

Вернемся теперь к общему случаю, к которому относятся уравнения (7) и (8). Мы предположим, что ψ_k и φ_r действительно являются собственными функциями некоторых некоммутирующих операторов P и Q , причем ψ_k соответствует собственному значению p_k , а φ_r соответствует собственному значению q_r . В таком случае, измерив A и B , мы будем в состоянии предсказать с достоверностью и без какого бы то ни было возмущения второй системы или значение величины P (т. е. p_k) или значение величины Q (т. е. q_r). Согласно нашему критерию реальности в первом случае мы должны считать элементом реальности величину P , во втором случае элементом реальности будет величина Q . Но, если предположить, что обе волновые функции ψ_k и φ_r относятся к одной реальности,

оказали, что или 1) квантово-механическое описание действительности посредством волновой функции не является полным или 2) соответствующие двум физическим величинам, P и Q , две величины не могут одновременно обладать определенными значениями. Если затем из предположения, что волновая функция дает полное описание физической реальности, мы

пришли к выводу, что две физические величины с некоммутирующими операторами могут быть реальными одновременно. Таким образом отрицание 1 приводит к отрицанию единственного остающегося предположения 2. Итак, мы вынуждены заключить, что квантово-механическое описание физической реальности посредством волновых функций не является полным.

На это заключение можно было бы возражать, основываясь на том, что наш критерий реальности не является достаточно ограничивающим. Действительно, мы бы не пришли к нашему заключению, если бы настаивали на том, что две или больше физических величины могут одновременно считаться элементами реальности только в том случае, если их можно одновременно измерить или предсказать. С этой точки зрения величины P и Q одновременно не обладают реальностью, поскольку предсказать можно либо P , либо Q , но не P и Q одновременно. Здесь реальность P и Q ставится в зависимость от процесса измерения, производимого над первой системой, хотя этот процесс никоим образом не влияет на вторую систему. Никакое разумное определение реальности не должно, казалось бы, допускать этого.

Хотя мы и показали, что волновая функция не дает полного описания физической реальности, мы оставили открытым вопрос о том, существует ли такое описание или нет. Мы думаем, однако, что такая теория возможна.

III. Ответ Нильса Бора *, Копенгаген

В своей недавней статье под тем же заглавием А. Эйнштейн, Б. Подольский и Н. Розен приводят аргументы, которые побудили их ответить на поставленный в заголовке вопрос в отрицательном смысле. Однако мне кажется, что общий ход их рассуждений не вполне соответствует тому положению вещей, с которым мы встречаемся в атомной физике. Я охотно воспользуюсь поэтому представившимся поводом, чтобы разъяснить несколько подробнее одну общую точку зрения, которую удобно называть „дополнительностью“. С этой точки зрения, на которую я неоднократно уже указывал⁵, квантовая механика в пределах своей области применимости представляется вполне рациональным описанием тех физических явлений, с которыми мы встречаемся при изучении атомных процессов.

Вопрос о том, в каких пределах можно приписать однозначный смысл такому выражению, как „физическая реальность“, может быть, разумеется, решен на основе априорных философских соображений. Как подчеркивают сами авторы названного сочинения, для решения этого вопроса нужно обратиться к опытам и измерениям. С этой целью они предложили „критерий реальности“, формулируемый ими следующим образом: „Если мы можем без какого бы то ни было вмешательства предсказать с достоверностью значение нек-

* Niels Bohr, Phys. Rev., 48, 696, 1935. Перев. В

величины, то существует элемент физической реальности, соответствующий этой физической величине". На интересном примере, к которому мы еще вернемся, они затем показывают следующее. В квантовой механике, так же как и в классической, значение любой переменной может быть при известных условиях предсказано на основании измерений, произведенных целиком над другими системами, бывшими ранее во взаимодействии с данной системой. Опираясь на свой критерий, авторы стремятся поэтому приписать элемент реальности каждой из величин, представленных этими переменными. Но, с другой стороны, характерной чертой существующей математической формулировки квантовой механики является, как известно, то, что если мы имеем две канонически сопряженные величины, то при описании состояния механической системы невозможно приписать им обеим определенные значения. В силу этого они считают существующую математическую формулировку неполной и выражают убеждение, что можно построить более удовлетворительную теорию.

Однако такого рода аргументация едва ли годится для того чтобы подорвать надежность квантово-механического описания основанного на стройной математической теории, которая автоматически охватывает все случаи измерения, подобные указанному * Кажущееся противоречие на самом деле вскрывает только существенную непригодность обычной точки зрения натуральной философии для описания физических явлений того типа, с которым мы имеем дело в квантовой механике. В самом деле, конечности взаимодействия между объектом и измерительным прибором обусловленная самим существованием кванта действия, влечет за собой — вследствие невозможности контролировать обратное действие

* В этом отношении выводы цитируемой статьи можно рассматривать как непосредственные следствия теорем о каноническом преобразовании в квантовой механике. Эти теоремы обеспечивают ее математическую полноту и рациональное соответствие с классической механикой, быть может, в большей мере, чем какая-либо другая черта этой теории. В самом деле, пусть мы имеем механическую систему, состоящую из двух подсистем (1) и (2), которые могут между собой взаимодействовать, но не могут и не взаимодействовать. При описании такого рода системы всегда возможно заменить любые две пары канонически сопряженных переменных, относящихся соответственно к (1) и к (2) и удовлетворяющих обычным перестановочным соотношениям

$$\left. \begin{aligned} [q_1 p_1] &= [q_2 p_2] = \frac{ih}{2\pi}, \\ [q_1 q_2] &= [p_1 p_2] = [q_1 p_2] = [q_2 p_1] = 0, \end{aligned} \right\}$$

двумя парами новых канонически сопряженных переменных ($Q_1 P_1$) ($Q_2 P_2$) связанных с первоначальным простым ортогональным преобразованием соответствующим вращению на угол θ в плоскостях ($q_1 q_2$) и ($p_1 p_2$), именно

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= Q_1 \cos \theta - Q_2 \sin \theta & p_1 &= P_1 \cos \theta - P_2 \sin \theta \\ q_2 &= Q_1 \sin \theta + Q_2 \cos \theta & p_2 &= P_1 \sin \theta + P_2 \cos \theta \end{aligned} \right\}$$

объекта на измерительный прибор (а эта невозможность будет непременно иметь место, если только прибор удовлетворяет своему назначению) — необходимость окончательного отказа от классического идеала причинности и радикальный пересмотр наших взглядов на проблему физической реальности. Как мы увидим ниже, всякий критерий реальности, подобный предложенному упомянутыми авторами, будет — какой бы осторожной ни казалась его формулировка — содержать существенную неоднозначность, если мы станем его применять к действительным проблемам, которые нас здесь интересуют. Чтобы придать рассуждениям, которые мы приведем в подтверждение этого положения, возможно большую ясность, я сперва рассмотрю довольно подробно несколько простых примеров измерительных установок.

Начнем с простого случая частицы, проходящей сквозь щель в диафрагме, которая может составлять часть более или менее сложной экспериментальной установки. Даже если бы количество движения этой частицы до ее падения на диафрагму было вполне известно, дифракция плоской волны (дающей символическое представление состояния частицы) от краев щели повлечет за собой неопределенность в количестве движения частицы после ее прохождения сквозь диафрагму, причем эта неопределенность будет тем большей, чем уже щель. Но ширину щели (по крайней мере, если она все еще велика по сравнению с длиной волны) можно принять за меру неопределенности Δq в положении частицы относительно диафрагмы в направлении перпендикулярном к щели. Далее, из де-броглевского соотношения между количеством движения и длиной волны легко усмотреть, что неопределенность Δp в количестве движения частицы в этом направлении связана с Δq соотношением Гейзенберга

$$\Delta p \Delta q \sim \hbar,$$

которое, как можно показать, пользуясь математическим аппаратом квантовой механики, является непосредственным следствием перестановочных соотношений для любой пары канонически сопряженных

Ввиду того что эти переменные удовлетворяют аналогичным перестановочным соотношениям, в частности

$$[Q_1, P_1] = \frac{i\hbar}{2\pi}, \quad [Q_1, P_2] = 0,$$

очевидно, что при описании состояния составной системы нельзя приписывать определенных значений величинам Q_1 и P_1 сразу, но что их можно приписывать величинам Q_1 и P_1 . В этом случае из выражений для этих переменных через (q_1, p_1) и (q_2, p_2) , а именно из

$$Q_1 = q_1 \cos \theta + q_2 \sin \theta, \quad P_2 = -p_1 \sin \theta + p_2 \cos \theta$$

вытекает, далее, что последующее измерение одной из величин q_2 или p_2 позволит нам предсказать наперед значение q_1 или соответственно p_1 (в предыдущих формулах квадратные скобки $[AB]$ обозначают, как принято, выражение $[AB] = AB - BA$. Прим. ред.

переменных. Очевидно, что неопределенность Δp неразрывно связана с обменом количеством движения между частицей и диафрагмой. Для наших рассуждений фундаментальную важность приобретает в связи с этим вопрос о том, в какой мере может быть учтено переданное, таким образом, количество движения, в какой мере оно может быть принято во внимание при описании того явления, которое мы изучаем при помощи данной постановки опыта, первым этапом которого можно считать прохождение частицы сквозь диафрагму.

Соответственно обычной постановке опытов над замечательным явлением дифракции электронов предположим сперва, что наша диафрагма, так же как и другие части прибора, например, вторая диафрагма с несколькими щелями, параллельными первой, и фотографическая пластинка, жестко связаны с подставкой, которая и определяет пространственную систему отсчета. Тогда количество движения, передаваемое частицей диафрагме, а также и другим частям прибора, будет уходить в их общую подставку. Таким образом в этом случае мы сознательно отказываемся от всякой возможности учитывать реакцию частицы на отдельные части прибора и принимать эти реакции в расчет в наших предсказаниях, относящихся к окончательному результату опыта. — например, к положению того пятна, которое частица производит на фотографической пластинке. Невозможность более подробного анализа взаимодействий, происходящих между частицей и измерительным прибором, не является, очевидно, особенностью именно данной постановки опыта, но представляет существенное свойство всякой постановки, пригодной для изучения явлений рассматриваемого типа, в которых мы сталкиваемся с своеобразной чертой индивидуальности, совершенно чуждой классической физике. В самом деле, если бы у нас была какая-нибудь возможность учитывать количество движения, передаваемое частицей отдельным частям прибора, то это сразу позволило бы нам выводить заключения, относящиеся к „ходу“ такого рода явлений. Например, мы могли бы тогда указать, сквозь какую именно щель во второй диафрагме прошла частица на своем пути к фотографической пластинке, — а этого никак нельзя согласовать с тем фактом, что вероятность частицы попасть на данный участок поверхности пластинки определяется не наличием той или иной щели в отдельности, а расположением всех щелей во второй диафрагме, которых может достигнуть сопоставляемая частице волна, претерпевшая дифракцию от щели в первой диафрагме.

Но мы могли бы воспользоваться другой экспериментальной установкой, в которой первая диафрагма уже не будет жестко связана с остальными частями прибора. В такой установке мы имели бы по крайней мере принципиальную * возможность изме-

* Очевидная невозможность на самом деле осуществить с имеющейся экспериментальной техникой измерительные приемы, подобные разбираемым здесь и в дальнейшем, разумеется, ни в какой мере не подрывают

речь с любой желаемой точностью количество движения диафрагмы до и после прохождения частицы, а значит, и указать наперед количество движения последней после ее прохождения сквозь щель. В самом деле, такого рода измерения предполагают только возможность однозначного применения классического закона сохранения количества движения, причем применять его нужно, например, к процессу столкновения между диафрагмой и каким-нибудь пробным телом, количеством движения которого надлежащим образом контролируется до и после столкновения. Правда, такого рода контроль будет существенно зависеть от изучения хода в пространстве и времени некоторого такого процесса, к которому были бы применимы представления классической механики; однако, если все пространственные размеры и промежутки времени взяты достаточно большими, то это, очевидно, не связано ни с какими ограничениями точности в определении количества движения пробных тел, а связано только с отказом от точного контроля их локализации в пространстве и времени. Последнее обстоятельство представляет полную аналогию с тем отказом от учета количества движения закрепленной диафрагмы, с которым мы встретились выше при обсуждении первоначальной установки. Такого рода отказ обусловлен в конце концов требованием чисто классического описания измерительного прибора; это требование влечет за собой необходимость ввести в описание действия прибора известные допуски, соответствующие соотношениям неопределенности квантовой механики.

Но наиболее существенная разница между обеими рассмотренными нами экспериментальными установками заключается в следующем. В той установке, которая пригодна для измерения количества движения первой диафрагмы, мы уже не можем использовать эту диафрагму как измерительный прибор и употреблять ее с той же целью, как в первоначальной установке. Поскольку мы интересуемся положением диафрагмы относительно остального прибора, мы уже должны считать ее, как и частицу, проходящую сквозь щель, объектом исследования; это значит, что мы должны явным образом принять во внимание квантово-механические соотношения неопределенности для ее положения и количества движения. В самом деле, даже если бы мы знали то положение (относительно пространственной системы отсчета, т. е. подставки), которое занимала диафрагма до первого измерения ее количества движения, и даже если бы мы точно установили ее положение после второго измерения, то все же, пользуясь второй установкой, мы теряем возможность судить о положении диафрагмы в тот момент, когда сквозь щель проходила частица; это будет потому, что в каждом процессе столкновения диафрагмы с проб-

справедливости наших теоретических рассуждений. Ведь эти приемы по существу эквивалентны применению атомных процессов, подобных явлению Комптона, для которых приложимость закона сохранения количества движения хорошо установлена.

ными телами она подвергается смещению, которое не поддается контролю. Поэтому вся наша установка в ее втором варианте, очевидно, непригодна для изучения тех явлений, которые изучались при помощи ее первого варианта. В частности, можно показать следующее. Предположим, что количество движения первой диафрагмы измерено с точностью, достаточной, чтобы судить о том, прошла или нет частица сквозь какую-либо определенную щель во второй диафрагме. В таком случае даже минимальная неопределенность в положении первой диафрагмы, совместная с наличием такого рода сведений о ее количестве движения, сотрет всю интерференционную картину, определяющую расположение тех зон на фотографической пластинке, куда возможно попадание частицы. Между тем, наличие нескольких щелей во второй диафрагме непременно привело бы к такого рода интерференционному эффекту, если бы взаимное расположение всех частей прибора было фиксировано.

Предположим, что мы пользуемся установкой, пригодной для измерения количества движения первой диафрагмы. Ясно, что даже если мы измерили это количество движения до прохождения частицы сквозь щель, мы имеем после этого прохождения свободный выбор между двумя возможностями, а именно мы можем задаться целью узнать либо количество движения частицы, либо ее начальное положение по отношению к остальной части прибора. В первом случае нам достаточно произвести еще одно определение количества движения диафрагмы, тем самым лишив себя навсегда возможности узнать ее точное положение в то время, как сквозь нее проходила частица. Во втором случае нам достаточно определить положение диафрагмы относительно системы отсчета, с чем сопряжена потеря возможности учесть количество движения, переданное диафрагме частицей. Если диафрагма обладает достаточно большой массой по сравнению с массой частицы, мы можем даже сделать так, чтобы после первого определения количества движения диафрагмы она оставалась в покое в некотором неизвестном положении относительно других частей прибора; тогда последующая фиксация положения может просто состоять в установлении жесткой связи между диафрагмой и подставкой.

Если я повторял здесь эти простые и по существу хорошо известные соображения, то я руководился при этом желанием подчеркнуть следующее. В рассматриваемых явлениях мы имеем дело отнюдь не с каким-либо неполным описанием, с произвольным выхватыванием разных элементов физической реальности за счет других таких элементов, но с рациональным проведением различия между существенно разными экспериментальными установками и процессами измерения, из которых одни допускают однозначное применение понятия пространственной локализации, а другие — законное применение теоремы о сохранении количества движения. Если и остается какой-нибудь произвол, то он относится только к нашей свободе выбора и использования различ-

ных измерительных приборов, характерной для самого понятия об эксперименте. С каждой постановкой опыта связан отказ от одной из двух сторон описания физических явлений; эти две стороны будут здесь как бы дополнительными одна к другой, тогда как их сочетание характеризует методы классической физики. Отказ этот существенно обусловлен тем, что в области квантовых явлений невозможен точный учет обратного действия объекта на измерительные приборы, т. е. учет переноса количества движения в случае измерения положения и учет смещения в случае измерения количества движения. В связи с этим никакие сравнения и аналогии между квантовой механикой и обыкновенной статистической механикой никогда не смогут передать сути дела, — как бы не были полезны такие аналогии для формального изложения теории. Ведь в каждой постановке опыта, пригодной для изучения собственно квантовых явлений, мы сталкиваемся не только с незнанием значений некоторых физических величин, но и с невозможностью дать этим величинам однозначное определение.

Последние замечания в равной мере относятся и к той упомянутой выше частной задаче, которая была рассмотрена Эйнштейном, Подольским и Розеном. Эта задача не требует более сложных рассуждений, чем те простые примеры, которые были рассмотрены нами выше. Тот частный случай квантово-механического состояния двух свободных частиц, для которого эти авторы дают явное аналитическое выражение, может быть воспроизведен, по крайней мере принципиально, при помощи простой экспериментальной установки; установка эта состоит из жесткой диафрагмы с двумя параллельными щелями, весьма узкими по сравнению с расстоянием между ними, причем сквозь каждую из этих щелей проходит независимо друг от друга по одной частице с заранее измеренным количеством движения. Если измерить количество движения этой диафрагмы до и после прохождения частиц, то мы действительно будем знать, во-первых, сумму составляющих количества движения обеих частиц в направлении, перпендикулярном к щелям, и, во-вторых, разность их начальных координат, отсчитываемых в том же направлении. При этом канонически сопряженные величины, т. е. разность составляющих их количеств движения и сумма их координат, останутся, конечно, совершенно неизвестными*. При таком расположении опыта ясно, что если затем произвести единственное измерение либо положения, либо

* Это описание будет, очевидно, соответствовать с точностью до существенного нормировочного множителя как раз тому преобразованию теремных, которое было приведено в одном из предыдущих примечаний, где (q_1, p_1) , (q_2, p_2) должны обозначать координаты и составляющие количества движения обеих частиц и угол θ должен равняться $-\frac{\pi}{4}$.

Заметим также, что волновая функция, приведенная в формуле (3) цитированной выше статьи, соответствует частному случаю $P_2 = 0$ и предельному случаю двух бесконечно узких щелей.

количества движения одной из частиц, то тем самым будет автоматически определено с любой желаемой точностью положение или соответственно количество движения другой частицы; это будет по крайней мере в том случае, если длина волны, соответствующая свободному движению каждой из частиц, достаточно мала по сравнению с шириной щелей. Как указано названными авторами, на этой стадии опыта мы имеем полную возможность свободно выбирать тот или иной вариант опыта, смотря по тому, какую из названных величин мы желаем определить, причем ни в том, ни в другом варианте мы не трогаем непосредственно ту частицу, которой мы интересуемся.

Та „свобода выбора“, которую предоставляет нам эта постановка опыта, как раз и означает, что нам надлежит остановиться на одной из двух разных экспериментальных манипуляций, допускающих однозначное применение одного из двух дополнительных классических понятий, — все это совершенно так же, как в разобранным выше простом случае одной частицы, прошедшей сквозь щель диафрагмы, где мы могли выбирать между манипуляциями, нужными для предсказания ее положения и количества движения. В самом деле, измерить положение одной из частиц означает не что иное как установить, как она будет себя вести по отношению к какому-нибудь прибору, неподвижно скрепленному с подставкой, определяющей пространственную систему отсчета. В описанных выше условиях опыта такою рода измерение дает нам также знание того положения, которое занимала относительно этой системы отсчета наша диафрагма после того, как частицы прошли сквозь щели, тогда как без такого измерения положение диафрагмы остается совершенно неизвестным. Очевидно, что только таким путем мы получим данные, позволяющие сделать заключения о начальном положении другой частицы по отношению к остальному прибору. Но зато, допустив существенно неопределимый перенос количества движения от первой частицы к упомянутой подставке, мы тем самым лишили себя всякой будущей возможности применять закон сохранения количества движения к системе, состоящей из диафрагмы и обеих частиц, а значит, потеряли ту единственную основу, которая могла позволить нам однозначно применить понятие количества движения к предсказаниям, относящимся к поведению второй частицы. И наоборот, если бы мы пожелали измерить количество движения одной из частиц, мы потеряли бы вследствие неизбежного в таком измерении и не поддающегося учету смещения всякую возможность судить по поведению этой частицы о положении диафрагмы относительно остального прибора и лишили бы себя всякой основы для предсказаний, относящихся к локализации другой частицы.

С нашей точки зрения мы видим теперь, что формулировка вышеупомянутого критерия физической реальности, предложенного Эйнштейном, Подольским и Розеном, содержит двусмысленность

в выражении „без какого бы то ни было возмущения системы“. Разумеется, в случае, подобном только что рассмотренному, нет речи о том, чтобы в течение последнего критического этапа процесса измерения изучаемая система подвергалась какому-либо механическому возмущению. Но и на этом этапе речь идет по существу о возмущении в смысле влияния на самые условия, определяющие возможные типы предсказаний будущего поведения системы. Так как эти условия составляют существенный элемент описания всякого явления, к которому можно применять термин „физическая реальность“, то мы видим, что аргументация упомянутых авторов не оправдывает их заключения о том, что квантовомеханическое описание существенно неполно. Напротив того, как вытекает из наших предыдущих рассуждений, это описание может быть характеризовано как разумное использование всех возможностей однозначного толкования измерений, совместимого с характерным для квантовых явлений конечным и не поддающимся учету взаимодействием между объектом и измерительными приборами. В самом деле, только взаимное исключение всяких двух экспериментальных манипуляций, которые позволили бы дать однозначное определение двух взаимно-дополнительных физических величин, — только это взаимное исключение и освобождает место для новых физических законов, совместное существование которых могло бы на первый взгляд показаться противоречащим основным принципам построения науки. Именно эту совершенно новую ситуацию в отношении описания физических явлений мы и пытались характеризовать термином *дополнительность*.

Исследованные нами до сих пор постановки опытов отличаются особой простотой в том отношении, что в описании рассмотренных явлений понятие времени играет второстепенную роль. Правда, мы неоднократно пользовались такими выражениями, как „до“ и „после“, подразумевающими связь во времени; но в каждом таком случае нужно иметь в виду соответствующую неточность. Эта неточность будет, однако, несущественной до тех пор, пока промежутки времени, с которыми мы имеем дело, будут достаточно велики по сравнению с теми собственными периодами, которые связаны с данным явлением и которые обнаруживаются при более детальном его анализе. Но как только мы приступаем к более точному описанию хода квантовых явлений во времени, мы наталкиваемся на хорошо известные новые парадоксы, для разъяснения которых нужно принять во внимание дальнейшие особенности взаимодействия между объектами и измерительными приборами. В самом деле, в такого рода явлениях мы имеем дело уже не с такими экспериментальными установками, в которых все существенные части прибора неподвижны друг относительно друга, а с установками, содержащими подвижные части, подобные затворам, открывающим и закрывающим щели диафрагм, причем эти части контролируются механизмами, играющими роль часов. Кроме уже рассмотренного выше переноса количества движения между объектом и телами, определяющими пространственную си-

стему отсчета, нам придется теперь при изучении такого рода установок исследовать возможный обмен энергией между объектом и этими „часовыми“ механизмами.

Существенный пункт в рассуждениях, относящихся к измерениям времени в квантовой механике, вполне аналогичен тому аргументу, который относится к измерениям положения. Подобно тому как перенос количества движения отдельным частям прибора, относительное положение которых требуется знать для описания явления, оказывается, как мы видели, совершенно не поддающимся контролю, совершенно так же невозможно проанализировать и обмен энергией между объектом и различными телами, относительное движение которых должно быть известным для желаемого использования прибора. Действительно, возможность контролировать передаваемую часам энергию, не нарушая действия их как указателей времени, принципиально исключена. В самом деле, пользование часами как указателями времени всецело основано на предполагаемой возможности применения методов классической физики к описанию действия каждых часов и способов проверки их по другим часам. В этом описании мы, очевидно, должны вводить в баланс энергии допуск, соответствующий квантово-механическим соотношениям неопределенности между каноническими сопряженными переменными — энергией и временем. В конце концов, именно это обстоятельство и влечет за собой соотношение дополненности между всяким подробным списанием хода атомных процессов во времени, с одной стороны, и теми чуждыми классической механике свойствами внутренней устойчивости атомов, которые были раскрыты при изучении переноса энергии в атомных реакциях, с другой стороны. Положение вещей здесь совершенно то же, как в рассмотренном выше вопросе о взаимно-исключающем характере всякого однозначного применения к квантовым явлениям понятий положения и количества движения.

Как мы видели, в каждой экспериментальной установке необходимо проводить границу между теми частями рассматриваемой физической системы, которые мы причисляем к измерительным приборам и теми, которые являются объектами, подлежащими исследованию. Можно сказать, что необходимость такого рода разграничения и составляет главную разницу между классическим и квантово-механическим описанием физических явлений. Правда, в пределах каждого измерительного процесса мы можем провести эту границу по желанию в том или ином месте; выбор места определяется как в классическом, так и в квантовом случае, главным образом, соображениями удобства. Однако, в то время как в классической физике выбор того или иного места для границы между объектом и измерительным прибором не связан с какими-либо изменениями в характере описания изучаемых физических явлений, в квантовой теории он влечет за собой изменения в этом описании. Фундаментальная важность различия между объектом и прибором в квантовой теории обусловлена, как мы видели, тем, что для толкования всех измерений в собственном смысле необходимо

пользоваться классическими представлениями, несмотря на то, что классическая теория не может сама по себе объяснить тех новых закономерностей, с которыми мы имеем дело в атомной физике.

Ввиду такого положения вещей не может быть и речи о каком-либо ином однозначном толковании символов квантовой механики, кроме того, которое заключено в хорошо известных правилах, относящихся к предсказанию результатов, получаемых при помощи данной экспериментальной установки, описываемой чисто-классическим образом; правила эти находят себе общее выражение в упомянутых выше теоремах о каноническом преобразовании. Обеспечивая надлежащее соответствие квантовой теории с классической, эти теоремы исключают, в частности, всякое внутреннее противоречие в квантово-механическом описании, которое могло бы возникнуть в связи с переменной места, где проводится граница между объектом и измерительным прибором. В самом деле, очевидным следствием приведенных выше рассуждений является следующее: при любой постановке опыта и любых измерительных манипуляциях выбор места для этой границы возможен лишь в пределах той области, где квантово-механическое описание данного процесса по существу эквивалентно классическому описанию.

В заключение мне хотелось бы отметить то огромное значение, которое имеет преподанный общей теорией относительности урок для вопроса о физической реальности в области квантовой теории. В самом деле, несмотря на все характерные различия, между положением вещей в обоих обобщениях классической теории имеется поразительная аналогия, которая неоднократно отмечалась. В частности, только что обсужденное нами обособленное положение, которое занимают в описании квантовых явлений измерительные приборы, представляет близкую аналогию с необходимостью пользоваться и в теории относительности обыкновенным описанием всех измерительных процессов, включая резкое разделение на пространство и время, причем эта необходимость имеет место, несмотря на то, что самой сущностью теории относительности является установление новых физических законов такого рода, что для понимания их мы должны отказаться от привычного разделения понятий пространства и времени *. Характерная

* Именно это обстоятельство совместно с релятивистской инвариантностью квантово-механических соотношений неопределенности и гарантирует нам совместимость рассуждений, изложенных в настоящей статье, со всеми требованиями теории относительности. Этот вопрос будет рассмотрен подробнее в подготавливаемой к печати работе, где автор, в частности, рассмотрит весьма интересный парадокс, выдвинутый Эйнштейном и относящийся к приложению теории тяготения к измерениям энергии; решение этого парадокса представляет особо поучительную иллюстрацию общности рассуждений, основанных на понятии о дополнителности. В той же работе будут обсуждены подробнее пространственно-временные измерения в квантовой теории, причем будут приведены все необходимые математические выкладки и схемы экспериментальных установок, словом все то, что было опущено в настоящей статье, где главное наше внимание было обращено на диалектическую сторону вопроса, поставленного в загол вкве.

для теории относительности зависимость всех показаний масштабов и часов от принятой системы отсчета может быть, далее, сравнена с тем не поддающимся контролю обменом количеством движения и энергией между измеряемыми объектами и всеми приборами, определяющими пространственно-временную систему отсчета, который приводит нас в квантовой теории к положению вещей, характеризующемуся понятием дополтельности. Действительно, эта новая черта натуральной философии означает радикальный пересмотр наших взглядов на физическую реальность, который может быть поставлен в параллель с тем фундаментальным изменением всех представлений об абсолютном характере физических явлений, который был вызван общей теорией относительности.

ЛИТЕРАТУРА

1. См. например, W. Pauli, Die allgemeinen Prinzipien der Wellenmechanik, Handb. d. Physik. Geiger u. Scheel, Berlin 1933.
2. E. Schrödinger, Proc. Cambr. Phil. Soc., 31, 535, 1935.
3. W. Furry, Phys. Rev., 31, 393, 1935
4. См. например, J. V. Neumann, Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik, Springer, Berlin, 1932.
5. Cp. N. Bohr, Atomic Theory and Description of Nature, 1 (Cambridge, 1934).