

## サイエンスネット

物(化)生(地)...

数研出版株式会社

SCIENCE NET

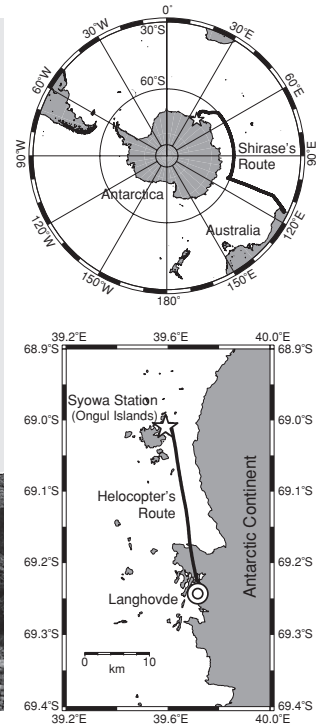
Contents

▶ 特集 1 / 風間卓仁...2

▶ 特集 3 / 川島慶子...10

▶ 特集 2 / 薄井芳奈...6

▶ コラム / 長沢博貴...14



## 南極における絶対重力計を用いた重力加速度観測

京都大学大学院理学研究科・助教／第53次日本南極地域観測隊・夏隊員 風間卓仁

写真右側の筒状の装置がA10型絶対重力計であり、中の真空槽で物体を落下させることで、重力加速度の値を9桁以上の精度で測定する。重力計に傘をかぶせているのは、「日射に伴う内部温度上昇を防ぐ」「日射に伴う器械傾斜による見かけの重力加速度変動を防ぐ」「風に伴う器械の揺れで観測データが乱れるのを防ぐ」などの理由がある。また、写真左の筆者も紫外線や寒さから身を守るため、目出し帽をかぶってサングラスをかけている。2012年1月12日、南極昭和基地重力計室近くの屋外にて撮影。右の地図は南極大陸や重力観測点の位置、それに砕氷艦しらせとヘリコプターの移動経路を示している。なお、昭和基地は南極大陸上ではなく、オングル島という島の上に位置している。(→特集1 p.2~5)

# 振り子を用いた重力加速度測定 ～日本と南極で振れ方の違いを観察する～

京都大学大学院理学研究科 風間卓仁

## 1. はじめに

重力加速度は約  $9.8\text{m/s}^2$  である、と高校物理の授業で学習する。しかし、この「9.8」には実は続きがあり、重力計という装置によって現在約 10 桁もの精度で測定することができる。また、重力加速度の値は場所や時間によって変化しており、その変化を観測することで地下構造を理解したり火山噴火を予測したりすることさえも可能である。

私は普段、測地学という学問の中でも特にこの重力に興味をもって研究しており、桜島・アラスカ・インドネシアなど世界各地で重力加速度の観測を行っている。そんな中、私は縁があって第 53 次日本南極地域観測隊に参加し、2011 年 12 月～2012 年 2 月にかけて南極昭和基地に滞在することができた。南極を訪れるなどまたとないチャンスであったため、私は日本と南極の重力加速度の違いを体感できるよう、南極に手製の振り子を持参し、振り子を用いた重力加速度測定を実施した。

本稿では、重力加速度の定義や重力観測の意義を説明し、南極で実施してきた振り子重力測定の詳細を述べる。また、日本と南極の重力差が一目で分かる動画も制作したので、高校授業における本動画の活用可能性についても触れる。

## 2. 重力加速度の定義

そもそも重力加速度とは、単位質量の物体にかかる「地球の万有引力」と「地球回転に伴う遠心力」のベクトル和である。式で表現すると、次の通りである。

$$\vec{g} = -\frac{GM}{r^2} \vec{e}_r + a\omega^2 \vec{e}_a \quad (1)$$

ここで、 $G$  は万有引力定数、 $M$  は地球質量、 $r$  は地球中心から重力観測点までの距離、 $a$  は地球回転軸から重力観測点までの距離、 $\omega$  は地球回転角速度である(図 1)。また、 $\vec{e}_r$  は  $r$  方向の単位ベクトル、 $\vec{e}_a$  は  $a$  方向の単位ベクトルである(両者は直交していないことに注意が必要)。

ところで、回転に伴う遠心力は地球にもはたらいているため、地球は厳密な球ではなく、極半径より

も赤道半径が大きい「回転楕円体」となっている。このことを踏まえて(1)式を見ると、 $r$  が小さく  $a$  も小さい極域では重力加速度の絶対値が大きくなるのが分かる。実際、極点では赤道よりも  $0.05\text{m/s}^2$  程度重力加速度が大きくなっているものの、割合にするとたった約 0.5% である。100kgw の人の体重変化はわずか 0.5kgw 程度なので、その重力差を体感できる人はまずいないと考えられる。

## 3. 重力加速度の測定方法

高校物理の授業では、打点タイマーを用いた物体の落下実験によって重力加速度を推定する。また、重力加速度はばねのつりあいの式や振り子の振動周期の式にも登場する。実は、私たち測地学者もほぼ同様の原理で重力加速度を測定している。重力加速度の測定方法は、以下の 2 種類に分類される。

まず 1 つは相対重力測定である。この方法で使用する相対重力計にはばねが入っており、その下端におもりが吊るされている。ばねの伸び  $x$  は、以下の通り重力加速度  $g$  と比例関係にある。

$$mg = kx \quad (2)$$

なお、おもりの質量  $m$  やばね定数  $k$  は本来既知であるが、高精度な重力観測に見合うほどの値は分からない。そこで、伸び  $x$  と重力加速度  $g$  の対応関係の一覧表を、重力計出荷前に予め作成しておく。実際の重力観測では 2 地点 A-B 間のばねの伸びの変化を測定するので、先ほどの一覧表を用いれば、

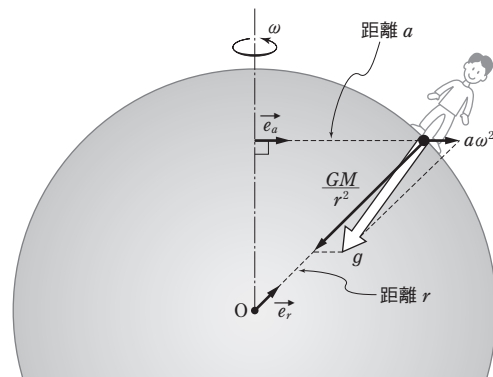


図 1 重力加速度の定義

2 地点間の重力加速度の差を見積もることができる。また、基準点 A の重力加速度の絶対値が既知であれば、この相対重力観測によって地点 B の重力加速度の絶対値も知ることができるのである。

もう 1 つの測定方法が絶対重力測定である。ここで使用される絶対重力計では、真空槽中で物体を落下させる方式が一般的である。落下距離および落下時間をそれぞれ  $L$ 、 $T$  と書くと

$$L = \frac{1}{2} g T^2 \quad (3)$$

となる。 $L$  および  $T$  を高精度に測定することで、重力加速度の絶対値  $g$  を精度よく見積もるのである。

現在、相対重力計には可搬型の LaCoste & Romberg 型重力計が、絶対重力計には据え置き型の FG5 型重力計が普及している。また、観測で得られる重力加速度の系統誤差は各々  $10 \times 10^{-8}\text{m/s}^2$  および  $2 \times 10^{-8}\text{m/s}^2$  であり、前述の極点-赤道間の重力差も容易に測定可能である。ただし両者とも価格は 1000 万円前後するため、とてもポケットマネーで手に入るような代物ではない。

## 4. 重力加速度測定の意義

ここで(1)式右辺の第 1 項のみに注目し、地球を「さまざまな質量をもった物体の集合体」と考えると、(1)式は以下のように書き換えることができる。

$$|\vec{g}| \cong \sum_i g_i = \sum_i \frac{GM_i}{R_i^2} \cdot \frac{-Z_i}{R_i} \quad (4)$$

ここで、 $M_i$  は物体  $i$  の質量、 $R_i$  は重力観測点と物体  $i$  の距離、 $Z_i$  は重力観測点を基準とした物体  $i$  の鉛直座標である(図 2)。なおこの式では、万有引力ベクトルの鉛直成分のみを取り出すために、 $\frac{-Z_i}{R_i}$  が掛け合わされている。

重力加速度が緯度によって異なる値をもつのは第 2 章で既に述べたが、(4)式を見るとまた別の側面

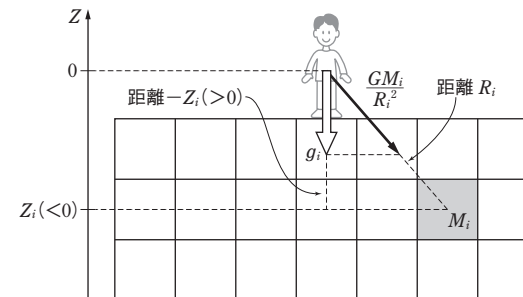


図 2 万有引力に注目したときの重力加速度の定義

が見えてくる。例えば、同じ緯度でも地表付近の岩石質量  $M_i$  が大きい場所では、他の地点に比べて重力加速度が大きくなると推測される。また、気象・潮汐・地震・火山噴火などの現象によって地球表層の質量分布が時々刻々と変化していることから、(4)式の  $M_i$  や  $R_i$  は時間変化し、その総和である重力加速度も時間変化すると期待できる。

私たち測地学者が高精度な重力計を使用して世界各地で重力加速度を観測する理由も、この式に端を発している。すなわち、重力加速度はあらゆる質量の積分値なので、重力観測によって質量の時空間分布を検出できる。例えば、空間的に高解像度な重力測定を行うと、重力加速度の空間分布(ブーゲー異常図)から地下構造を推定できる。また、重力加速度を時間的に連続観測することで、マグマの動きや氷河の融解、それに地下水貯留量変化といった質量分布の時間変化を検出できるのである。

## 5. 日本南極地域観測隊による重力観測

南極地域では、氷河の融解やそれに伴う地殻隆起(post glacial rebound)といった大規模な質量移動現象が起きている。また、南極大陸は氷床に覆われているが、氷床下の構造を知ることは南極大陸の形成史やダイナミクスを知る上でも重要である。

このような観点から、日本南極地域観測隊では 1950 年代から重力観測が実施され、重力加速度の時空間分布の把握がなされてきた。近年では、砕氷艦しらせにおける船上重力連続観測や、昭和基地における数年間隔の絶対重力観測が行われており、得られる重力加速度の時空間解像度や精度も向上している。(なお、昭和基地はオングル島という島の上にある。表紙地図を参照。)一方、昭和基地からオングル海峡をはさんだ南極大陸側では、これまで年 1 回程度の相対重力観測しか実施されず、重力加速度の高精度な把握がなされていなかった。

そこで私たち第 53 次南極地域観測隊は、可搬型の絶対重力計 A10 を南極へ運搬し、日本の観測隊として初めて、南極大陸上での絶対重力の直接観測を実施した(表紙写真参照)。絶対重力観測を行ったのは昭和基地の南約 27km のラングホブデ地域で、2012 年 2 月 3 日に得られた重力加速度の値は下記の通りである。

$$g = 9.825\ 355\ 842 \pm 0.000\ 000\ 007 \text{ m/s}^2 \quad (5)$$



私自身南極を訪れるのは初めての経験だったので、日本の重力加速度(約  $9.79\text{m/s}^2$ )よりも大きな値に純粋に興奮したし、史上初の観測に関わることができて大変光栄であった。しかしながら、重力計はいわばブラックボックス的なところがあり、真空槽中の物体が日本よりも速く落下することを実感するのは難しい。そこで私は、日本と南極の重力加速度の違いを視覚的に実感できるように、南極出発前に予め独自の振り子を作製し、以下の通り振り子を用いた絶対重力測定を実施した。

## 6. 作製した振り子の概要

南極における重力加速度測定の実績は古く、1960年代には既に GSI 型重力振り子によって昭和基地の絶対重力値が得られている。また、現代では日本各地の高校・大学で、ボルダの振り子やケーターの可逆振り子を用いた重力加速度の実験が(主に教育目的で)行われている。ただ、このような振り子を南極に持参するだけでは面白くないので、“簡単な構造の振り子で重力加速度を高精度に見積もる”ことを目標に、図3のような振り子を新たに作製した。工夫した点は主に以下の3つである。

- おもり上部のねじに穴が空いているので、ワイヤーを穴に通してかきしめるだけで、任意の長さの振り子を作ることができる。
  - 支点側に専用の支持台を作製したので、おもり側と同様にワイヤーを支持台の穴に通してかきしめるだけで、振り子の支点を作ることができる。
  - 支持台の穴が円錐形になっているので、振り子振動時にワイヤーが支持台に接触せず、支点の摩擦による振動の減衰を抑えることができる。
- また、今回作製したおもりと支持台があれば、ワイヤー・ワイヤー止め・クランプといった市販品を利用可能であることも、この振り子の利点である。

## 7. 振り子を用いた絶対重力測定

私は2012年1月31日に南極昭和基地重力計室でこの振り子を用いた重力加速度測定を実施した。また、帰国後の2012年4月27日には、京都大学大学院理学研究科1号館で同じ振り子を用いて同様の実験を行った。なお、最初の観測時の振り子の状態を維持するため、南極→日本の輸送時にはワイヤーを

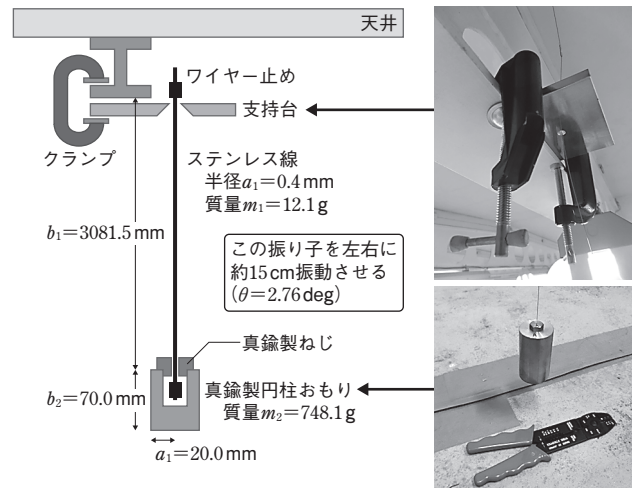


図3 今回作製した振り子の模式図

含め振り子全体を梱包材で厳重に覆った。

振り子運動開始から約5分後・10分後・15分後の振り子の位置(動画のキャプチャ画像)を図4に示す。京都の振り子はどの画像でもほぼ同じ位置で右向きに動いているが、昭和基地の振り子はさらに先行して右側に動いている。また、往復回数が多くなるにつれ振り子の位置の差が大きくなっている。そもそも、振り子運動は単振動の一種であり、その復元力は重力加速度に比例する。すなわち、重力加速度の大きな南極では復元力も大きいので、振り子が速く振動する(振動周期が短くなる)のである。

ところで、高校物理では振り子の振動周期  $T$  が

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (6)$$

で計算できることを学習する。なお、 $l = b_1 + \frac{b_2}{2}$  である(図3)。ただし(6)式は、振れ角が小さく、おもりを質点に近似した場合の式である。実際に振れ角の効果やおもりの大きさを考慮すると、

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{MgL}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\theta}{2}\right)} \quad (7)$$

$$M = m_1 + m_2 \quad (8)$$

$$L = \frac{m_1}{M} \cdot \frac{b_1}{2} + \frac{m_2}{M} \left(b_1 + \frac{b_2}{2}\right) \quad (9)$$

$$I = ML^2 + m_1\left(\frac{a_1^2}{4} + \frac{b_1^2}{12}\right) + m_2\left(\frac{a_2^2}{4} + \frac{b_2^2}{12}\right) \quad (10)$$

となる。ここで、 $M$  は振り子の全質量、 $L$  は支点-重心間の距離、 $I$  は振り子の慣性モーメント、 $\theta$  は振り子の初期振れ角である(各変数の値は図3を参

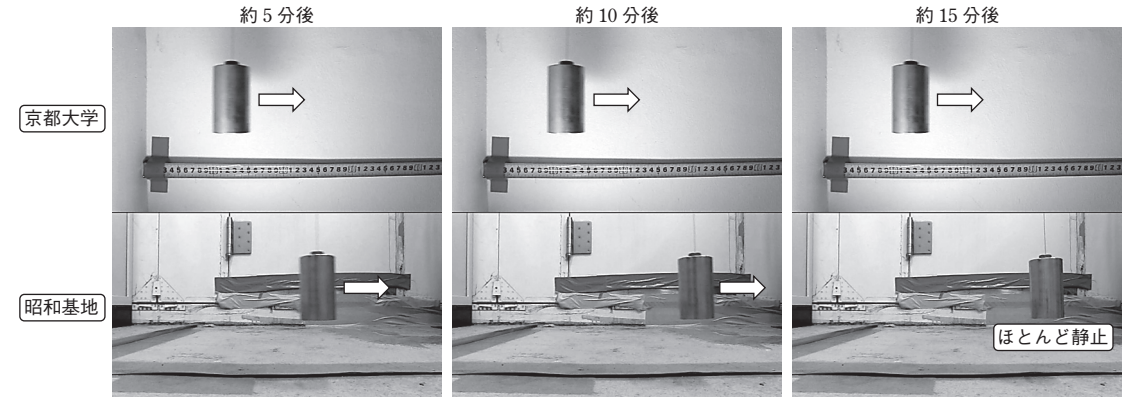


図4 振り子の運動を開始してから約5分後・10分後・15分後のおもりの位置。矢印はおもりの動く向きを示している。

照)。なお、この式で  $L \simeq l$ 、 $I \simeq ML^2$ 、 $\theta \simeq 0$  という近似をすると、(7)式は(6)式と一致する。

振り子の振動周期  $T$  をストップウォッチで計測したところ(実際には10往復にかかる時間をたくさん計測し、それを平均化して10で割った)、京都では  $3.53806\text{s}$ 、南極では  $3.53312\text{s}$  と得られた。これらの値を(7)式に代入すると、振り子実験による重力加速度は

$$g_{\text{京都}} = 9.766 \text{ m/s}^2 \quad (11)$$

$$g_{\text{昭和基地}} = 9.793 \text{ m/s}^2 \quad (12)$$

と計算された。京都(北緯約35度)と昭和基地(南緯約69度)における重力加速度の違いを、簡素な振り子でも検出できたことが分かる。しかし、各々の値は絶対重力計で観測された値(それぞれ約  $9.79707\text{m/s}^2$ 、 $9.82524\text{m/s}^2$ )よりも有意に小さい。この理由には主に支点や空気の摩擦の影響が考えられるが、大きな要因の1つとして重心距離  $L$  や振動周期  $T$  の測定誤差にあると考えられる。というのも、(7)式で  $L$  に  $\pm 1\text{mm}$ 、 $T$  に  $\pm 0.001\text{s}$  の測定誤差を仮定すると、重力加速度の推定誤差は合計で  $\pm 0.01\text{m/s}^2$  程度にも達する。精確な重力加速度の絶対値を見積もるには、長さや時間の測定方法に工夫が必要である。

## 8. さいごに

今回実施した振り子重力測定の比較実験の様子は、動画としてインターネット上に掲載してある(参考文献参照)。この動画を物理や地学の授業で使用すれば、生徒自身による重力加速度の見積もりが可能であるし、「重力加速度が場所によって異なる」ということを生徒たちに実感してもらえるはずである

(振り子の揺れを授業で流し続けると、生徒たちが寝てしまう可能性もあるが…)。また、興味を持たれた教職員や学校に対しては、振り子用のおもりと支持台を貸し出すことも可能である。興味のある方は、筆者まで連絡してほしい(連絡先は参考文献のリンク先に記載)。

なお振り子重力測定にあたっては、第52・53次日本南極地域観測隊、および国立極地研究所地圏グループの皆さまに助言をいただいた。また、振り子の作製にあたっては、京都大学大学院理学研究科技術開発室および測地学研究室、東京大学地震研究所、国立科学博物館教育ボランティアの皆さまにご協力いただいた。ここに記して感謝いたします。

### 参考文献

- 1) 測地学や重力に興味を持った方には以下の文献を薦める。  
・日本測地学会(2004), 測地学テキスト WEB 版。  
<http://www.geod.jp/web-text/>  
・日本測地学会(2004), 地球が丸いってほんとうですか? 測地学者に50の質問. 朝日新聞社, 朝日選書 752, 277 pp.
- 2) 南極観測に関心のある方は下記のウェブサイトを参照してほしい。学校の教員が南極から授業を行う「教員派遣プログラム」についても記載されている。  
・国立極地研究所: <http://www.nipr.ac.jp/>  
・南極観測のホームページ: <http://www.nipr.ac.jp/jare/>
- 3) 南極での地学観測や重力観測の詳細を知りたい方には、以下の文献を薦める。  
・国立極地研究所(1986), 南極の科学 5 地学. 古今書院, 426 pp.  
・菅原安宏(2011), 可搬型絶対重力計 FG5 による南極における重力測定 (IV). 国土地理院時報, 121, 9-19.  
<http://www.gsi.go.jp/common/000060426.pdf>  
・T. Kazama et al., Gravity measurements with a portable absolute gravimeter A10 around Syowa Station in East Antarctica. Submitted to Polar Science.
- 4) 振り子重力測定の動画を直接ご覧になりたい方は下記の URL を参照してほしい。筆者の連絡先も記載されている。  
・<http://www-geod.kugi.kyoto-u.ac.jp/~takujin/>  
・<http://www-geod.kugi.kyoto-u.ac.jp/~takujin/movie/Pendulum.wmv>