

国際単位系(SI)の定義改定について

産業技術総合研究所 工学計測標準研究部門 首席研究員 藤井 賢一

1. はじめに

メートル条約にもとづいて2018年11月に開催された総会において、国際単位系(英語:International System of Units, 仏語:Système international d'unités, 略してSI)の定義を大幅に改定することが採択された。これは、SIの根幹をなす7つのSI基本単位のうち、キログラム、アンペア、ケルビン、モルの定義を基礎物理定数に基づく新しい定義へと移行させるというものである^{1), 2)}。特に、キログラムについては国際キログラム原器(International Prototype of the Kilogram:IPK)による定義が廃止され、130年ぶりにその定義が改定されることになった。新しい定義は2019年5月20日の世界計量記念日から施行される。本稿では特に物理学や化学などとの関係の深いキログラムとモルを中心に新しい定義の概要について紹介する。

2. 従来の定義の問題点

「物理量」は「数値」と「単位」の積で表される。数値の表現方法は既に世界的に統一されているので、単位を統一しておけば、国境を越え、世界共通の尺度で、物理量の大きさを互いに正しく認識することができる。このため古くからいくつかの基本的な単位が用いられてきた。例えば、キログラムの由来は水1Lの質量であり、その定義にはIPKと呼ばれる白金イリジウム合金製の分銅(図1)が用いられてきた。ケルビンも元々は水の氷点と沸点との温度差を100等分することから出発したものである。キャンドルを語源とするカンデラは、蝋燭(ろうそく)1本分の明るさが基準だった。このようにSIでは日常生活だけでなく産業、商業、貿易などの社会活動においても便利な大きさの物理量が単位として選ばれてきた。

その後、科学技術の進歩とともに、多くの単位の定義は変遷を重ね、より普遍的で再現性の高い定義へと移行してきたが、質量の単位であるキログラムだけは19世紀末に定義されて以来、IPKに基づく定義が使われ続けてきた。SIの原形はフランス革

命のあった1790年代にさかのぼる。当時は地球の大きさを基準としてメートルが定義された頃であり、ラボアジェが最大密度にある純水1Lの質量としてキログラムを定義したが、後に利便性の観点から白金製の分銅(確定キログラム原器)の質量に置き換えられた。そして、1799年にフランスで最初にメートル法が施行された。

その後、世界共通の単位の必要性が認識されるようになり、1875年に欧州を中心とする17か国によってメートル条約が締結された。このとき、白金にイリジウムを10%混ぜて硬度を高めた白金イリジウム合金製の分銅がいくつかつくられ、確定キログラム原器の質量に最も近いものがIPKとして選ばれた。そして、1889年にメートル条約にもとづいて開催された第1回国際度量衡総会(CGPM)において「キログラムは質量の単位であって、それはIPKの質量に等しい」と定義された。IPKはパリ郊外にある国際度量衡局(BIPM)に保管され、メートル条約加盟各国に配られたキログラム原器(IPKの複製品)の質量をBIPMが定期的に校正することによって世界の質量の基準は維持されてきた。



図1 1889年に質量の単位として定義された国際キログラム原器(IPK) 白金90%, イリジウム10%から成る合金製の分銅。直径、高さともに約39mmの直円筒型。
写真提供:国際度量衡局(BIPM)

しかし、人工物である限り、IPKの質量安定性には限界がある。BIPMによるキログラム原器の質量校正は、およそ40年に一度の周期で実施されてきた。最後に実施された第3回定期校正(1988年~1992年)³⁾のときに得られたデータによれば、IPKの質量は表面に付着する空気中の有機物などの影響によって徐々に増加し、1988年に48年ぶりにIPKの表面を洗浄したところ、その質量は洗浄前と比べて約60 μg 減少した。

図2にIPKと各国のキログラム原器との質量差 Δm の履歴を示した³⁾。100年間でキログラム原器の質量の方がIPKよりも約50 μg 増加してきていることが分かる。逆の見方をすればIPKの質量がそれだけ減少したとも考えられるが、これまでは絶対的に安定な質量の基準がなかったため、どちらが変動したのかを知る術はない。このため、IPKに頼る限り、キログラムという単位の安定性は相対的に 5×10^{-8} (1億分の5)程度が限界であると考えられている。

このような経緯から、基礎物理定数などの決して変わることのない普遍的な定数によってキログラムの定義を改定することの重要性が認識されるようになり、キログラムの他にアンペア、ケルビン、モルの定義にも基礎物理定数による新しい定義を導入することが検討されてきた。そして、上記4つのSI基本単位の定義にそれぞれプランク定数 h 、電気素量 e 、ボルツマン定数 k 、アボガドロ定数 N_A を用いることが2018年11月16日に開催された第26回CGPMで採択された。

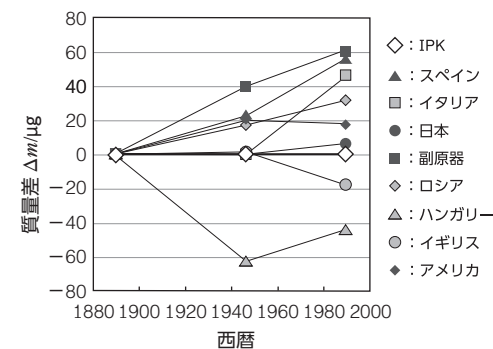


図2 国際キログラム原器(IPK)の質量を基準とする各国のキログラム原器の質量変動の履歴 副原器はIPKとともにBIPMに保管されているIPKの複製品。

3. キログラムの新しい定義についての考え方

キログラムの新しい定義としては、原子の数から質量を決めるアボガドロ定数 N_A に基づくものと、質量とプランク定数 h とを関係づけるものとが検討されてきた⁴⁾。

例えば、原子の数を用いれば「キログラムは基底状態にある静止した $5.018 \dots \times 10^{25}$ 個の自由な炭素原子 ^{12}C の質量に等しい」と定義することができる。ここで、 $5.018 \dots \times 10^{25}$ という数値は $N_A = 6.022 \dots \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ の数値の部分を1000/12倍して求められる。

一方、プランク定数に基づく定義は比較的最近注目されるようになった考え方である。アインシュタインの関係式(特殊相対性理論と量子力学)を用いればエネルギーを $E = mc^2 = h\nu$ と表すことができる。ここで、 m は物体の静止質量、 ν は光子の振動数である。エネルギーと質量が等価であり、しかも光子の振動数によってそのエネルギーを表すことができることを考えれば、静止質量 m と等価なエネルギーをもつ光子の振動数は $\nu = mc^2/h$ として表される。真空中の光の速さ $c = 299792458 \text{ m/s}$ は1983年のメートルの定義改定以来、既に不確かさのない定数になっているので、 m に1kgを代入してプランク定数 $h = 6.626 \dots \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ を不確かさのない定数として定義してしまえば「キログラムは振動数が $[(299792458)^2 / (6.626 \dots \times 10^{-34})]$ ヘルツの光子のエネルギーと等価な質量である」と定義することもできる。

いずれの定数によってキログラムを定義すべきであるかが議論されてきたが、重要なことはこれら2つの定数が互いに関係づけられるということである。 M_e を電子のモル質量(1モルあたりの質量)、 α を微細構造定数(電磁相互作用の強さを表す定数)、 R_∞ をリュードベリ定数、 c を真空中における光の速さとする、量子力学の関係式から電子の質量は $m_e = 2hR_\infty/c\alpha^2$ として表される。定義から $N_A = M_e/m_e$ なので、 N_A と h の間には以下に示す関係が成立する。

$$N_A = \frac{cM_e\alpha^2}{2R_\infty h} \quad (1)$$

この式の右辺において h を除く基礎物理定数群は 4.5×10^{-10} の相対標準不確かさで既に求められている⁵⁾。これはアボガドロ定数やプランク定数につ

いての測定の不確かさよりも十分に小さいので、式(1)は N_A と h が互いに十分に小さな不確かさで関係づけられることを示している。したがって、いずれの定数を用いてもキログラムを定義することが可能である。

ところで、電磁気学の分野では、極低温での量子現象を利用して、ジョセフソン効果と量子ホール効果から、ジョセフソン定数 ($K_J = 2e/h$) とフォンクリッツィング定数 ($R_K = h/e^2$) を用いて、極めて高い再現性で電圧と電気抵抗の基準を設定することが実用化されている⁹⁾。そこで、キログラムの定義にプランク定数 h を採用し、アンペアの定義に電気素量 e を採用すれば、SI の定義として電圧と電気抵抗の基準を設定することが可能になる。このため、今回の定義改定ではキログラムの定義としてプランク定数 h の値を明示する以下の表現が採択された。

- キログラムは質量の SI 基本単位であり、プランク定数を単位 $J \cdot s (kg \cdot m^2 \cdot s^{-1})$ に等しい) で表わしたときに、その数値を $6.626 \dots \times 10^{-34}$ と定めることによって定義される。

同様にアンペア、ケルビン、モルの新しい定義にもそれぞれ e 、 k 、 N_A の値を明示する表現方法が採択された。モルの新しい定義では式(1)を用いて h から導いた N_A の値が用いられるので、キログラムとモルの定義を改定するのにあたっては、プランク定数の精密な測定が重要な役割を果たした。

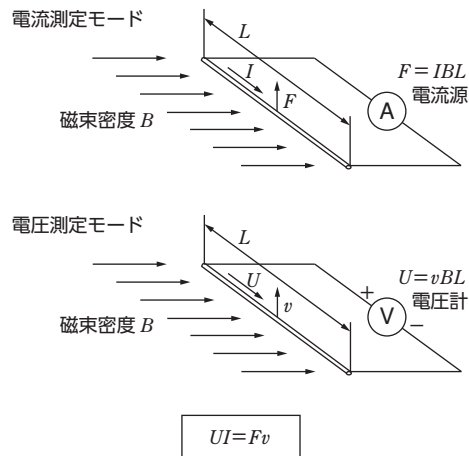


図3 キップルバランス法によるプランク定数の測定原理

4. プランク定数の精密な測定方法

4.1 キップルバランス法

プランク定数を精密に測るために従来からワットバランス法と呼ばれる電気的な測定方法が用いられてきた。最近では原理発明者(Bryan Kibble)に因んでキップルバランス法とも呼ばれている。

図3に示すように、電流測定モードにおいて磁束密度 B の磁場中にある長さ L の導体に電流 I を流すと電磁力 $F = IBL$ が発生する。次に電圧測定モードにおいて、この導体と同じ磁場中において速度 v で移動させると電圧(誘導起電力) $U = vBL$ が発生する。このとき電気的な仕事率 UI が厳密に力学的な仕事率 Fv に等しくなることを発見したのがキップルであり、この方法がワットバランス(仕事率天びん)と呼ばれる所以である。

ここで n_1 、 n_2 、 i を整数、 f_1 と f_2 をジョセフソン接合素子に照射するマイクロ波の周波数とすると、

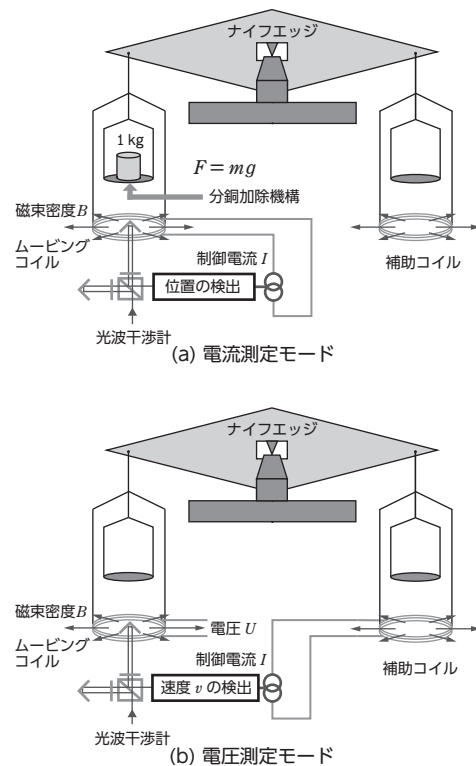


図4 キップルバランス法によるプランク定数の測定原理
(a) 磁束密度 B の磁場中にあるムービングコイルに流す電流を制御し、1kg の分銅に働く重力 mg と電磁力 F とをつりあわせる。
(b) このムービングコイルが同一の磁場中において一定速度 v で移動するよう補助コイルの電流を制御し、そのときムービングコイルが発生する電圧(誘導起電力) U を測定する。

電圧 U をジョセフソン電圧 $U_{J1} = n_1 f_1 / (2e/h) = n_1 f_1 / K_J$ として表すことができる。また、標準抵抗を用意し、その電気抵抗を量子化ホール抵抗 $R_H = R_K / i$ を基準として校正すれば、この標準抵抗の電気抵抗は $R = b R_H = b R_K / i$ として表される。ここで b は標準抵抗の抵抗値を校正したときの定数である。

この標準抵抗に電流 I を流すと、その両端には電圧が発生するので、この電圧をジョセフソン電圧 $U_{J2} = n_2 f_2 / (2e/h) = n_2 f_2 / K_J$ を用いて表すものとする。このとき、標準抵抗に流れる電流は $I = U_{J2} / R$ で与えられるので、電気的な仕事率は $U_{J1} I = U_{J1} U_{J2} / R = i n_1 n_2 f_1 f_2 / b K_J^2 R_K = i n_1 n_2 f_1 f_2 h / 4b$ として表される。これが力学的仕事率 Fv に等しいので、不確かさのない整数や高精度に求められるマイクロ波の周波数、 Fv の測定などから h を求めることができる。

実際のキップルバランスでは図4に示すように導体としてムービングコイルが用いられる。ラジアル磁場(中心から放射状に広がる磁場)のなかに置かれたコイルを用いても $UI = Fv$ の関係が成立する。

電流測定モードでは重力加速度 g のもとで天びんの左側に質量 m の分銅をのせる。この分銅には重力 mg が加わっているため、この重力とつりあうようにムービングコイルに制御電流 I を流し、電磁力 F を発生させる。次に、電圧測定モードではムービングコイルを速度 v で移動させて、ムービングコイルが発生する電圧 U を測定すればプランク定数 h を求めることができる。

SI の新しい定義のもとでは、これとは逆にプランク定数 h を基準にして $mgv = i n_1 n_2 f_1 f_2 h / (4b)$ の関係から分銅の質量 m を求める。

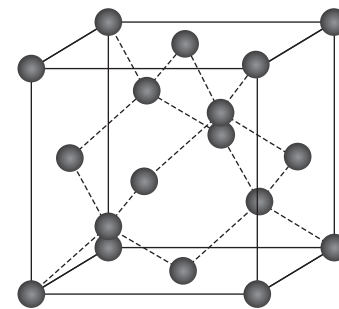


図5 ケイ素の結晶構造 この単位胞には平均で8個の原子が含まれる。格子定数 a はこの立方体の一辺の長さとしてX線回折から求められる。

4.2 X線結晶密度法

図5に示すようにケイ素の結晶は立方晶であり、その1辺の長さを格子定数 a とする単位胞(unit cell)には平均で8個の原子が含まれ、その体積は a^3 である。ケイ素の単位胞の密度、すなわち、微視的な密度が巨視的な密度 ρ に等しいものと仮定すると、アボガドロ定数 N_A は次式から求められる。

$$N_A = \frac{8M(\text{Si})}{\rho a^3} \quad (2)$$

ここで、 $M(\text{Si})$ はケイ素のモル質量を表す。自然界のケイ素には安定同位体 ^{28}Si 、 ^{29}Si 、 ^{30}Si それぞれ約92%、5%、3%の割合で存在する。これらの核種の相対原子質量 $A_r(^i\text{Si})$ は 10^{-10} よりも小さい相対標準不確かさで既に求められているので、それぞれの核種の存在比を質量分析計で測定すれば、その平均モル質量 $M(\text{Si})$ を求めることができる。しかし、従来の測定には自然界に存在するケイ素が用いられていたため、同位体存在比の測定精度に限界があり、IPKの質量安定性を超える精度でアボガドロ定数を測ることができなかった。

この問題を解決するため、産業技術総合研究所の計量標準総合センター(NMIJ)では、 ^{28}Si だけを同位体濃縮した単結晶を作り、アボガドロ定数を高精度化するためのアボガドロ国際プロジェクト(International Avogadro Coordination:IAC)を2004年から開始した⁹⁾。このプロジェクトにはドイツとイタリアの研究機関の他にBIPMなども参加し、遠心分離法による同位体濃縮、化学精製、多結晶化などを経て99.99%まで同位体濃縮された5kgの ^{28}Si 単結晶が得られた。そして、密度の測定精度

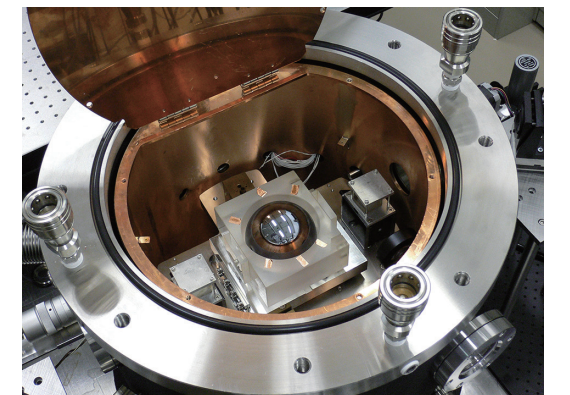


図6 ケイ素結晶の球体の直径(約94mm)を原子レベルの精度で測るレーザー干渉計

を極限まで向上させるために、質量約 1 kg、直径約 94 mm の球体 2 個をこの結晶から切り出して研磨し、それらの直径測定、表面分析、質量測定などから密度を求める方法を採用した。真球度の高い球体の体積はその平均直径から小さい不確かさで求めることができるので、NMIJ では図 6 に示す直径測定用のレーザー干渉計を開発し、約 2300 方位の直径測定から、その体積を測った¹⁰⁾。このようにして、IAC では、²⁸Si 同位体濃縮結晶の格子定数、密度、モル質量などの精密計測から N_A を求めた¹¹⁾。

4.3 基礎物理定数の調整

科学技術データ委員会(CODATA)では、今回の SI 定義改定のために、2017 年 7 月 1 日までに受理された論文に報告されているデータにもとづいて h , e , k , N_A の値と不確かさを決定した。これを CODATA による 2017 年の特別調整と呼んでいる。プランク定数 h については図 7 に示す 8 つのデータからキログラムの新しい定義に用いられる h の値が決められた¹²⁾。これらのうち、4 つは NRC(カナダ)、NIST(米国)、LNE(フランス)がキップルバランス法で測定したものであり、残りの 4 つは IAC で NMIJ などが X 線結晶密度法で測定した N_A の値を h に換算したものである。そのうちの 1 つは NMIJ 単独での測定結果である。CODATA では、これら 8 つのデータの重み付け平均から h の特別調整値を決定した。さらに CODATA では音響気体温度計による気体定数 R の測定結果など合計で 11 のデータからボルツマン定数 k の特別調整値を決定した¹²⁾。電気素量 e の特別調整値は $e = \sqrt{2ah}/(\mu_0 c)$ の関係から、アボガドロ定数 N_A の特別調整値は式(1)の関係から、 h の特別調整値を用いて決められた。

表 1 に CODATA による h , e , k , N_A についての

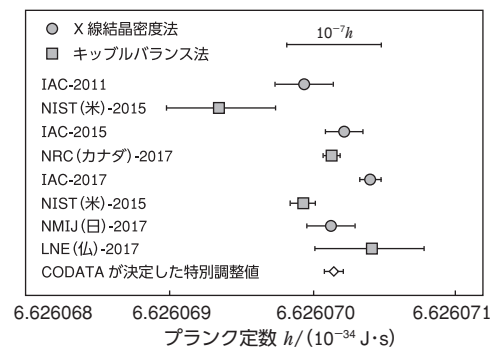


図 7 プランク定数の測定結果と CODATA が決定したプランク定数の特別調整値 エラーバーは標準不確かさを表す。

特別調整の結果をまとめた。プランク定数の特別調整値の相対標準不確かさは 1.0×10^{-8} (1 億分の 1) である。これはプランク定数の測定の不確かさが IPK の質量の安定性である 5×10^{-8} (1 億分の 5) よりも十分に小さいことを表す。SI の新しい定義ではこれらの値は表 2 に示すとおり、不確かさのない定数として定義される。

今回のプランク定数の決定において、NMIJ は半数である 4 つのデータに貢献した。欧米以外の国が SI の定義において決定的な役割を果たすのは、単位の長い歴史においても今回が初めてのことである。1889 年に IPK によって質量の単位が定義されて以来 130 年ぶりとなるキログラムの定義改定に、日本が大きく貢献するという歴史的な成果を残した。

5. 定義改定の影響

今回の SI 定義改定によって、これまで人工物や古典電磁気学、水の三重点、¹²C のモル質量によって定義されてきたキログラム、アンペア、ケルビン、モルが表 2 に示す基礎物理定数によって再定義された。これによって 7 つの SI 基本単位は全て普遍的な定数によって定義されることになり、人工物などに頼らない理想的な単位系が完成した。

このような定義改定によって、ジョセフソン定数 K_J やフォンクリッツィング定数 R_K のように不確かさがゼロになるものもあるが、これまで不確かさのない定数として扱われてきた磁気定数 μ_0 、電気定数 ϵ_0 、炭素 ¹²C のモル質量 $M(^{12}\text{C})$ などのように、微細構造定数 α やリュードベリ定数 R_∞ などの値に

表 1 CODATA による基礎物理定数の 2017 年特別調整

基礎物理定数	値	相対標準不確かさ
プランク定数 h	$6.626070150(69) \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$	1.0×10^{-8}
電気素量 e	$1.6021766341(83) \times 10^{-19} \text{ C}$	5.2×10^{-9}
ボルツマン定数 k	$1.38064903(51) \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$	3.7×10^{-7}
アボガドロ定数 N_A	$6.022140758(62) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	1.0×10^{-8}

括弧内の数値は最後の桁の標準不確かさを表す。

表 2 SI の新しい定義で用いられる基礎物理定数

基礎物理定数	値	定義される単位	記号
プランク定数 h	$6.62607015 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$	キログラム	kg
電気素量 e	$1.602176634 \times 10^{-19} \text{ C}$	アンペア	A
ボルツマン定数 k	$1.380649 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$	ケルビン	K
アボガドロ定数 N_A	$6.02214076 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	モル	mol

応じて変化する変数になるものもある⁹⁾。例えば SI の新しい定義において μ_0 は以下の式で表される変数になる。

$$\mu_0 = \frac{2ah}{ce^2} \quad (3)$$

SI の定義が改定された時点において、その値は $4\pi \times 10^{-7} \text{ N}\cdot\text{A}^{-2}$ であり、これまでの定義での値と同じであるが、 2.3×10^{-10} の相対標準不確かさが付与される。その後、 μ_0 の値と不確かさは α の最新データに応じて変化する。

また、式(1)と $m(^{12}\text{C})/m_e = A_r(^{12}\text{C})/A_r(e)$ = $12/A_r(e)$ の関係から $M(^{12}\text{C})$ は次式で表される変数になる。

$$M(^{12}\text{C}) = \frac{2N_A h R_\infty m(^{12}\text{C})/m_e}{ca^2} = \frac{24N_A h R_\infty}{ca^2 A_r(e)} \quad (4)$$

ここで、 $m(^{12}\text{C})$ は ¹²C の原子質量、 $A_r(^{12}\text{C})$ は炭素 ¹²C の相対原子質量、 $A_r(e)$ は電子の相対質量を表す。

任意の核種 X のモル質量は定義改定後も $M(X) = M_u A_r(X)$ として、その相対原子質量 $A_r(X)$ から求められる。ここで、モル質量定数 M_u は新しい定義で次式で表される変数になる。

$$M_u = \frac{M(^{12}\text{C})}{12} = \frac{2N_A h R_\infty}{ca^2 A_r(e)} \quad (5)$$

同様に、任意の核種 X の質量は定義改定後も $m(X) = m_u A_r(X)$ として求められるが、新しい定義における統一原子質量定数 m_u は次式で表される変数になる。

$$m_u = \frac{m(^{12}\text{C})}{12} = \frac{M_u}{N_A} = \frac{2hR_\infty}{ca^2 A_r(e)} \quad (6)$$

新しい定義に移行した時点において $M(^{12}\text{C})$, M_u の値はそれぞれ 12 g/mol, 0.001 kg/mol であり、従来の定義での値と同じであるが、 4.5×10^{-10} の相対標準不確かさが付与される。その後、 $M(^{12}\text{C})$, M_u , m_u の値と不確かさは α , R_∞ , $A_r(e)$ の最新データに応じて変化する。

このように、従来の定義では不確かさのない定数として扱われてきたものが不確かさをもつ変数になるものもあるので、定義改定後は注意を要する。

6. おわりに

近年、アボガドロ定数やプランク定数などの基礎物理定数の計測技術が進歩した結果、130 年ぶりのキログラムの定義の改定されることになった。これによって、BIPM に保管されている IPK に頼ることなく、技術さえあれば誰もがプランク定数にもとづいて質量の基準を持つことができるようになる。これは 1983 年に長さの定義が光の速さに移行し、光の振動数さえ測ることができれば誰もが長さの基準を持つことができるようになったのと同じである。新しい定義はより安定性の高い計測を可能にし、これによって、より革新的な計測技術が登場することが期待されている。

参考文献

- 1) 藤井賢一, 応用物理, 87-10, 774-779 (2018)
- 2) 藤井賢一, 島岡博一, 現代化学, 576, 29-36 (2019)
- 3) G. Girard, *Metrologia*, 31-4, 317-336 (1994)
- 4) 藤井賢一, 日本物理学会誌, 69-9, 604-612 (2014)
- 5) P. Mohr, D. Newell, B. Taylor, *Rev. Mod. Phys.*, 88, 035009 (2016)
- 6) 金子晋久, 応用物理, 81-2, 102-108 (2012)
- 7) I. A. Robinson, S. Schlamming, *Metrologia*, 53, A46-A75 (2016)
- 8) K. Fujii, H. Bettin, P. Becker, E. Massa, O. Rienitz, A. Pramann, A. Nicolaus, N. Kuramoto, I. Busch, M. Borys, *Metrologia*, 53, A19-A45 (2016)
- 9) B. Andreas, Y. Azuma, G. Bartl, P. Becker, H. Bettin, M. Borys, I. Busch, M. Gray, P. Fuchs, K. Fujii, H. Fujimoto, E. Kessler, M. Krumrey, U. Kuettgens, N. Kuramoto, G. Mana, P. Manson, E. Massa, S. Mizushima, A. Nicolaus, A. Picard, A. Pramann, O. Rienitz, D. Schiel, S. Valkiers, A. Waseda, *Phys. Rev. Lett.*, 106, 030801 (2011)
- 10) N. Kuramoto, L. Zhang, S. Mizushima, K. Fujita, Y. Azuma, A. Kurokawa, K. Fujii, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 66-6, 1267-1274 (2017)
- 11) K. Fujii, E. Massa, H. Bettin, N. Kuramoto, G. Mana, *Metrologia*, 55, L1-L4 (2018)
- 12) D. Newell, F. Cabiati, J. Fischer, K. Fujii, S. Karshenboim, H. S. Margolis, E. de Mirandes, P. J. Mohr, F. Nez, K. Pachucki, T. J. Quinn, B. N. Taylor, M. Wang, B. M. Wood, Z. Zhang, *Metrologia*, 55, L13-L16 (2018)