



## Das System der Einheiten



**Fachorgan für Wirtschaft und Wissenschaft  
Amts- und Mitteilungsblatt der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt  
Braunschweig und Berlin**

**122. Jahrgang, Heft 1, März 2012**

**Inhalt**

Das System der Einheiten

- *Ernst O. Göbel*: Kleine Einführung in das Internationale Einheitensystem 3
- *Harald Schnatz*: Länge – Die SI-Basiseinheit Meter 7
- *Andreas Bauch*: Zeit – Die SI-Basiseinheit Sekunde 23
- *Peter Becker, Michael Borys, Michael Gläser, Bernd Güttler und Detlef Schiel*:  
Masse und Stoffmenge – Die SI-Basiseinheiten Kilogramm und Mol 37
- *Franz Josef Ahlers und Uwe Siegner*: Stromstärke – Die SI-Basiseinheit Ampere 59
- *Joachim Fischer und Jörg Hollandt*: Temperatur – Die SI-Basiseinheit Kelvin 69
- *Armin Sperling und Georg Sauter*: Lichtstärke – Die SI-Basiseinheit Candela 83
- *Jörn Stenger und Bernd R. L. Siebert*: Naturkonstanten und das „neue SI“ 93

Recht und Technik

- Vollversammlung für das Eichwesen 2011 103

Amtliche Bekanntmachungen (eigenes Inhaltsverzeichnis) 105

**Titelbild**

Die Definitionen der Basiseinheiten des SI-Systems stehen vor einem fundamentalem Umbruch. In Zukunft sollen sie sich auf festgelegte Naturkonstanten beziehen, etwa das Kilogramm (im Bild: eine Si-Kugel des Avogadro-Projekts) auf das Planck'sche Wirkungsquantum.

# Impressum

Die PTB-Mitteilungen sind metrologisches Fachjournal und amtliches Mitteilungsblatt der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt, Braunschweig und Berlin. Als Fachjournal veröffentlichen die PTB-Mitteilungen wissenschaftliche Fachaufsätze zu metrologischen Themen aus den Arbeitsgebieten der PTB. Als amtliches Mitteilungsblatt steht die Zeitschrift in einer langen Tradition, die bis zu den Anfängen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt (gegründet 1887) zurückreicht. Die PTB-Mitteilungen veröffentlichen in ihrer Rubrik „Amtliche Bekanntmachungen“ unter anderem die aktuellen Geräte-Prüfungen und -Zulassungen aus den Gebieten des Eich-, Prüfstellen- und Gesundheitswesens, des Strahlenschutzes und der Sicherheitstechnik.

## Verlag

Wirtschaftsverlag NW  
Verlag für neue Wissenschaft GmbH  
Bürgermeister-Smidt-Str. 74–76,  
27568 Bremerhaven  
Postfach 10 11 10, 27511 Bremerhaven  
Internet: [www.nw-verlag.de](http://www.nw-verlag.de)  
E-Mail: [info@nw-verlag.de](mailto:info@nw-verlag.de)

## Herausgeber

Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB),  
Braunschweig und Berlin  
Postanschrift:  
Postfach 33 45, 38023 Braunschweig  
Lieferanschrift:  
Bundesallee 100, 38116 Braunschweig

## Redaktion/Layout

Presse- und Öffentlichkeitsarbeit, PTB  
Dr. Dr. Jens Simon (verantwortlich)  
Gisela Link  
Telefon: (05 31) 592-82 02  
Telefax: (05 31) 592-30 08  
E-Mail: [gisela.link@ptb.de](mailto:gisela.link@ptb.de)

## Leser- und Abonnement-Service

Karin Drewes  
Telefon: (04 71) 9 45 44-61  
Telefax: (04 71) 9 45 44-88  
E-Mail: [vertrieb@nw-verlag.de](mailto:vertrieb@nw-verlag.de)

## Anzeigenservice

Karin Drewes  
Telefon: (04 71) 9 45 44-21  
Telefax: (04 71) 9 45 44-77  
E-Mail: [info@nw-verlag.de](mailto:info@nw-verlag.de)

## Erscheinungsweise und Bezugspreise

Die PTB-Mitteilungen erscheinen viermal jährlich. Das Jahresabonnement kostet 55,00 Euro, das Einzelheft 16 Euro, jeweils zzgl. Versandkosten. Bezug über den Buchhandel oder den Verlag. Abbestellungen müssen spätestens drei Monate vor Ende eines Kalenderjahres schriftlich beim Verlag erfolgen.

© Wirtschaftsverlag NW, Verlag für neue Wissenschaft GmbH, Bremerhaven, 2012

Alle Rechte vorbehalten. Kein Teil dieser Zeitschrift darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages vervielfältigt oder verbreitet werden. Unter dieses Verbot fällt insbesondere die gewerbliche Vervielfältigung per Kopie, die Aufnahme in elektronische Datenbanken und die Vervielfältigung auf CD-ROM und in allen anderen elektronischen Datenträgern.



## Kleine Einführung in das Internationale Einheitensystem

Ernst O. Göbel\*

Metrologen sehen sich derzeit großen wissenschaftlichen Herausforderungen gegenüber: Sie wollen die Basiseinheiten von ihren definitiven Unzulänglichkeiten befreien – man denke nur an die Masseinheit und ihre Verkörperung durch einen ganz bestimmten Metallzylinder in einem Pariser Tresor – und sie stattdessen auf ein möglichst festes, unverrückbares Fundament stellen, so wie es für das Meter mit dem Bezug zur Lichtgeschwindigkeit bereits gelungen ist. Können die Metrologen diese Herausforderung meistern, so werden in Zukunft nicht mehr sieben Basiseinheiten die Spitze des Internationalen Einheitensystems bilden, sondern vielmehr ein Satz festgelegter Naturkonstanten.

### Kurze Geschichte des SI

Seit alters her braucht es für den redlichen Handel mit Gütern vereinbarte Maßeinheiten für Größen wie Länge, Gewicht und Volumen. Wir wissen, dass die historischen großen Kulturen und Staaten ein hoch entwickeltes Messwesen hatten. Eindrucksvolle Beispiele dafür sind die aus dem 3. Jahrtausend v. Chr. stammende Nippur-Elle, die in den Überresten eines Tempels des antiken Mesopotamien gefunden wurde und heute im Archäologischen Museum in Istanbul aufbewahrt wird, die berühmte Königliche Elle der Ägypter, die als Grundmaß zum Bau der ägyptischen Pyramiden verwendet wurde, oder die älteste in Europa, in Oropos in Griechenland, gefundene Sonnenuhr aus der Zeit um etwa 350 v. Chr.

Mit dem aufkommenden Feudalismus des Mittelalters ging jedoch die hohe metrologische<sup>1</sup> Kultur verloren, und so gab es in Deutschland vor etwa 300 Jahren mehr als 50 verschiedene Normale für Masse und über 30 verschiedene Längennormale. Dies erschwerte den Handel und begünstigte Missbrauch und Betrug bis vor etwa 300 Jahren eine Entwicklung einsetzte, diesen metrologischen „Turmbau zu Babel“ rückgängig zu machen. Frankreich übernahm dabei eine Vorreiterrolle, und sogar inmitten der Französischen Revolution

wurde die Französische Akademie der Wissenschaften aufgefordert, unveränderliche Normale für Maße und Gewichte zu entwickeln. Für das Längennormal wurden zwei Optionen diskutiert: das Sekundenpendel und die Länge des Erdmeridians. Wegen der Abhängigkeit der Schwingungsdauer eines Pendels von der lokalen Erdbeschleunigung wurde diese Option aber nicht weiter verfolgt. Vielmehr wurden die beiden Astronomen Jean-Baptiste Joseph Delambre und Pierre Méchain beauftragt, die Länge des Erdmeridians durch Triangulation der Strecke des Erdmeridianbogens zwischen Dünkirchen und Barcelona zu bestimmen, um daraus die Einheit der Länge, das Meter, als den 40millionsten Teil des Erdmeridians zu definieren. Als Maßverkörperung wurde dieses Urmeter aus Platin hergestellt und 1799 im französischen Nationalarchiv aufbewahrt (Mètre des Archives).

Von der Längeneinheit wurde die Masseinheit als ein Würfel von 1 dm Kantenlänge mit reinem destillierten Wasser bei seiner größten Dichte (d. h. bei 3,98 °C) abgeleitet und als Kilogramm bezeichnet. Dieses Ereignis kann als Geburtsstunde des metrischen Systems bezeichnet werden, das sich allerdings in Europa und selbst Frankreich erst sehr zögerlich durchsetzte, und so dauerte es bis 1875, als mit der Gründung der Konvention für Maße und Gewichte (kurz: Meterkonvention) durch einen Staatsvertrag zwischen damals 17 Staaten die metrischen Maße eingeführt wurden. Heute gehören der Meterkonvention 55 Staaten an, dazu kommen weitere 33 Länder und Organisationen als assoziierte Mitglieder. Die erste Generalkonferenz<sup>2</sup> der Meterkonvention fand 1889 statt, bei der die neu aus einer Platin-Iridium-Legierung hergestellten Prototypen für das Meter und das Kilogramm offiziell als die internationalen Standards angenommen wurden. Die gleichzeitig hergestellten Kopien dieser internationalen Prototypen wurden unter den Mitgliedsstaaten verlost. Das Deutsche Reich erhielt die Prototypen mit den Nummern 18 (für das Meter) und 22 (für das Kilogramm). Kurz zuvor, 1887, war auf maßgebliches Betreiben von Werner von

\* Prof.  
Dr. Ernst O. Göbel,  
Präsident der Physikalisch-Technischen  
Bundesanstalt  
E-Mail:  
ernst.o.gobel@  
ptb.de

<sup>1</sup> Metrologie: die  
Wissenschaft und  
Anwendung des  
präzisen Messens

<sup>2</sup> Conférence Générale  
des Poids et  
Mesures, CGPM

Siemens und Hermann von Helmholtz die Physikalisch-Technische Reichsanstalt (PTR) in Berlin gegründet worden, u. a. mit dem Auftrag, durch Bereitstellung und Verbesserung der Maßnormale Industrie und Wissenschaft zu unterstützen. Die 1951 gegründete Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) hat als Nachfolgeorganisation der PTR diesen Auftrag übernommen und ist damit das nationale Metrologieinstitut Deutschlands.

Auf den ersten Generalkonferenzen, die heute alle vier Jahre stattfinden, wurde das System der internationalen Maßeinheiten kontinuierlich erweitert und verbessert. Mit vielen Generalkonferenzen sind zugleich wesentliche Meilensteine für die Entwicklung des SI-Systems verbunden. Auf der 10. CGPM 1954 wurden als Basiseinheiten des sogenannten praktischen Maßsystems die Einheiten für Länge, Masse, Zeit, elektrischen Strom, thermodynamische Temperatur und Lichtstärke bestimmt und definiert. In der 11. CGPM (1960) wurde das Meter neu definiert über die Lichtwellenlänge einer orange-gelben Spektrallinie des Edelgases Krypton bei etwa  $0,6058 \mu\text{m}$  und die Definition der Sekunde, als Einheit der Zeit, durch die Ephemeridensekunde bestätigt. Diese so modifizierten sechs Einheiten (Kilogramm, Meter, Sekunde, Ampere, Kelvin und Candela) wurden dann als Basiseinheiten des SI (Système International d'Unités) eingeführt. Gleichzeitig wurden Regeln für die SI-Vorsätze und die abgeleiteten Einheiten erstellt. Die Sekunde wurde anlässlich der 13. CGPM 1967/68 über die Frequenz der einem elektronischen Übergang im Cs-Isotop  $^{133}\text{Cs}$  entsprechenden elektromagnetischen Strahlung neu definiert und die 14. CGPM ergänzte die SI-Basiseinheiten um das Mol, die Einheit der Stoffmenge. Anlässlich der 17. CGPM 1983 schließlich wurde das Meter über die Laufzeitstrecke von Licht in Vakuum definiert und das SI nahm seine bis heute gültige Form an.

### Das heutige SI und seine Grenzen

Das heutige SI-System, bestehend aus sieben Basiseinheiten und daraus abgeleiteten Einheiten, ist ein kohärentes System. Dies bedeutet, dass die abgeleiteten Einheiten sich als Produkte von Potenzen der Basiseinheiten definieren lassen und das Produkt der Potenzen nur die „1“ als numerischen Faktor enthält (z. B.  $1 \Omega = 1 \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-3} \text{ A}^{-2}$ ). Dies hat unmittelbar zur Folge, dass die Zahlenwertgleichungen genau dieselbe Form wie die entsprechenden Größengleichungen haben.

Da Absolutmessungen grundsätzlich nicht genauer sein können als die Unsicherheit der Darstellung der entsprechenden Einheit, stellt die Darstellung der Einheit gemäß ihrer Definition mit kleinstmöglicher Unsicherheit eine permanente Herausforderung dar, die sich per se immer

an vorderster Front des Standes von Wissenschaft und Technik bewegt.

Das heutige SI-System erfüllt zwar weitestgehend die derzeitigen Anforderungen aus Wissenschaft und Technik, ist aber von dem Ideal „für alle Völker, für alle Zeiten“ noch weit entfernt. Es ist daher ein von der Meterkonvention gefordertes Unterfangen, soweit wie möglich die SI-Einheiten auf Naturkonstanten zurückzuführen, wie das für die Sekunde und das Meter bereits erfolgt ist. In absehbarer Zeit scheint dies für Ampere, Kilogramm, Mol und Kelvin möglich zu sein.

Das generelle Vorgehen ist dabei für alle Maßeinheiten einheitlich. Um einen Skalensprung bei der avisierten Neudefinition einer Einheit auf der Basis einer Naturkonstanten zu vermeiden, muss zuerst der Wert dieser Konstanten<sup>3</sup> in dem bestehenden Einheitensystem mit höchstmöglicher Genauigkeit konsistent bestimmt werden, wobei hier z. T. auch aus praktischen Gründen Mindestanforderungen vorgegeben sein können. Dann wird in einem nächsten Schritt der betreffenden Naturkonstanten dieser Wert „verbindlich“, d. h. exakt, zugewiesen. Auf dieser Basis kann dann die Neudefinition erfolgen. Die „Kunst“ besteht dann darin, den Weg von dieser Naturkonstanten zur betreffenden Einheit physikalisch und technisch so weit wie möglich fehlerfrei zu realisieren.

### Das neue SI

Über jegliche Änderung der Definition einer Einheit im SI entscheidet die Generalkonferenz der Meterkonvention auf der Basis einer Empfehlung des CIPM. Mögliche Vorteile einer Neudefinition, wie kleinere Unsicherheit oder höhere Stabilität, sind dabei sorgfältig abzuwägen gegen mögliche Nachteile, wie z. B. Schwierigkeit der Darstellung, allgemeine Verständlichkeit etc. Zudem muss aus praktischen und wirtschaftlichen Interessen sichergestellt sein, dass mit der Neudefinition jetzt und in absehbarer Zukunft kein Skalensprung einhergeht. Unstrittig ist in der metrologischen Community, dass die Definition einer Einheit auf der Basis einer Naturkonstanten bezüglich der Stabilität die erstrebenswerteste Lösung ist<sup>4</sup>, wobei allerdings auf die Konsistenz des Systems der Naturkonstanten geachtet werden muss, da aufgrund physikalischer Gesetze zwischen einzelnen Konstanten Abhängigkeiten bestehen.

Da die Definition des **Meters** bereits auf der Lichtgeschwindigkeit beruht, gibt es keinen Anlass, diese zu ändern. Die **Sekunde** ist ebenfalls bereits über eine „Naturkonstante“, die quantenmechanische, durch die Hyperfeinwechselwirkung bedingte Energieaufspaltung im Grundzustand des  $^{133}\text{Cs}$ -Atoms, definiert. Antrieb für eine mögliche Neudefinition können daher nur die Verringerung

<sup>3</sup> Die jeweils nach aktuellem Stand der Forschung geltenden Werte der Naturkonstanten werden von einer internationalen Expertenkommission (CODATA) ermittelt und regelmäßig veröffentlicht.

<sup>4</sup> Dies ist verbunden mit der bisher nicht widerlegten Annahme, dass die Naturkonstanten örtlich und mit der für die Metrologie geforderten Unsicherheit auch zeitlich stabil sind.

der Unsicherheit und Verbesserung der Stabilität und damit einhergehend Verringerung der Messzeiten (Mittelungszeiten) sein. Dies wird in absehbarer Zeit mit den sogenannten „optischen Atomuhren“ gelingen, bei denen die Frequenz des zur Definition benutzten Übergangs nicht mehr im Mikrowellen-, sondern im optischen Spektralbereich liegt.

Für die Rückführung des **Kilogramms** auf eine Naturkonstante zeichnen sich derzeit zwei alternative – aber dennoch nicht völlig voneinander unabhängige – Wege ab. Zum einen kann mit dem sogenannten Watt-Waage-Experiment das Kilogramm auf die Planck-Konstante,  $h$ , zurückgeführt werden und zum anderen würde das Avogadro-Experiment das Kilogramm mit der Avogadro-Konstanten,  $N_A$ , und der atomaren Masseinheit verbinden.

Bei der beabsichtigten Neudefinition der Einheit der Stoffmenge wird man die Verknüpfung des **Mol** mit dem Kilogramm aufgeben. Eine mögliche Definition könnte lauten: *Das Mol ist die Stoffmenge eines Systems, das aus  $\{N_A\}$  identischen Einzelteilchen besteht. Diese Einzelteilchen können Atome, Moleküle oder andere Teilchen sein.* Demnach wäre die Einheit Mol nichts anderes als ein anderer Name für den Zahlenwert der Avogadro-Konstanten.

Die mögliche Neudefinition des **Kelvin** wird sich nicht mehr auf eine Materialeigenschaft (des Wassers), sondern auf die mit der Temperatur verbundene thermische Energie abstützen. Dazu muss wiederum zuerst der Wert der Boltzmann-Konstanten bei der Temperatur des Wassertripelpunktes hinreichend genau bestimmt werden.

Im Gegensatz zu der sehr umständlichen Definition des **Ampere** im jetzigen SI-System ließe sich die Einheit des elektrischen Stromes zumindest konzeptionell sehr einfach definieren, wenn man einzelne Ladungen verlässlich manipulieren könnte. Würde man z. B. einzelne Ladungen,  $q$ , (z. B. Elektronen) mit einer Frequenz,  $f$ , transportieren, ergäbe sich der Strom zu  $I = q \cdot f$ . Da die Frequenz  $f$  wieder von der Atomuhr abgeleitet werden kann, könnte somit das Ampere auf die Elementarladung zurückgeführt werden.

## Schlussbemerkungen

Das Internationale Einheitensystem (SI) steht vor fundamentalen Veränderungen. Denn die Metrologen verfolgen das Ziel, alle SI-Basiseinheiten auf





Naturkonstanten zu beziehen. Grundlegende Neudefinitionen stehen so für das Kilogramm und das Mol, das Ampere und das Kelvin an. Und auch die Sekunde wird eine Anpassung ihrer Definition an die heutigen Messmöglichkeiten (Stichwort: optische Uhr) erfahren. Das Einheitensystem bekäme somit eine fundamentale Unterfütterung durch einen Satz festgelegter Naturkonstanten, zu denen die Lichtgeschwindigkeit, die Avogadro-Konstante, die Planck-Konstante, die Elementarladung und die Boltzmann-Konstante gehören würden.

Die Auswirkungen auf unseren Lebensalltag, auf die industrielle Produktion oder auf die Überwachung von Umweltparametern werden vermutlich kaum spürbar sein. Der Funkwecker, der uns aus dem Bett wirft, wird weiterhin so ticken wie bisher, die Supermarktwage wird uns keinen anderen Wert anzeigen, die an weltweit verteilten Standorten produzierten Einzelteile für ein technisches Gerät werden auch in Zukunft bei der Endmontage problemlos und mikrometergenau zusammenpassen und der Arzt wird weiterhin mit seinen Blutdruckmessgeräten, Ergometern oder EKG-Geräten arbeiten können. Diese alltäglichen Messungen, die ja zumeist nicht auf die kleinsten erreichbaren Unsicherheiten angewiesen sind, werden von den Neudefinitionen der Einheiten also nicht betroffen. Konzeptionell geschieht jedoch etwas sehr Fundamentales, denn die Definitionen der Einheiten werden über die Anbindung an die Naturkonstanten unabhängig von Raum und Zeit. Einerlei, ob eine Messung in Japan, USA, Deutschland oder auf dem Mars vorgenommen wird, sie wird das gleiche Ergebnis liefern.


Dieses Ziel ist wissenschaftlich allerdings erst dann erreicht (und dies ist eine unabdingbare Voraussetzung), wenn alle betreffenden Präzisionsmessungen mit hinreichend kleinen Unsicherheiten durchgeführt werden, sodass die Realisierungen der „neuen Einheiten“ dann mindestens so gut wie die der „alten Einheiten“ möglich sind. Hierzu zeitliche Voraussagen zu treffen fällt – wie bei allen Experimenten – schwer. Die momentane Situation scheint jedoch darauf hinzudeuten, dass noch einige Jahre harter physikalischer und technischer Arbeit nötig sein werden. Die Generalkonferenz (CGPM) der Meterkonvention im Jahr 2015 könnte für eine Neudefinition infrage kommen, und das „neue SI“ einläuten. ■

# POSITIONERS

precision made in germany

Standard and OEM design • Single and multi axes



Phone: + 49 7634 50 57 - 0 | [www.micos.ws](http://www.micos.ws)



# Länge – Die SI-Basiseinheit Meter

Harald Schnatz\*

## Gliederung

- 1 Übersicht
- 2 Entwicklung der Längeneinheit bis zur heutigen Definition
  - 2.1 Historische Längenmaße
  - 2.2 Die Meterkonvention
  - 2.3 Die Kryptonlampe: die Längeneinheit von 1960–1983
- 3 Die heutige Definition der Längeneinheit und ihre Realisierung
  - 3.1 Die Definition des Meters seit 1983
  - 3.2 Die Realisierung des Meters
  - 3.3 Frequenz- und Wellenlängennormale der neuesten Generation
- 3.1 Rückführung der optischen Frequenz auf die Zeiteinheit: Frequenzkämme
- 4 Weitergabe der Längeneinheit
  - 4.1 Interferometrie zur Übertragung der Längeneinheit auf verkörperte Maße
  - 4.2 Interferenzielle Wellenlängenbestimmung
- 5 Weitergabe optischer Referenzfrequenzen und Wellenlängen über Glasfasern

## 1 Übersicht

Jede Hochkultur hat im Zusammenleben ein System entwickelt, das die Schaffung großer Bauten oder die Angabe einer zeitlichen Abfolge von Ereignissen erlaubt. Jede Gesellschaft ist darauf angewiesen, dass ein fairer Austausch von Waren gewährleistet wird (3. Mose 19,35: *Ihr sollt nicht unrecht handeln im Gericht mit der Elle, mit Gewicht, mit Maß.*). Dazu sind verlässliche Maße und Gewichte (Einheitensysteme) unabdingbar.

Solange diese Maßstäbe nur innerhalb der jeweiligen gesellschaftlichen Grenzen zur Anwendung kommen, spielt die absolute Größe der Maßeinheit nur eine untergeordnete Rolle. Hier genügt es, dass die gewählte Einheit mit einer ausreichenden Reproduzierbarkeit hergestellt und verbreitet werden kann. Erst mit dem Aufkommen eines Grenzen überschreitenden Handels erhält der Aspekt einer allgemein anerkannten, genauen und zeitlich stabilen Maßeinheit zunehmend an Bedeutung.

Der folgende Beitrag gibt einen kurzen Überblick über die Entwicklung der Längeneinheit (Kap. 2) bis zur heute gültigen Definition und Realisierung mittels frequenzstabiler Laser (Kap. 3). Kapitel 4 widmet sich der Weitergabe der Längeneinheit und skizziert, wie mit Hilfe interferometrischer Methoden eine genau bekannte Wellenlänge auf verkörperte Maße übertragen oder für die Bestimmung unbekannter Wellenlängen benutzt werden kann. Das letzte Kapitel beschäftigt sich mit der Frage, wie die Frequenzen optischer Uhren an unterschiedlichen Standorten ohne Genauigkeitsverlust miteinander verglichen werden können, und diskutiert einige Anwendungen für hochpräzise optische Frequenzen.

## 2 Entwicklung der Längeneinheit bis zur heutigen Definition

### 2.1 Historische Längenmaße

Im Altertum verwendete man sogenannte Körpermaße. Üblich waren z. B. Elle und Fuß als Längeneinheit (1. Mose 6,15: *So sollst du die Arche bauen: Dreihundert Ellen lang, fünfzig Ellen breit und dreißig Ellen hoch soll sie sein.*)

Das älteste uns bekannte Längenmaß, die Nippur-Elle, stammt aus der ersten Hälfte des 3. Jahrtausends v. Chr. (Bild 1). Dieser Maßstab wiegt über 40 kg und wird im Altorientalischen Museum in Istanbul aufbewahrt. Verschiedene Gravierungen repräsentieren die damals gebräuchlichen Einheiten Elle, Fuß und Finger. Aus diesen Teilungen ergibt sich die Länge einer Elle zu 51,8 cm. Alle vormetrischen Längeneinheiten lassen sich von dieser Elle ableiten [1].

\* Dr. Harald Schnatz, Fachbereich "Quantenoptik und Längeneinheit", E-Mail: harald.schnatz@ptb.de



Bild 1: Nippur-Elle, das älteste bekannte Längenmaß aus dem 3. vorchristlichen Jahrtausend. (Bildquelle: [http://de.academic.ru/pictures/dewiki/78/Nippur\\_cubit.JPG](http://de.academic.ru/pictures/dewiki/78/Nippur_cubit.JPG)).



In Ägypten wurde etwa zeitgleich die königliche Elle als Längenmaß eingeführt. Das Primärnormal bestand aus Granit. Verschiedene hölzerne Kopien dieses Längenmaßes wurden als Arbeitsnormale angefertigt und in regelmäßigen Abständen mit dem Primärnormal verglichen. Schon damals war die Kalibrierung und Rückführbarkeit eines Maßes ein wesentlicher Gesichtspunkt bei der Einführung eines einheitlichen Maßsystems. Hohe Strafen standen auf die Verwendung eines gefälschten Maßes.

Die Längenmaße des Mittelalters lassen sich ebenfalls auf Körpermaße zurückführen. So führte Karl der Große die Einheit Fuß im ganzen Frankenreich ein. In England wurde 1011 das Yard von Heinrich I. als Abstand von seiner Nasenspitze bis zur Daumenspitze seines ausgestreckten Armes festgelegt.

Diese Maße waren zwar abgeleitet von der „zufälligen“ Körpergröße des jeweiligen Herrschers, konnten aber einfach reproduziert werden und fanden somit allgemeinen Gebrauch (Bild 2).



Bild 2:  
Beispiel für ein Körpermaß:  
Braunschweiger Elle



Bild 3:  
Vorschlag von J. Köbel zur Definition eines Naturmaßes. (Bildquelle: Wolfgang Torge „Geschichte der Geodäsie in Deutschland“, Vorlage Walter de Gruyter

Einen ersten Ansatz, ein Längenmaß zu definieren, das nicht von der willkürlichen Statur eines Souveräns abhängt und sich aus der Natur ableiten lässt, findet sich Ende des 16. Jahrhunderts beim Mathematiker J. Köbel (Bild 3). Er schlug ein sogenanntes Naturmaß vor: „16 Männer groß und klein“, die nach einer Messe der Reihe nach aus der Kirche kommen, stellen ihre Füße hintereinander. Der sechzehnte Teil der Gesamtlänge soll dann ein Fuß sein [2].

Zwar war dieses Maß im Grunde immer noch ein Körpermaß, aber aufgrund seiner Mittelung über „viele Füße“, hoffte er, dass sich diese Definition für die Reproduktion einer Längeneinheit an unterschiedlichen Orten besser eignet.

Diese Idee konnte sich aber im Zeitalter des Absolutismus nicht durchsetzen und so existierten bis Mitte des 18. Jahrhunderts alleine auf dem Gebiet des späteren Deutschen Reiches mehr als vierzig unterschiedliche Ellen mit Längen zwischen 40 und 80 cm.

## 2.2 Die Meterkonvention

Ende des 18. Jahrhunderts begann in Europa die Diskussion um ein einheitliches Maßsystem, das auf Naturkonstanten beruhen sollte. Die damals vorhandene Vielfalt von verschiedenen Längenmaßen erwies sich als entscheidendes Hindernis im aufkommenden europäischen Handel.

Die französische Nationalversammlung beauftragte 1790 ein Komitee damit, einen neuen Längenstandard festzulegen. Im Gegensatz zu den älteren Längenmaßen, die überwiegend von Körpermaßen abgeleitet waren, sollte die neue Längeneinheit auf eine Naturkonstante zurückgeführt werden. Dabei orientierte man sich an der Länge des Erdmeridianquadranten, der durch Paris verläuft. Dessen zehnmillionster Teil sollte die neue Längeneinheit Meter (abgeleitet vom griechischen „μετρον“ für Maß) repräsentieren.

Ein Teilstück des Pariser Meridians zwischen Barcelona und Dünkirchen wurde zur Vermessung ausgewählt (Bild 4). Nach vielen Schwierigkeiten während der Französischen Revolution konnten die beiden Astronomen Jean-Baptiste Joseph Delambre und Pierre Méchain ihre Messungen dem Nationalkonvent unterbreiten (Bild 5) und das „Mètre des Archives“ geschaffen werden. Der Abstand zwischen den Endflächen eines quaderförmigen Endmaßes aus Platin wurde am 10. Dezember 1799 als ein Meter offiziell anerkannt und wird seitdem in Paris in den Archives de la République aufbewahrt.

Mit der Einführung einer neuen, allgemein gültigen Längeneinheit wollte man erreichen, dass alle Staaten mit gleichem Maß messen. Es sollte aber noch bis 1875 dauern, bis sich dieser Gedanke durchsetzte und die Meterkonvention zur Etablierung eines international anerkannten Einheitensystems als Staatsvertrag zwischen 17 Staaten gegründet wurde.

Bereits vor der Unterzeichnung der Meterkonvention stellte sich allerdings heraus, dass der Erdurchmesser keine wirkliche Konstante darstellt und der Prototyp schon nicht mehr den gestiegenen Anforderungen der sich entwickelnden Präzisionsmesstechnik genügte. Da die obige Meterdefinition zudem nur sehr aufwendig zu wiederholen

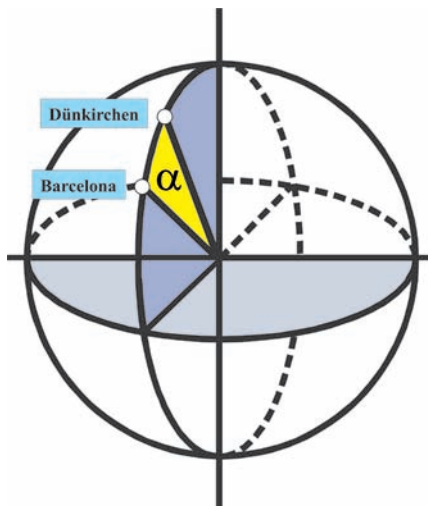


Bild 4:  
Vergleich des Abstandes zwischen Dünkirchen und Barcelona mit der Länge des Erdquadranten zur Definition der Längeneinheit (Bildquelle: J. Helmcke; PTB Mitteilungen 103, (2003) S. 26).

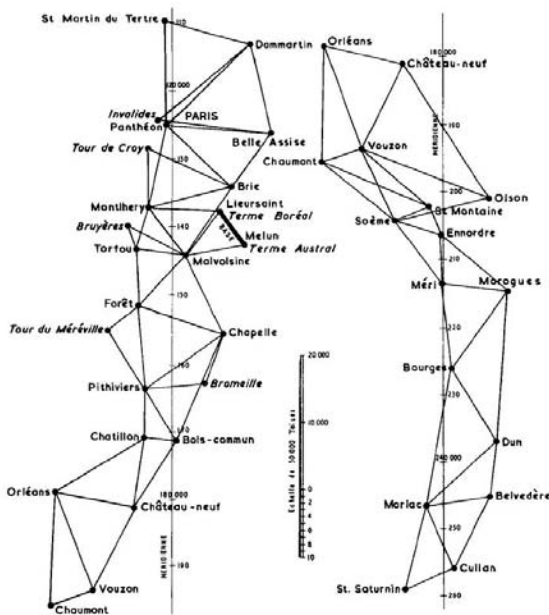


Bild 5:  
Teil des Netzwerkes für die Messung des Erdquadranten durch Delambre und Mechain mittels Triangulation (kopiert aus Base du Système Métrique Décimal, Tome 3, P1. III).

war, beschloss man 1872, den Balken aus reinem Platin durch mehrere Kopien aus einer stabileren Platin-Iridium-Legierung (90 % Platin und 10 % Iridium) zu ersetzen. Insgesamt wurden 30 Kopien gefertigt, von denen einer dieser neuen Strichmaßstäbe mit X-förmigem Querschnittsprofil 1889 von der Generalkonferenz für Maß und Gewicht (CGPM) als Internationaler Meter-Prototyp ausgewählt und der Definition der Längeneinheit zugrunde gelegt wurde [3]. Die anderen Kopien des Meter-Prototyps wurden den Teilnehmerstaaten der Meterkonvention zur Verfügung gestellt.

Der neue Standardbalken leitet sich nicht mehr unmittelbar vom Meridian ab, sondern direkt vom Urmeter. Die Länge 1 Meter ist danach so definiert:

**1 Meter ist der Abstand der Mittelstriche der auf dem Urmeterstab in Sèvres angebrachten Strichgruppe bei 0 °C.**

Die ursprüngliche Definition der Längeneinheit erfolgte beim Gefrierpunkt von Wasser. Von 0 °C auf 20 °C erwärmt, verlängert sich somit das „Meter“ um etwa 0,3 mm. Der Meter-Prototyp blieb bis 1960 die gültige Definition und Realisierung der Längeneinheit (Bild 6). Davon abgeleitete Strichmaßstäbe werden bis heute zur Übertragung der Einheit auf verkörperte Maße eingesetzt.

### 2.3 Die Kryptonlampe: die Längeneinheit von 1960–1983

Die Darstellung des Meters durch den Meterprototyp hat den entscheidenden Nachteil, dass diese Maßverkörperung von vielen äußeren Parametern abhängt und somit auch nicht zeitlich stabil ist.

Möglichkeiten, Längen genauer zu bestimmen, als es ihre Definition im Prinzip erlaubt, wurden schon sehr bald diskutiert. So wurde die Möglichkeit einer Definition der Längeneinheit durch die Lichtwellenlänge schon 1827 von J. Babinet dargelegt. Diesen Gedanken griff A. A. Michelson auf und schlug 1887 vor, optische Interferometer für die Längenmessung zu benutzen [4].

Die Wellenlänge von sichtbarem Licht stellt einen natürlichen Maßstab dar, der eine wesentlich höhere Auflösung bietet und der sich mit Hilfe von Interferometern auf verkörperte Maßstäbe übertragen lässt. So konnten Michelson und J. R. Benoît am Internationalen Büro für Maß und Gewicht (BIPM) die Länge des Meterprototyps in Einheiten einer roten Cadmium-Spektrallinie bestimmen. Damit war es zum ersten Mal gelungen, die Längeneinheit an eine Naturkonstante anzukoppeln, die sich an jedem beliebigen Ort ohne Verlust an Genauigkeit reproduzieren lässt.

Bedeutende Fortschritte in der Längenmesstechnik wurden dann in den 20er bis 50er Jahren des vergangenen Jahrhunderts erzielt. Sie sind eng mit dem damaligen Leiter des Längenlaboratoriums der PTR Wilhelm Kösters [5], und seinem Mitarbeiter und späteren Nachfolger in der PTB, Ernst Engelhard, verbunden.

Mit der Entwicklung eines Interferenz-Komparators (ab 1920) [6], von Normallampen für die Längenmesstechnik (1928) [7] und eines Vakuumwellenlängen-Komparators, mit dem der Einfluss der Brechzahl der Luft eliminiert wird, durch Kösters und der Entwicklung einer Wellenlängen-normal-Lampe durch Engelhard [8] wurden die

Grundlagen einer modernen Längenmesstechnik geschaffen. Interferenzkomparatoren nach Kösters werden immer noch weltweit für die Kalibrierung von Endmaßen eingesetzt [9].

Die rote Wellenlänge der von Engelhard in der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt entwickelten Kryptonlampe (Bild 7) war hinsichtlich Stabilität und Reproduzierbarkeit jedem verkörperten Maß überlegen. Der Übergang  $2p_{10} \rightarrow 5d_5$  des Krypton liefert im roten Spektralbereich ( $\lambda = 606 \text{ nm}$ ) eine schmale Linie, die durch Elektronenstoß in einer Gasentladungslampe angeregt wurde. Zur Vermeidung der Überlagerung durch die verschiedenen Kryptonisotope war die Lampe mit hochangereichertem  $^{86}\text{Kr}$  gefüllt. Die Wellenlänge der ausgewählten roten Spektrallinie des  $^{86}\text{Kr}$ -Isotops beträgt  $\lambda_{\text{Kr}} = 0,605\,780\,210\,3 \mu\text{m}$ .

Die Arbeiten von Kösters und Engelhard führten dann 1960 zur Neudefinition des Meters auf Basis der Kryptonwellenlänge [10]:

**1 Meter ist das 1 650 763,73-fache der Wellenlänge des Lichtes, das von einem Krypton-86-Atom ausgesandt wird.**<sup>1</sup>

Damit war zum ersten Mal eine SI-Einheit auf eine atomare Konstante rückgeführt, und man hatte eine gut reproduzierbare Festlegung gefunden, deren Genauigkeit um einen Faktor 10 besser war als die bisherige Realisierung durch den Meterprototyp. Mittels Kryptonlampe konnte das Meter mit einer relativen Unsicherheit von  $10^{-8}$  realisiert werden.

Diese Meterdefinition fiel mit der Entdeckung des Lasers zusammen. Wegen der extrem hohen zeitlichen und räumlichen Kohärenz der Laserstrahlung war schon frühzeitig klar, dass der Laser eine hervorragende Lichtquelle für die Interfero-

metrie darstellt. Allerdings kann die Lichtfrequenz um viele 100 MHz variieren, sodass der Einsatz eines Lasers als Referenzwellenlänge die Stabilisierung der Laserfrequenz erfordert. Im Lauf der Zeit wurde eine Vielzahl von stabilisierten Lasern entwickelt, deren relative Reproduzierbarkeiten die der Kryptonlampe um viele Größenordnungen übertraf.

Eines der am weitesten verbreiteten Frequenz-/Wellenlängennormale ist der Helium-Neon-Laser (He-Ne-Laser) bei einer Wellenlänge von 633 nm (siehe Kap. 5b). Für die Stabilisierung seiner Ausgangsfrequenz benutzt man atomare Übergänge in einem Iodmolekül. Heutige Iod-stabilisierte He-Ne-Laser erreichen eine Frequenzunsicherheit von etwa 10 kHz; bei einer Frequenz von 473 612 353 604 kHz entspricht dies einer relativen Unsicherheit von  $2 \cdot 10^{-11}$  [11].

**3 Die heutige Definition der Längeneinheit und ihre Realisierung**

**3.1 Die Definition des Meters seit 1983**

Zwanzig Jahre nach der Definition der Längeneinheit über die Strahlung der Kryptonlampe war es erneut so weit: Die Erfindung des Lasers hatte ein weites Anwendungsfeld eröffnet und erlaubte es, Wellenlängen mit bisher ungeahnter Präzision zu realisieren. Wollte man mit dieser Entwicklung Schritt halten, war abzusehen, dass die Definition der Längeneinheit ständig der fortschreitenden Messtechnik angepasst werden müsste und es innerhalb weniger Jahre zu weiteren Neudefinitionen kommen würde.

Da Frequenz und Wellenlänge elektromagnetischer Strahlung über die Lichtgeschwindigkeit zusammenhängen, lag es nahe, die Definition des Meters an die der Sekunde zu koppeln, indem man der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum  $c$  einen festen Wert zuordnet. Durch Präzisionsmessungen der Wellenlänge und der Frequenz eines Methan-stabilisierten He-Ne-Lasers war der Wert der Lichtgeschwindigkeit sehr genau bestimmt worden [12]. Limitierend war die Wellenlängenunsicherheit der Kryptonlampe, der damaligen Realisierung der Längeneinheit. Eine weitere Verringerung der Messunsicherheit unter Beibehaltung der gültigen Definition war damit ausgeschlossen. Daher schlug das CGPM 1975 vor, den gemessenen Wert der Lichtgeschwindigkeit  $c$  für die Definition der Längeneinheit zu verwenden [13]<sup>2</sup>. Die 17. Generalkonferenz für Maß und Gewicht, CGPM, folgte 1983 diesem Vorschlag und legte fest:

**Das Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von (1/299 792 458) Sekunden durchläuft.**

- <sup>1</sup> The 11<sup>th</sup> Conférence Générale des Poids et Mesures (CGPM), considering
- that the international Prototype does not define the metre with an accuracy adequate for the present needs of metrology
  - that it is moreover desirable to adopt a natural and indestructible standard, decides
1. The metre is the length equal to 1 650 763,73 wavelengths in vacuum of the radiation corresponding to the transition between the levels  $2p_{10}$  and  $5d_5$  of the krypton 86 atom.
  2. The definition of the metre in force since 1889, based on the international Prototype of platinum-iridium, is abrogated.
  3. The international Prototype of the metre sanctioned by the 1<sup>st</sup> CGPM in 1889 shall be kept at the BIPM under the conditions specified in 1889.



Bild 6: Internationaler Meter-Prototyp, ein Strichmaßstab mit X-förmigem Querschnittsprofil aus Platin-Iridium.



Bild 7: Kryptonlampe nach Engelhard zur Darstellung der Längeneinheit 1960–1983.

Diese Definition, die den Wert der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum als  $c = 299\,792\,458\text{ m/s}$  als fundamentale Konstante mit der Unsicherheit null festlegt, ist eng mit der Definition der Sekunde verbunden.

Die heutige Definition der Längeneinheit über die Lichtgeschwindigkeit ist abstrakt und gibt zunächst keinen konkreten Ansatz für die Realisierung des Meters. Daher wurden zusammen mit der Neudefinition Empfehlungen zur Realisierung des Meters (Mises en Pratique) vom Internationalen Komitee für Maß und Gewicht (CIPM) veröffentlicht [11]. Diese Empfehlungen werden ständig der fortschreitenden technischen Entwicklung angepasst und die empfohlenen Wellenlängen und Referenzfrequenzen aktualisiert.

### 3.2 Die Realisierung des Meters

Für die Realisierung der Längeneinheit empfiehlt das CIPM drei Methoden:

#### a) Zeitmessung:

Die Länge einer Strecke  $L$  ergibt sich aus der gemessenen Zeit  $t$ , die eine ebene elektromagnetische Welle im Vakuum für die Strecke  $L$  benötigt, gemäß der Beziehung  $L = c \cdot t$ .

**Längenmessungen über Laufzeiten** eignen sich hervorragend bei großen Entfernungen, da hier die erforderliche Zeitaufösung mit modernen Uhren einfach zu realisieren ist. Zwei Beispiele seien hier kurz erwähnt:

#### Vermessung der Mondumlaufbahn

Beim sogenannten Lunar Laser Ranging (LLR) werden kurze Laserpulse von Stationen auf der Erde ausgesandt, von Reflektoren auf dem Mond – die z. B. während der amerikanischen Apollo-Missionen zwischen 1969 und 1973 abgesetzt wurden – reflektiert und von Empfangsteleskopen auf der Erde nach der Signallaufzeit  $t$  wieder empfangen [14]. Der Abstand der Erde zum Mond ergibt sich dann aus der halben Signallaufzeit multipliziert mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$ . Heutige LLR-Messungen erreichen Genauigkeiten im Bereich von cm und können so genauen Aufschluss über das System Erde – Mond liefern.

#### Weltweites Navigationssatellitensystem

Die bekanntesten **Global Navigation Satellite Systeme (GNSS)** sind sicherlich das amerikanische Global Positioning System GPS oder das im Aufbau befindliche europäische System Galileo. Bis zu 30 Satelliten umkreisen die Erde auf einer Flughöhe von ca. 25 000 km und senden ihre Bahndaten und Uhrzeit aus. Um die Position eines Empfängers auf der Erde zu bestimmen, müssen mindestens vier Satelliten gleichzeitig empfangen

werden. Aus den gemessenen Laufzeiten zwischen Empfänger und Satelliten lässt sich die aktuelle Position (inklusive der Höhe) des Empfängers bestimmen. Selbst mit handelsüblichen, mobilen Taschenempfängern kann der eigene Standort auf wenige Meter genau bestimmt werden.

#### b) Frequenzmessung: Realisierung der Längeneinheit mittels Laser

Die Vakuumwellenlänge  $\lambda$  einer ebenen elektromagnetischen Welle ergibt sich aus der gemessenen Frequenz  $\nu$  gemäß der Beziehung  $\lambda = c/\nu$ .

Da die Lichtgeschwindigkeit die Wellenlänge und Frequenz einer elektromagnetischen Strahlung direkt miteinander verknüpft, wird im Folgenden nicht mehr streng zwischen Wellenlänge und Frequenz eines Lasers unterschieden. Wird die Frequenz eines Lasers durch geeignete Maßnahmen stabilisiert, spricht man von einem Wellenlängen- oder Frequenznormal. Beide Begriffe werden meist synonym verwendet.

Für Anwendungen, bei denen eine stabile Frequenz im Vordergrund steht, spricht man häufiger von einem Frequenznormal. In der Längenmesstechnik werden stabilisierte Laser überwiegend als Wellenlängennormale bezeichnet, da hier die Wellenlänge der Strahlung die Bezugsgröße darstellt.

Für interferometrische Messungen wird Licht mit einer bekannten und möglichst stabilen Wellenlänge benötigt. Die erforderliche Wellenlängenstabilität wird durch geeignete Maßnahmen (Stabilisierung), z. B. durch Vergleich mit schmalen atomaren Absorptionslinien, erreicht. Das Grundprinzip eines frequenzstabilisierten Lasers ist in Bild 8 gezeigt:

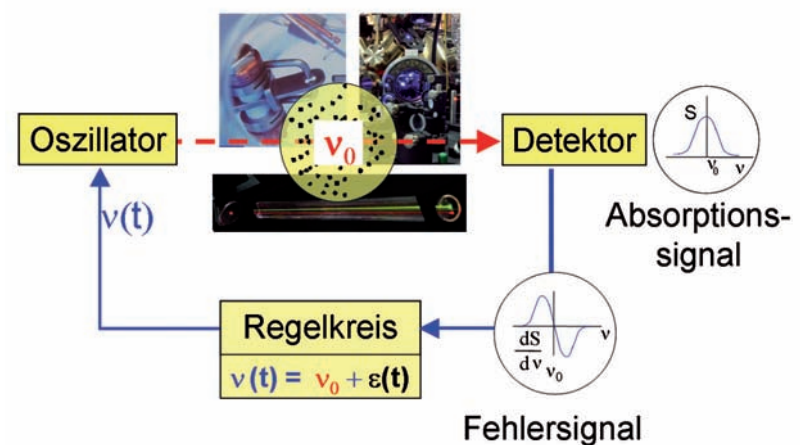


Bild 8: Schema eines Frequenz-/ Wellenlängennormals. Als Absorber dienen Ionen, Atome, oder Moleküle.

$\nu_0$ : „ungestörte“ Übergangsfrequenz

$\epsilon(t)$ : Frequenzrauschen, systematische Verschiebung

#### 2 Resolution 2 of the 15<sup>th</sup> CGPM (1975): Recommended value for the speed of light

The 15<sup>th</sup> Conférence Générale des Poids et Mesures, considering the excellent agreement among the results of wavelength measurements on the radiations of lasers locked on a molecular absorption line in the visible or infrared region, with an uncertainty estimated at  $\pm 4 \cdot 10^{-9}$  which corresponds to the uncertainty of the realization of the metre, considering also the concordant measurements of the frequencies of several of these radiations, recommends the use of the resulting value for the speed of propagation of electromagnetic waves in vacuum  $c = 299\,792\,458$  metres per second.

Atome, Ionen oder Moleküle besitzen genau bekannte Anregungsspektren, wobei der Energieunterschied  $\Delta E = E_a - E_b$  zwischen einzelnen Niveaus  $E_a$  und  $E_b$  der Frequenz  $\nu_{ab}$  einer elektromagnetischen Welle entspricht. Es gilt  $\Delta E = h \nu_{ab}$ , wobei  $h$  das Planck'sche Wirkungsquantum ist. Diese Übergänge stellen genau bekannte Referenzfrequenzen dar. Die atomaren Absorber können sich in einer Küvette befinden, in einem Atom-, oder Molekülstrahl bewegen, oder in einer elektromagnetischen Falle (Ionen) oder einem optischen Gitter gespeichert sein.

Durchläuft die Strahlung eines Lasers dieses Ensemble, kann die abstimmbare Strahlung eines Lasers genau dann mit den Atomen wechselwirken, wenn die Laserfrequenz  $\nu_L$  mit der Frequenz  $\nu_{ab}$  des atomaren Übergangs übereinstimmt. Misst man z. B. die durch die Atome hervorgerufene Absorption des Laserstrahls, so lässt sich daraus ein Fehlersignal generieren (Bild 9), das mithilfe eines elektronischen Regelkreises die Laserfrequenz so einstellt, dass gilt:  $\nu_L = \nu_{ab}$ .

Für die Stabilisierung sind optische Übergänge mit hohem Gütefaktor  $Q = \nu/\delta\nu$  vorteilhaft, die sich mit einem möglichst großen Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) beobachten lassen. Wählt man zudem Übergänge aus, die nur wenig von äußeren Einflüssen (elektromagnetische Felder, Druck, Temperatur) abhängen, erhält man ein Laserwellenlängen- oder Frequenznormal mit hoher zeitlicher Stabilität und Genauigkeit. Eine einmal gemessene Wellenlänge und damit die Längeneinheit kann auf diese Weise in Laserwellenlängennormalen dauerhaft bewahrt werden.

Für die Längenmesstechnik haben sich Iod-stabilisierte Laser als hervorragend geeignet erwiesen. Das Iodmolekül bietet ein reichhaltiges Spektrum an schmalen Absorptionslinien, die sich vom nahinfraroten Spektralbereich bis in den grünen Wellenlängenbereich erstrecken [15]. Diese Linien gehören zum Übergang zwischen dem elektronischen B-Zustand und dem X-Grundzustand.

Insbesondere sind Helium-Neon-Laser bei einer Wellenlänge von  $\lambda = 633 \text{ nm}$  weit verbreitet. Diese Laser erreichen eine relative Frequenzunsicherheit von  $2,5 \cdot 10^{-11}$  [11].

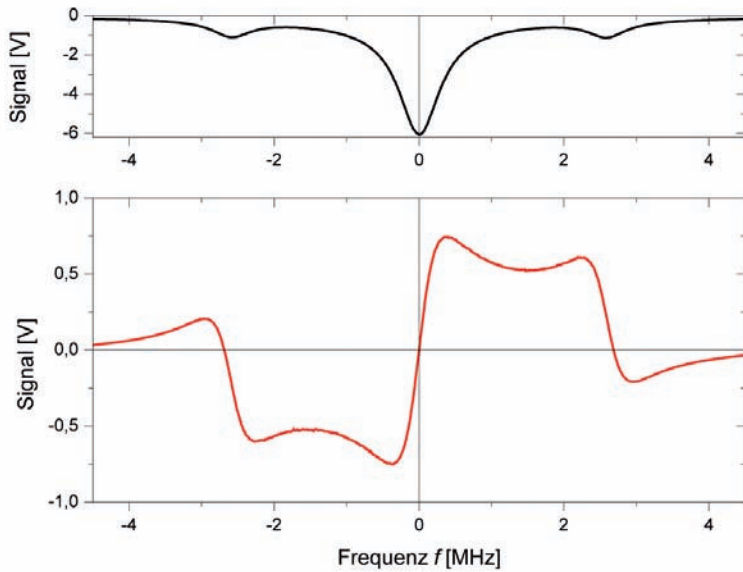


Bild 9: Signal der gesättigten Absorption (schwarz) und zugehöriges Dispersionssignal zur Frequenzstabilisierung eines Nd:YAG-Lasers (rot) bei einer Modulationsfrequenz von 5,185 MHz.

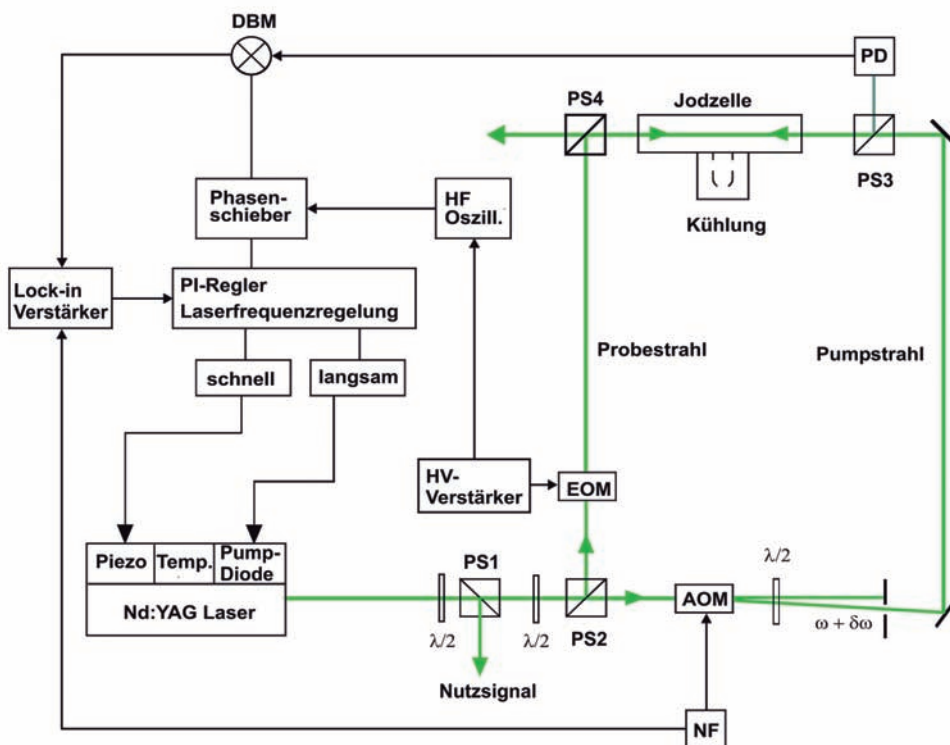


Bild 10: Experimenteller Aufbau für die Frequenzstabilisierung mittels Frequenzmodulationsspektroskopie eines Nd:YAG-Lasers auf Hyperfeinkomponenten des Iodmoleküls:

- AOM: akustooptischer Modulator
- DBM: doppelt balancierter Mischer
- EOM: elektrooptischer Modulator
- NF: Frequenzgenerator
- PD: Photodiode
- $\lambda/2$ : Wellenplatte
- PS: polarisierender Strahlteiler

In den letzten Jahren wurden neben Gaslasern auch diodengepumpte Festkörperlaser entwickelt, die neben höheren optischen Leistungen eine bessere Kurzzeitstabilität und höhere Genauigkeit erreichen.

Im Emissionsbereich eines frequenzverdoppelten Lasers bei 532 nm liegen starke, schmale Absorptionslinien des Iodmoleküls. Sie sind nahezu ideale Referenzen für die Stabilisierung frequenzverdoppelter Nd:YAG-Laser. Sowohl die Frequenzabstände der einzelnen Hyperfeinkomponenten [16, 17, 18] als auch die optischen Übergangsfrequenzen [19, 20, 21, 22] wurden genau bestimmt.

Für die Frequenzstabilisierung stehen verschiedene spektroskopische Verfahren wie z. B. Wellenlängen-Modulationsspektroskopie oder Frequenz-Modulationsspektroskopie zur Verfügung [23, 24, 25].

Der im Folgenden beschriebene Nd:YAG-Laser verwendet die gesättigte Absorption der Hyperfeinkomponenten des  $P(54) 32 - 0 I_2$ -Übergangs bei einer Wellenlänge von  $\lambda = 532 \text{ nm}$  [26]. Die  $I_2$ -Moleküle befinden sich in einer Absorptionszelle aus Glas. Der Dampfdruck, d. h. die Dichte der Iodmoleküle, lässt sich über die Temperatur eines sogenannten Kühlfingers einstellen.

Für die Erzeugung des für die Frequenzstabilisierung notwendigen Fehlersignals wird die Laserstrahlung an einem polarisierenden Strahlteiler (PBS2) in gegenläufige Pump- und Probestrahlen aufgespalten. Mittels Wellenplatte kann das Leistungsverhältnis von Pump- und Probestrahl angepasst werden. Der Probestrahl wird mit einem akustooptischen Modulator in seiner Frequenz verschoben und amplitudenmoduliert. Der Pumpstrahl durchläuft eine 50 cm lange Iodzelle und sättigt periodisch die Absorption der Moleküle, deren Doppler-verschobene Übergangsfrequenz mit der Frequenz des Pumpstrahls übereinstimmt. Diese gesättigte Absorption wird vom gegenläufigen Probestrahl detektiert. Dazu wird dem schwachen Probestrahl mit Hilfe eines elektrooptischen Modulators (EOM) eine Phasenmodulation aufgeprägt [25]. Im Resonanzfall entsteht eine Intensitätsmodulation bei der Frequenz der Phasenmodulation, die mit dem Photodetektor PD gemessen wird. Diese wird anschließend demoduliert und für die Erzeugung des Fehlersignals verwendet. Um Frequenzverschiebungen durch störende lineare Absorption zu unterdrücken, wird das demodulierte Signal mit Hilfe eines Lock-In-Verstärkers zusätzlich phasensynchron detektiert, bevor es zur Stabilisierung des Lasers verwendet wird.

Frequenzvergleiche mit weiteren  $I_2$ -stabilisierten Nd:YAG Lasern zeigen eine relative Frequenzinstabilität von  $< 2 \cdot 10^{-13}$  bei einer Mittelungszeit von 1 Sekunde. Es konnten relative Frequenzinstabilitäten von  $5 \cdot 10^{-15}$  bei einer Mittelungszeit



Bild 11:  
 $I_2$ -stabilisierter, frequenzverdoppelter Nd:YAG-Laser

von 1000 s erreicht werden [27]. Die Abweichung der Laserfrequenz verschiedener Systeme ist im Allgemeinen geringer als 3 kHz. Ursachen hierfür sind neben der Reproduzierbarkeit der Frequenznormale kleinste Verunreinigungen der Iodzellen mit anderen Gasen.

$I_2$ -stabilisierte, frequenzverdoppelte Nd:YAG-Laser (siehe Bild 11) erreichen bei kurzen Mittelungszeiten bereits eine im Vergleich zu  $I_2$ -stabilisierten He-Ne-Lasern [28] um etwa zwei Größenordnungen größere Stabilität.

### c: Empfohlene Referenzwellenlängen $\lambda$ oder Referenzfrequenzen $\nu$

Für die Anwendung dieser hochstabilen Frequenzen in der Längenmessung ist die genaue Kenntnis der Frequenz erforderlich. Ist sie bekannt, lässt sich über die Beziehung  $\lambda = c/\nu$  die Wellenlänge berechnen. In der Vergangenheit war die genaue Bestimmung der Frequenz ein schwieriges Problem. Mittels Frequenzketten wurden ausgewählte optische Frequenzen von einigen 100 THz mit der Frequenz einer primären Cs-Uhr verglichen [29, 30]. Die Messung optischer Frequenzen war nur in wenigen Staatsinstituten mit enormem Aufwand möglich.

Daher wurde vom CIPM eine Liste ausgewählter Strahlungen herausgegeben, deren Frequenzen gemessen wurden und damit für die Realisierung der Längeneinheit verwendet werden können. Neben der Angabe der Frequenz und Vakuumwellenlänge enthält diese Liste genaue Angaben über die erforderlichen Betriebsparameter.

Diese Strahlungen werden überwiegend durch stabilisierte Laser erzeugt, es können aber auch nach wie vor frühere Strahlungsquellen, wie z. B. die Kryptonlampe, für die Realisierung verwendet werden, wenn nur eine geringere Genauigkeit benötigt wird. In Verbindung mit genauen Anweisungen für die einzuhaltenden Betriebsbedingungen können diese Strahlungen mit der angegebene-

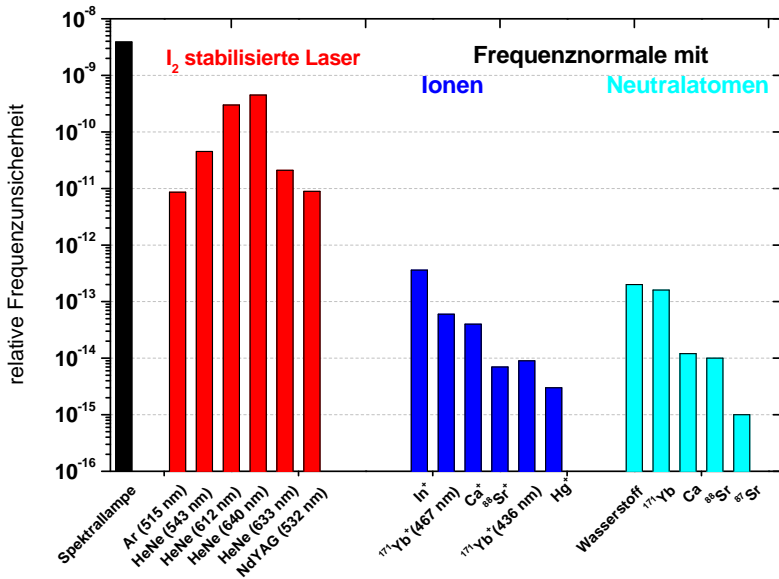


Bild 12: Relative Frequenzunsicherheit einiger in der Liste der empfohlenen Wellenlängen/Frequenznormale aufgeführten Strahlungen [34]

nen Unsicherheit verwendet werden, ohne dass die Frequenz  $\nu$  jeweils neu bestimmt werden muss.

In Bild 12 zeigt sich, dass man mit I<sub>2</sub>-stabilisierten Lasern eine Unsicherheit im Bereich von  $1 \cdot 10^{-11}$  erreichen kann. Dies ist für die Längenmesstechnik im Allgemeinen völlig ausreichend.

### 3.3 Frequenz- und Wellenlängennormale der neuesten Generation

Neben dem Einsatz als Wellenlängennormal in der Längenmesstechnik werden stabilisierte Laser auch als Frequenznormale eingesetzt. Aufgrund der hohen optischen Frequenzen (einige 100 THz) und extrem schmaler Übergangslinien der verwendeten Atome, erreichen diese Laser eine Instabilität im Bereich von  $1 \cdot 10^{-15}$  bei einer Sekunde Mittelungszeit. Die geringsten Unsicherheiten werden heute von Lasern erreicht, die entweder ein einzelnes in einer elektromagnetischen Falle gespeichertes Ion [31], ein in einer magneto-optischen Falle präpariertes Ensemble aus Neutralatomen [32] oder in einem optischen Gitter gespeicherte Atome [33] als Referenz verwenden.

Zurzeit wird weltweit untersucht, inwieweit sich optische Frequenznormale für eine zukünftige Realisierung der SI-Basiseinheit Sekunde nutzen lassen. Aufgrund ihrer extrem hohen Kurzzeitstabilität und der erreichten kleinen Unsicherheit wurden bereits 2006 einige Frequenznormale aus der Liste der empfohlenen Strahlungen als sekundäre Realisierung der Zeiteinheit (sog. optische Uhren) vorgeschlagen [34].

Unter diesen Frequenznormalen befinden sich zwei optische Frequenznormale, die in der PTB untersucht werden [35, 36].

Für die erreichbare Genauigkeit und Instabilität einer (optischen) Uhr spielen mehrere Faktoren eine Rolle:

- zum einen begrenzen systematische Verschiebungen des ungestörten Linienzentrums aufgrund von äußeren Störungen oder Wechselwirkungen zwischen den atomaren Absorbern die Genauigkeit
- zum anderen bestimmen die Linienbreite und das Signal-zu-Rausch-Verhältnis beim Abfragen der atomaren Resonanz die erreichbare Instabilität.

Ein Maß für die Instabilität ist die Allan-Standardabweichung  $\sigma_y(\tau)$  als Funktion der Mittelungszeit  $\tau$ . Sie ist im Idealfall gegeben durch

$$\sigma_y(\tau) = \frac{\Delta\nu}{\pi \cdot \nu_0} \sqrt{\frac{T}{N}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau}}$$

wobei  $T$  die für die Abfrage benötigte Zykluszeit,  $N$  die Anzahl der detektierten Atome oder Ionen,  $\Delta\nu$  die Fourier-limitierte Linienbreite und  $\nu_0$  die Frequenz des Übergangs beschreiben.

Die Instabilität ist bei Frequenznormalen mit einzelnen Ionen dadurch begrenzt, dass nur ein Teilchen abgefragt wird. Werden gleichzeitig viele Ionen in einer Paul-Falle gespeichert, führt ihre elektrische Wechselwirkung untereinander zu einer Verschlechterung der Lokalisierung und damit zu einer größeren Unsicherheit. Aufgrund der extrem langen Speicherzeit des Ions in der Paul-Falle und der geringen natürlichen Linienbreite des verwendeten Übergangs wird i. A. die erreichbare Linienbreite durch die Linienbreite des Abfragelasers begrenzt. Heutige Abfragelaser erreichen Linienbreiten im Bereich von wenigen Hertz [37] bis zu wenigen 100 mHz [38], sodass sich relative Stabilitäten von wenigen  $10^{-15}$  bei einer Mittelungszeit von 1 Sekunde erreichen lassen [39, 40].

Eine Alternative zu den im Artikel von A. Bauch beschriebenen Ionenuhren [41] stellen Uhren mit kalten, neutralen Atomen dar. In der Vergangenheit wurden verschieden Ansätze, wie z. B. die Verwendung eines Atomstrahls [42] oder die Präparation von kalten Atomen in einer magneto-optischen Falle (MOT), untersucht [43, 44].

Heute werden optische Gitteruhren favorisiert, die einen  $^1S_0 - ^3P_0$ -Übergang mit einer sehr geringen natürlichen Linienbreite (für  $^{87}\text{Sr}$  nur ca. 1 mHz) verwenden und die Atome in stehenden Lichtwellen speichern [45]. Das einfachste 1-dimensionale optische Gitter entsteht durch einen in sich zurückreflektierten Laserstrahl. Die Atome werden in den Intensitätsmaxima der stehenden Welle des optischen Gitters gefangen.

Im Gegensatz zur Spektroskopie des Uhrenübergangs in einer MOT werden in einer Gitteruhr

die Atome in Anwesenheit dieses Fallenfeldes abgefragt. In der Regel führt dies zu einer großen AC-Starkverschiebung der beteiligten Niveaus. Es konnte jedoch gezeigt werden, dass bei der Einstrahlung einer „magischen Wellenlänge“ die Verschiebung des Grundzustandes und des angeregten Zustandes gleich groß sind und sich damit kompensieren [46]. So können z. B.  $^{87}\text{Sr}$  Atome bei einer magischen Wellenlänge von ca. 813 nm in den Bereichen hoher Feldstärke im Gitter gespeichert werden, ohne dass die Frequenz des  $^1\text{S}_0 - ^3\text{P}_0$ -Referenzübergangs verschoben wird.

Durch Laserkühlung und anschließende Speicherung in einem optischen Gitter werden die Atome im Lamb-Dicke-Regime gespeichert [47]. Diese Lokalisierung auf Bereiche deutlich kleiner als eine optische Wellenlänge hat zur Folge, dass z. B. Beiträge des Doppler-Effektes erster und zweiter Ordnung vernachlässigt werden können. Des Weiteren können bei Verwendung mehrdimensionaler Gitter die Stoßverschiebungen drastisch reduziert werden, da im Mittel das Gitter mit weniger als einem Atom besetzt ist. Da bis zu einer Million Absorber gleichzeitig abgefragt werden, lassen sich mit Gitteruhren deutlich höhere Stabilitäten erreichen als mit Einzelionenuhren [48].

Für optische Gitteruhren werden zurzeit Magnesium [49], Strontium [50], Ytterbium [51] und Quecksilber [52] untersucht. Die zurzeit besten dieser Uhren arbeiten mit  $^{87}\text{Sr}$  und werden in Boulder [53, 54], Paris [55, 56], Tokio [57], und in der PTB [58] untersucht. Weitere Sr-Gitteruhren befinden sich beispielsweise in Florenz und London im Aufbau.

Kürzlich wurde in der PTB die Frequenz des Uhrenübergangs im  $^{87}\text{Sr}$  Atom direkt mit der Frequenz einer primären Cs-Fontänenuhr mit einer relativen Unsicherheit von  $1 \cdot 10^{-15}$  vergli-

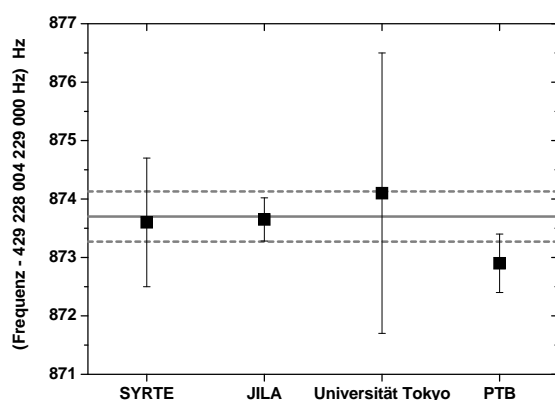


Bild 13: Frequenz des  $^{87}\text{Sr}$ -Uhrenübergangs, gemessen in unterschiedlichen Laboratorien: SYRTE [55], JILA [54], Universität Tokyo [57], und PTB [59]. Die horizontalen Linien zeigen den vom CIPM empfohlenen Wert und die Unsicherheit (gestrichelt) für  $^{87}\text{Sr}$  für die sekundäre Darstellung der Sekunde [34].

chen [59]. Hierbei wurde der Beitrag des  $^{87}\text{Sr}$ -Frequenznormals zur Gesamtunsicherheit mit  $2 \cdot 10^{-16}$  abgeschätzt.

Bild 13 zeigt, dass trotz unterschiedlicher Aufbauten die relativen Frequenzen der Sr-Gitteruhren des JILA, der Universität Tokyo, des SYRTE und der PTB auf besser als  $3 \cdot 10^{-15}$  miteinander übereinstimmen. Diese Tatsache zeigt das Potenzial der Gitteruhren und bestätigt eindrucksvoll  $^{87}\text{Sr}$  für die sekundäre Darstellung der Sekunde [34].

Eine Grundvoraussetzung für die Aufnahme in die Liste der empfohlenen Strahlung des CIPM ist, dass die Frequenz dieser optischen Übergänge direkt mit der Frequenz eines primären Zeitnormals verglichen wurde. Im folgenden Kapitel wird diese Rückführung optischer Frequenzen auf die Basiseinheit Sekunde mittels Frequenzkamm kurz beschrieben.

### 3.4 Rückführung der optischen Frequenz auf die Zeiteinheit: Frequenzkämme

Die ersten Versuche, optische Frequenzen direkt mit der Cs-Atomuhr zu vergleichen, nutzten die Methode der Frequenzvervielfachung aus. Hierbei wurde aus der bekannten Frequenz eines Oszillators eine Oberwelle erzeugt. Ein weiterer Oszillator, mit einer Ausgangsfrequenz in der Nähe der Oberwelle, wurde anschließend mittels eines Phasenregelkreises an die Oberwelle gekoppelt. Dieses Verfahren wurde sukzessive über viele Stufen wiederholt, bis eine Mikrowellenfrequenz in den optischen Bereich vervielfacht wurde [29].

Eine solche Frequenzkette hatte den Nachteil, dass praktisch für jede zu messende optische Frequenz eine eigene Frequenzkette aufgebaut werden musste.

Ein bedeutender Fortschritt auf dem Gebiet der optischen Frequenzmessung wurde durch die Erfindung des Frequenzkammgenerators erzielt [60].

Die Schlüsseltechnologie für die Messung der Frequenz optischer Frequenznormale sind Frequenzkammgeneratoren, die es erlauben, eine optische Frequenz von einigen 100 THz ohne Genauigkeitsverlust auf leicht zu messende Radiofrequenzen (typ. 10 MHz – 100 MHz) abzubilden und so mit der Frequenz eines primären Normals für Zeit und Frequenz (der Cs-Uhr) zu vergleichen.

Beim Frequenzkamm handelt es sich um einen modengekoppelten Laser, der extrem kurze Pulse in einem zeitlichen Abstand  $\Delta t$  emittiert, der der Umlaufdauer im Laserresonator entspricht. Als Pulswiederholfrequenz  $f_{\text{rep}}$  bezeichnet man den Kehrwert des Pulsabstandes. Diese Pulswiederholfrequenz  $f_{\text{rep}} = 1/\Delta t$  lässt sich mit einer schnellen Photodiode einfach messen.

Aufgrund von nichtlinearen Effekten im Laserresonator erfährt jeder Laserpuls pro Umlauf zusätzlich eine kleine Phasenverschiebung, die



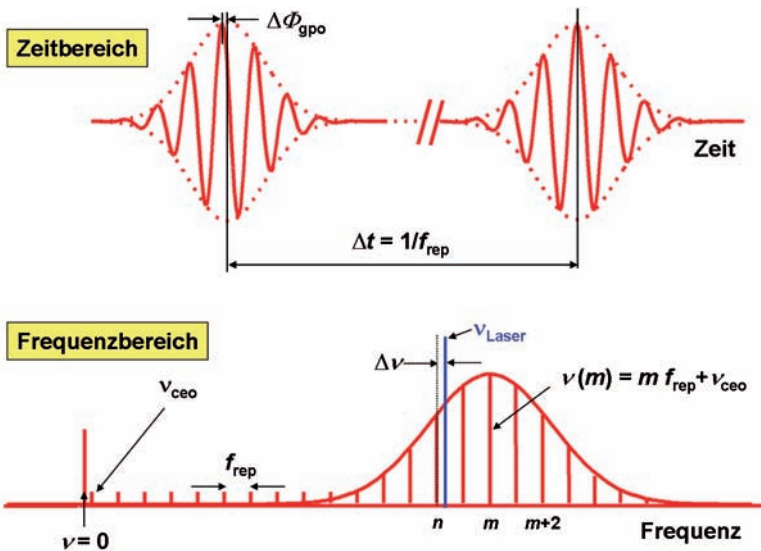


Bild 14: Prinzip eines optischen Kammgenerators im Zeit- oder Frequenzbereich. Modengekoppelte Femtosekundenlaser erzeugen ein „Kammpektrum“ äquidistanter Linien (Frequenzmarken), die es erlauben, eine optische Frequenz ohne Genauigkeitsverlust auf drei Radiofrequenzen abzubilden.

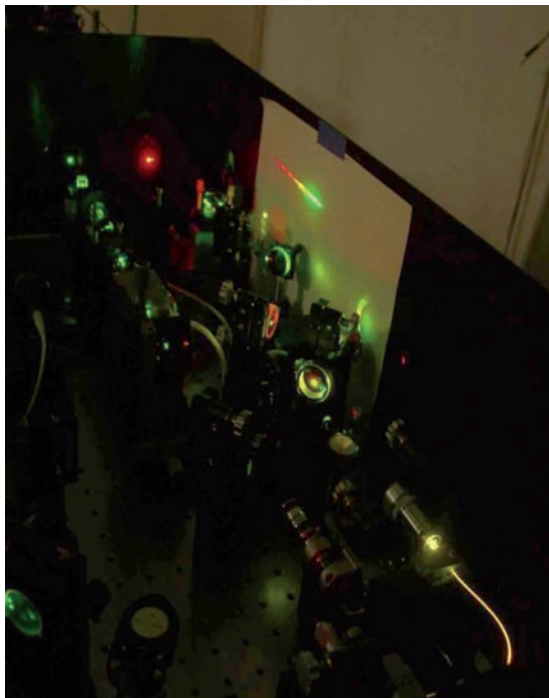


Bild 15: Spektral aufgeweitetes Frequenzkammpektrum eines Titan-Saphir Lasers zur Messung optischer Frequenzen

dazu führt, dass sich die Phase des Lichtes relativ zur Einhüllenden des Pulses verschiebt. Im Frequenzbereich äußert sich diese Phasenverschiebung pro Umlauf in einer Verschiebung des gesamten Frequenzkammpektrums um einen Betrag  $\nu_{ceo}$ . Die Offsetfrequenz  $\nu_{ceo}$  gibt die absolute Position des Kamms bezüglich des Frequenznullpunktes an.

Das Besondere dieses Lasers ist das spezielle Frequenzspektrum, das aus einer Vielzahl äquidistanter Moden besteht, die, bildlich gesprochen, den Millimeterstrichen auf einem Lineal entsprechen (Bild 14). Jede einzelne Mode  $m$  des Frequenz-

kamms kann damit im Frequenzraum durch zwei Parameter vollständig beschrieben werden. Es gilt:  $\nu(m) = m \cdot f_{rep} + \nu_{ceo}$ .

Man erhält die unbekannte Absolutfrequenz  $\nu_{Laser}$  eines zu messenden Lasers durch Messung der Schwebungsfrequenz  $\Delta\nu$  mit einer bestimmten Mode, wenn man noch die Modenordnungsnummer  $n$  ermittelt (z. B. mit einem einfachen Wellenlängenmessgerät). Die Frequenz des Lasers ergibt sich zu  $\nu_{Laser} = \nu \cdot f_{rep} + \nu_{ceo} + \Delta\nu$ .

Eine phasenkohärente Frequenzmessung besteht also darin, dass man die optische Frequenz  $\nu_{Laser}$  auf drei Radiofrequenzen ( $f_{rep}$ ,  $\nu_{ceo}$ ,  $\Delta\nu$ ) und einen Multiplikator  $n$  zurückführt. Die erreichbare Genauigkeit wird dabei nicht vom Messprozess selbst, sondern nur von den beteiligten Normalen begrenzt.

Im Gegensatz zu den älteren Frequenzketten kann jede beliebige Laserfrequenz gemessen werden, sofern sie innerhalb des Frequenzspektrums des fs-Frequenzkamms (s. Bild 15) liegt und das Schwebungssignal  $\Delta\nu$  mit ausreichendem Signal-zu-Rausch-Verhältnis detektiert werden kann.

Neben dem Vergleich optischer Frequenzen mit primären Cs-Uhren werden Frequenzkämme erfolgreich eingesetzt, wenn z. B. zwei optische Frequenzen bei unterschiedlichen Wellenlängen direkt miteinander verglichen werden müssen [61] oder die hervorragende Stabilität eines optischen Frequenznormals in einen anderen Spektralbereich übertragen werden soll [62]. Setzt man einen Frequenzkamm als optischen Frequenzteiler ein, so lässt sich aus einer optischen Uhr ein Mikrowellensignal erzeugen, dessen Phasenreinheit die der besten Mikrowellenoszillatoren übertrifft [63].

Als Frequenzkämme kommen heute neben Titan-Saphir-Lasern [64] bei  $\lambda \approx 800$  nm vermehrt Faserlaser bei  $\lambda \approx 1,5 \mu\text{m}$  zum Einsatz [65].

Letztere weisen neben einer kompakten Bauweise hervorragende Dauerbetriebeigenschaften auf. Damit ist eine wesentliche Voraussetzung für die zukünftige Realisierung optischer Uhren geschaffen.

## 4 Weitergabe der Längeneinheit

### 4.1 Interferometrie zur Übertragung der Längeneinheit auf verkörperte Maße

In den vorigen Kapiteln wurden die Grundlagen der heutigen Definition des Meters beschrieben. Dieses Kapitel gibt einen kurzen Überblick über die interferentielle Übertragung der Wellenlänge eines stabilisierten Lasers auf verkörperte Maßstäbe (sog. Endmaße, Bild 16), wie sie heute nach wie vor in Industrie und Technik verwendet werden.

Mit Hilfe eines Interferometers lässt sich die Länge eines Endmaßes auf die SI-Basiseinheit Meter zurückführen. Bei einer interferentiellen



Bild 16:  
Endmaßsatz für Kalibrierungen in der Industrie und Technik

Längenmessung wird die zu bestimmende Länge mit einer genau bekannten Wellenlänge verglichen. Dabei wird ausgenutzt, dass die Überlagerung zweier Lichtwellen der gleichen Wellenlänge ein Muster von hellen und dunklen Streifen (Interferenzmuster) ergibt. Wird das Interferenzmuster z. B. durch eine stehende Lichtwelle mit der Wellenlänge  $\lambda$  gebildet, die durch Reflexion einer Lichtwelle an einem verschiebbaren Spiegel entsteht, so entspricht der Abstand zweier aufeinander folgender heller Streifen gerade einer Verschiebung um eine halbe Wellenlänge  $\lambda/2$  der Lichtwelle.

Grob gesprochen zählt man nun die Anzahl der Wellenlängen ab, die auf die Länge des Maßes passen. Die Wellenlänge von grünem Licht beträgt etwa  $1/2000$  mm, sodass im Interferenzmuster auf eine Strecke von 1 m etwa 4 Millionen Streifen kommen. Das Abzählen der Streifen und die genaue Kenntnis der Wellenlänge ergeben dann die präzise Länge des Messobjektes.

Bei dieser Methode verwendet man im Allgemeinen ein modifiziertes Michelson-Interferometer (Bild 17). Die Strahlung eines stabilisierten Lasers wird in einem Strahlteiler auf die beiden Arme des Interferometers aufgeteilt. Der Strahl, der den Referenzarm durchläuft, wird an einem Referenzspiegel reflektiert. Im Messarm befindet sich das Endmaß, dessen Länge bestimmt werden soll. Während die Vorderfläche des Endmaßes direkt als Spiegel benutzt wird, wird an der Endfläche ein zusätzlicher Spiegel kontaktiert, sodass der Laserstrahl sowohl an der Frontfläche als auch an der Endfläche reflektiert wird. Am Strahlteiler überlagern sich diese beiden Teilstrahlen mit der Strahlung aus dem Referenzarm und erzeugen im Gesichtsfeld zwei Streifensysteme. In jedem Interferenzmuster entspricht der Streifenabstand einem Wegunterschied von  $\lambda/2$ .

Die Länge  $L$  eines Endmaßes lässt sich bei Kenntnis der Wellenlänge  $\lambda$  aus folgender Gleichung ermitteln:

$$L = (m + \epsilon) \cdot \lambda/2; m \in \mathbb{N}.$$

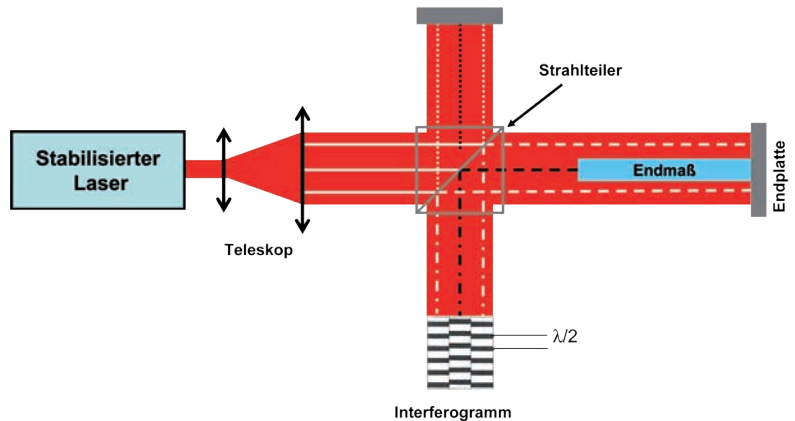


Bild 17:  
Prinzip eines Michelson-Interferometers für die Endmaßmessung.

Dabei beschreibt  $m$  die Anzahl der Interferenzordnung und  $\epsilon$  den verbleibenden Bruchteil einer Interferenzordnung. Den Bruchteil  $\epsilon$  ermittelt man aus dem Verhältnis Verschiebung der Interferenzstreifen zum Streifenabstand. Den ganzzahligen  $m$ -Wert bestimmt man aus einem bekannten Vorwert, den man durch Vergleich mit einer bekannten Länge erhält, oder durch die Verwendung mehrerer stabiler genau bekannter Wellenlängen. Berücksichtigt man noch den Brechungsindex der Luft  $n$ , so ergibt sich die Länge  $L$  des Endmaßes aus der Bestimmung von  $m$ ,  $\epsilon$  und der Frequenz  $\nu$  des Wellenlängennormals.

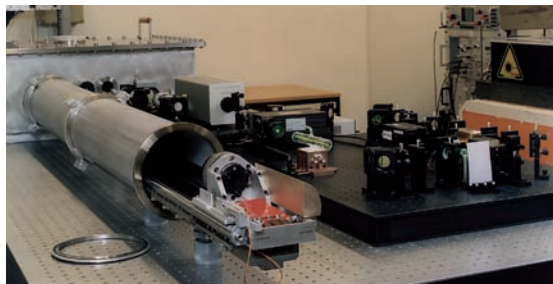
Unter optimalen Bedingungen lassen sich die Längen der Endmaße mit einer relativen Unsicherheit von wenigen  $10^{-8}$  bestimmen [9]. Im Allgemeinen werden diese Messungen durch die Oberflächenrauigkeit der Stirnflächen, die Reproduzierbarkeit der Endplattenanspannung und die Bestimmung des Brechungsindex begrenzt.

Eine detaillierte Beschreibung neuester interferometrischer Messtechniken findet sich in [66].

#### 4.2 Interferenzielle Wellenlängenbestimmung

Das Prinzip des Michelson-Interferometers eignet sich neben der Längenmessung von Endmaßen hervorragend für den präzisen Vergleich von Wellenlängen im gesamten sichtbaren und nahinfraroten Spektralbereich. Misst man eine definierte Verschiebung eines Spiegels  $\Delta L$  gleichzeitig mit zwei unterschiedlichen Wellenlängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$ , so gilt:  $\Delta L = m_1 \lambda_1 = m_2 \lambda_2$ , oder  $\lambda_2 = m_1/m_2 \lambda_1$ . Damit lässt sich eine unbekannte Wellenlänge  $\lambda_2$  aus

Bild 18:  
Interferometer zur  
Bestimmung von  
Wellenlängen stabili-  
sierter Laser



der bekannten Wellenlänge  $\lambda_1$  und der gemessenen Anzahl der Interferenzordnungen  $m_1, m_2$  berechnen.

Bild 18 zeigt ein Verschiebeinterferometer zur Bestimmung von Wellenlängen im sichtbaren und nahinfraroten Spektralbereich. Dieses Interferometer erreicht eine relative Messunsicherheit von  $2,5 \cdot 10^{-9}$  [67].

## 5 Weitergabe optischer Referenzfrequenzen und Wellenlängen über Glasfasern

Die in den bisherigen Kapiteln vorgestellten Methoden beruhen auf der genauen Kenntnis der optischen Frequenz der Wellenlängen-/Frequenznormale. Um dies dauerhaft zu gewährleisten, gehört es zur „guten wissenschaftlichen Praxis“, diese Normale in regelmäßigen Abständen zu vergleichen. Hierzu dienen z. B. Schlüsselvergleiche auf höchstem Niveau, wie sie vom internationalen Büro für Maß und Gewicht, BIPM, regelmäßig durchgeführt werden, oder die direkte Rückführung der optischen Frequenz auf die primären Zeitnormale (siehe Kap. 3).

Die in Kapitel 3.3 beschriebenen optischen Uhren erreichen Unsicherheiten, die deutlich geringer sind als die gegenwärtige Unsicherheit primärer Uhren [40], und sie sind gegenwärtig noch nicht transportabel.

Frequenzvergleiche mittels Satelliten sind ein seit Langem etabliertes Verfahren für Vergleiche zwischen primären Cs-Uhren der nationalen Metrologieinstitute, erreichen aber unter realistischen Beobachtungszeiten nicht die für optische Uhren erforderliche Genauigkeit [68]. Daher benötigen optische Uhren eine neue Vergleichsmethode, die es erlaubt, die Instabilität der Uhren innerhalb von wenigen Minuten oder maximal einigen Stunden zu erreichen. Als Alternative zu Frequenzvergleichen per Satellit wird gegenwärtig die Nutzung optischer Verbindungen per Glasfaser intensiv untersucht [69]. Der in der Telekommunikation genutzte Wellenlängenbereich um  $1,5 \mu\text{m}$  eignet sich besonders gut für die Überbrückung großer Entfernungen mittels Glasfasern, da hier Signale mit geringstem Verlust übertragen werden können. Einen Überblick über verschiedene Methoden für Frequenzvergleiche mittels Glasfaserverbindungen erhält man in [70].

In letzter Zeit haben sich zwei Methoden etabliert: die Übertragung eines hochstabilen Hochfrequenzsignals durch Amplitudenmodulation einer optischen Trägerwelle [71] und die direkte Übertragung einer hochstabilen optischen Trägerfrequenz [72]. Mit der ersten Methode wurde über eine Strecke von 86 km eine relative Frequenzinstabilität im Bereich von  $10^{-18}$  bei einer Mittelungszeit von einem Tag erreicht [73]. Für größere Entfernungen ergeben sich jedoch Probleme aufgrund der Signalabschwächung und der Dispersion der Glasfaser.

Die direkte Übertragung einer hochstabilen optischen Trägerfrequenz bietet den Vorteil, dass Stabilitätsverluste aufgrund der Konvertierung der Frequenz der optischen Uhr in den Hochfrequenzbereich und aufgrund von Verzerrungen der übertragenen Modulation vermieden werden. Optische Uhren in weit voneinander entfernten Labors können miteinander verglichen werden, indem man die Strahlung eines schmalbandigen Dauerstrichlasers über eine Glasfaserverbindung eines bereits bestehenden  $1,5 \mu\text{m}$ -Telekommunikationsnetzes überträgt und in beiden Laboratorien die Frequenz dieses Transferlasers mit der lokalen optischen Uhr vergleicht. Mithilfe von Frequenzkammgeneratoren kann das Frequenzverhältnis zwischen dem Transferlaser und der optischen Uhr auf relativ einfache Weise gemessen werden [74]. Hierfür eignen sich besonders dauerbetriebsfeste Femtosekunden-Faserlaser [75, 76]. In wenigen Stunden Messzeit kann ein solcher Frequenzvergleich eine relative Unsicherheit unter  $10^{-17}$  erreichen [62].

Ein grundsätzliches Problem aller Verfahren zur Frequenzübertragung mit Glasfasern ist die Beeinträchtigung der Stabilität durch Schwankungen der optischen Weglänge. Phasenfluktuationen der übertragenen optischen Trägerwelle werden beispielsweise durch geringfügige mechanische Beanspruchungen der Glasfaser und Änderungen der Umgebungstemperatur verursacht. Bei Langstreckenübertragungen dominieren auf langen Zeitskalen die Fluktuationen, die von Temperaturänderungen in der Faser hervorgerufen werden. Andere niederfrequente Störungen, wie z. B. Schwankungen der Polarisationsmodendispersion oder Temperaturänderungen im Messaufbau oder Geräten, können ebenfalls zu einer Verschlechterung der Langzeitstabilität führen. Rauschquellen, die auf kürzeren Zeitskalen eine Rolle spielen, sind unter anderem thermisches und  $1/f$ -Rauschen in Elektronikkomponenten, das Schrotrauschen der Photodetektion sowie Phasenrauschen, das in der Faser durch Konversion von Amplitudenrauschen entsteht. Um eine hochstabile Frequenzübertragung über eine Glasfaser zu gewährleisten, muss das Phasenrauschen der Übertragungstrecke typischerweise für alle Streckenlängen über 100 m

durch eine aktive optische Weglängenstabilisierung unterdrückt werden [77].

In Zusammenarbeit mit dem Deutschen Wissenschaftsnetz DFN, GasLINE (einem Anbieter von unbeschalteten Telekommunikations-Glasfaserkabeln deutscher Gasversorger und EnBs einem lokalen Anbieter für Energieversorgung und Telekommunikation) wurde eine ca. 73 km lange Faserverbindung zwischen der PTB und einem Labor des Instituts für Quantenoptik (IQ) an der Leibniz Universität Hannover in Betrieb genommen (Bild 19). Diese Faserverbindung erlaubt den direkten Vergleich hochstabiler Laser an zwei unterschiedlichen Orten mit einer Kurzzeitstabilität von  $\sigma_y(\tau) \approx 2 \cdot 10^{-15} (\tau s)^{-1}$  [78]. Wie aus Bild 20 ersichtlich, lassen sich damit die besten optischen Uhren innerhalb weniger Minuten mit einer Genauigkeit vergleichen, die nur durch die Uhren selbst begrenzt ist [79].

Die Fernleitungsnetze von Gasversorgungsunternehmen und lokalen Telekommunikationsanbietern bieten ein erhebliches Potenzial für die Entwicklung einer flächendeckenden Infrastruktur für Glasfaserverbindungen. Vor kurzem wurde von der PTB in Zusammenarbeit mit dem Max-Planck Institut für Quantenoptik, MPQ, in Garching eine weitere Versuchsstrecke für die erste Langstreckenübertragung einer optischen Trägerfrequenz über eine Distanz von 900 km in Betrieb genommen [80]. Damit erweitert sich die Streckenlänge in eine Größenordnung, die es ermöglichen würde, die hochstabilen und genauen Uhren in vielen europäischen Laboratorien zu vergleichen und moderne Systeme zur optischen Frequenzverteilung in realer Größe und unter typischen Umweltbedingungen zu untersuchen.

Die bisherigen Ergebnisse lassen erwarten, dass die Verwendung optischer Fasern für den Vergleich optischer Uhren in Europa eine hervorragende Alternative zu satellitenbasierten Frequenzvergleichen ist, wenn es gelingt, Anbieter zu finden, die den nationalen Metrologieinstituten einen Zugang zu einem europäischen Netzwerk ermöglichen und diese bei dem Aufbau nationaler Netze unterstützen.

Wir erwarten, dass dies zu neuen Anwendungen und bedeutenden Fortschritten in der gegenwärtigen Forschung führen wird. Mit der Übertragung einer hochstabilen Frequenz zu einem weit entfernten Anwender lassen sich vor Ort Frequenzen vom Mikrowellenfrequenzbereich bis in den sichtbaren Spektralbereich mit einer Stabilität erzeugen, wie sie bisher nur in wenigen Metrologieinstituten zur Verfügung steht. Anwendungen reichen von der Weitergabe der Längeneinheit bis hin zur Synchronisation von Teilchenbeschleunigern [81], räumlich vernetzten astronomischen Teleskopanlagen wie dem Atacama Large Millimeter Array [82], dem Deep Space Netzwerk der NASA [83] oder im Bereich der Interferometrie mit großer Basislänge (VLBI) [84].

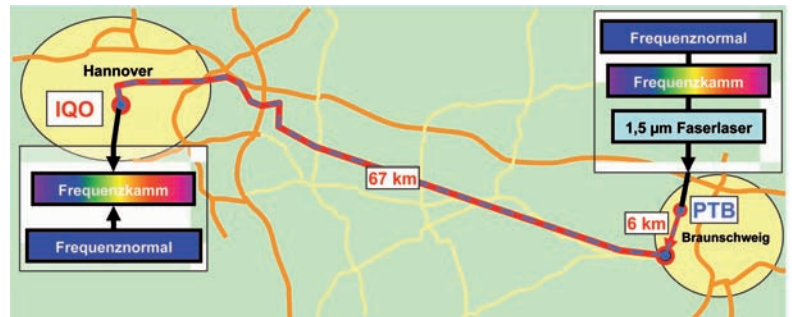


Bild 19:

Schema eines Vergleichs optischer Frequenznormale über eine kommerzielle Glasfaserverbindung (blaue und rote Linien). In der PTB wird ein Faserlaser bei einer Wellenlänge von 1,5 µm auf ein optisches Frequenznormal stabilisiert. Seine Strahlung wird mittels Glaserfaser zur Leibniz Universität in Hannover übertragen und dort mit der Frequenz eines Frequenznormals mit kalten Magnesiumatomen verglichen [79].

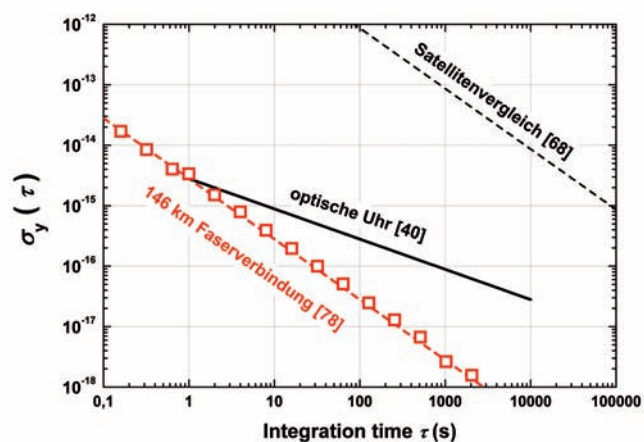


Bild 20:

Gemessene relative Instabilität der übertragenen optischen Frequenz nach 146 km (rote Quadrate) [78] im Vergleich zur Instabilität einer optischen Einzeluhrenuhr [40] (schwarze Linie) und eines Uhrenvergleichs mittels Satellit (gestrichelte Linie) [68].

Ein verfügbares europäisches Fasernetzwerk für die Übertragung hochstabiler Frequenzen könnte zur Verbesserung und Validierung satellitengestützter Zeit- und Frequenzübertragung und der weltweiten Satellitennavigation (GPS, Galileo) beitragen [85] oder zu neuen Anwendungen im Bereich der Geodäsie und fundamentalen Physik führen.

Nicht zuletzt wird auch die Weiterentwicklung optischer Uhren von einem Fasernetzwerk profitieren, da nur mit der Verfügbarkeit adäquater Vergleichsmöglichkeiten eine Neudefinition der SI-Sekunde auf der Grundlage optischer Uhren realistisch erscheint.

## Danksagung

Ich danke den Kollegen des Fachbereichs 4.3 „Quantenoptik und Längeneinheit“ Uwe Sterr, Gesine Grosche, Thomas Legero, Stefan Falke, Christian Lisdat und Christian Grebing sowie Fritz Riehle und Jürgen Helmcke für wertvolle Diskussionen und Unterstützung bei der Erstellung des Manuskriptes. ■

## Literaturverzeichnis

- [1] R. Rottländer: Vormetrische Längenmaße. [www.vormetrische-laengeneinheiten.de](http://www.vormetrische-laengeneinheiten.de) – Zugriff im Mai 2011
- [2] J. Köbel: Geometrie, Frankfurt 1598; siehe auch *Wolfgang Torge*: Geschichte der Geodäsie in Deutschland, de Gruyter, 2007.
- [3] Comptes Rendus de la 1<sup>e</sup> CGPM, 1890, 34, (1889).
- [4] A. A. Michelson and J. R. Benoit: Détermination expérimentale de la valeur du mètre en longueurs d'ondes lumineuses. *Trav. et Mem. BIPM* 11, 1, (1895).
- [5] Bayer-Helms, Friedrich: „Kösters, Wilhelm“, in: *Neue Deutsche Biographie* 12 (1979), S. 406–407 [Onlinefassung]; URL: <http://www.deutsche-biographie.de/pnd13614215X.html>
- [6] W. Kösters: Ein neuer Interferenzkomparator f. unmittelbaren Wellenlängenanschluß, in: *Zs. f. Feinmechan. Präzision* 34, S. (1926), 55–59;
- [7] *Mitt. der PTR* 11, (1927), S. 51
- [8] Kösters, W., and Engelhard, E.: *Procès Verbaux Com. Poids Mes.*, 11, 22, 137, (1950) Engelhard, E.: *Procès Verbaux Com. Poids Mes.*, 23, 165–169, (1952)
- [9] H. Darnedde: High-precision Calibration of Long Gauge Blocks Using the Vacuum Wavelength Comparator. *Metrologia*, 29, (1992), 349–359
- [10] H. Barrell: The Metre. *Contemp. Phys.* 3, (1962), 415–434. *Comptes Rendus de la 11<sup>e</sup> CGPM* (1960), 85, (1961).
- [11] T. Quinn: Practical realization of the definition of the metre, including recommended radiations of other optical frequency standards (2001). *Metrologia*, 40, (2003), 103–133
- [12] K. M. Evenson, J. S. Wells, F. R. Petersen, B. L. Danielson, and G. W. Day, R. L. Barger and J. L. Hall: Speed of light from direct frequency and wavelength measurement of the methane- stabilized laser. *Phys. Rev. Lett.*, 29, (1972), 1346–1349
- [13] *Comptes rendus de la 15<sup>e</sup> CGPM* (1975), 1976, 103; *Metrologia*, 11, (1975), 179–180
- [14] M. R. Pearlman, J. J. Degnar and J. M. Bosworth: The International Laser Ranging Service. *Adv. Space Res.* 30, (2002), 135–143. Für weiterführende Information siehe <http://www.iers.org/>.
- [15] S. Gerstenkorn and P. Luc: Atlas du spectre d'absorption de la molécule d'iode 14 800–20 000 cm<sup>-1</sup>. *Complement: Identification des transitions du système (B-X)*, Editions du CNRS, Paris, (1985).
- [16] A. Arie, S. Schiller, E. K. Gustafson, and R. L. Byer: Absolute frequency stabilization of diode-laser-pumped Nd:YAG lasers to hyperfine transitions in molecular iodine. *Opt. Lett.*, 17, (1992), 1204–1206,
- [17] A. Arie and R. L. Byer: Laser heterodyne spectroscopy of <sup>127</sup>I<sub>2</sub> hyperfine structure near 532 nm. *J. Opt. Soc. Am. B*, 10, (1993), 1990–1997,
- [18] J. Ye, L. Robertsson, S. Picard, L.-S. Ma, and J. L. Hall: Absolute Frequency Atlas of Molecular I<sub>2</sub> Lines at 532 nm., *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 48, (1999), 544–549
- [19] A. Yu. Nevsky, R. Holzwarth, M. Zimmermann, Th. Udem, T. W. Hänsch, J. von Zanthier, H. Walther, P. V. Pokasov, M. N. Skvortsov, S. N. Bagayev, H. Schnatz, F. Riehle: Frequency comparison of I<sub>2</sub> stabilized lasers at 532 nm and absolute frequency measurement of I<sub>2</sub> absorption lines. *Opt. Commun.*, 192, (2001), 263–272
- [20] S. A. Diddams, D. J. Jones, Jun Ye, S. T. Cundiff, J. L. Hall, J. K. Ranka, R. S. Windeler, R. Holzwarth, Th. Udem, T. W. Hänsch: Direct Link between Microwave and Optical Frequencies with a 300 THz Femtosecond Laser Comb. *Phys. Rev. Lett.*, 84, (2000), 5102–5105
- [21] P. A. Jungner, S. Swartz, M. Eickhoff, J. Ye, J. L. Hall, and S. Waltman: Absolute Frequency of the Molecular Iodine Transition R (56)32-0 Near 532 nm., *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 44, (1995), 151–154
- [22] J. L. Hall, L.-S. Ma, M. Taubman, B. Tiemann, F.-L. Hong, O. Pfister, and J. Ye: Stabilization and frequency measurement of the I<sub>2</sub>-Stabilized Nd:YAG laser. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 48, (1999), 583–586
- [23] M. Eickhoff and J. L. Hall: Optical Frequency Standard at 532 nm. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 44, (1995), 155–158
- [24] R. Storz, C. Braxmeier, K. Jäck, O. Pradl, and S. Schiller: Ultrahigh long-term dimensional stability of a sapphire cryogenic optical resonator. *Opt. Lett.*, 23, (1998), 1031–1033
- [25] J. H. Shirley: Modulation transfer processes in optical heterodyne saturation spectroscopy. *Optics Lett.*, 7, (1982), 537–539,
- [26] A. Arie, S. Schiller, E. K. Gustafson, and R. L. Byer: Absolute frequency stabilization of diode-laser-pumped Nd:YAG lasers to hyperfine transitions in molecular iodine. *Opt. Lett.*, 17, (1992), 1204–1206
- [27] A. Arie and R. L. Byer: Laser heterodyne spectroscopy of 127I<sub>2</sub> hyperfine structure near 532 nm. *J. Opt. Soc. Am. B*, 10, (1993), 1990–1997
- [28] H. Darnedde, W. R. C. Rowley, F. Bertinetto, Y. Millerioux, H. Haitjema, S. Wetzels, H. Piree, E. Prieto, M. Mar Perez, B. Vaucher, A. Chartier, J.-M. Chartier: International comparisons of He-Ne lasers stabilized with 127I<sub>2</sub> at λ=633 nm (July 1993 to September 1995). *Metrologia*, 36, (1999), 199–206
- [29] Evenson, K. M.; Day, G. W.; Wells, J. S. and Mullen, L. O.: Extension of absolute frequency measurements to the cw He-Ne laser at 88 THz (3.39 μm). *Appl. Phys. Lett.*, 20, (1972), 133–134
- [30] Schnatz, H.; Lipphardt, B.; Helmcke, J.; Riehle, F. and Zinner, G.: First Phase-Coherent Frequency Measurement of Visible Radiation., *Phys. Rev. Lett.*, 76, 18-21, (1996).
- [31] Chou, C. W.; Hume, D. B.; Koelmeij, J. C. J.; Wineland, D. J. and Rosenband, T.: Frequency Comparison of Two High-Accuracy Al<sup>+</sup> Optical Clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 104, (2010), 070802
- [32] Wilpers, G.; Oates, C. W.; Diddams, S. A.; Bartels, A.; Fortier, T. M.; Oskay, W. H.; Bergquist, J. C.; Jefferts, S. R.; Heavner, T. P.; Parker, T. E. and Hollberg, L.: Absolute frequency measurement of the neutral <sup>40</sup>Ca optical frequency standard at 657 nm based on microkelvin atoms. *Metrologia*, 44, (2007), 146–151

- [33] Ludlow, A. D.; Zelevinsky, T.; Campbell, G. K.; Blatt, S.; Boyd, M. M.; de Miranda, M. H. G.; Martin, M. J.; Thomsen, J. W.; Foreman, S. M.; Ye, J.; Fortier, T. M.; Stalnaker, J. E.; Diddams, S. A.; Coq, Y. L.; Barber, Z. W.; Poli, N.; Lemke, N. D.; Beck, K. M. and Oates, C. W.: Sr lattice clock at  $1 \cdot 10^{-16}$  fractional uncertainty by remote optical evaluation with a Ca clock. *Science*, **319**, (2008), 1805
- [34] Report of the 98<sup>th</sup> meeting of the Comité International des Poids et Mesures (CIPM), Bureau International des 9 Poids et Mesures (BIPM), Sevres, Paris Cedex ISSN 1016-5893 ISBN 13-978-92-822-2238-6 (2009)
- [35] Schneider, T.; Peik, E. and Tamm, C.: Sub-Hertz Optical Frequency Comparisons between Two Trapped  $^{171}\text{Yb}$  Ions. *Phys. Rev. Lett.*, **94**, (2005), 230801-1-4
- [36] C. Lisdat, J. S. R. Vellore Winfred, T. Middelmann, F. Riehle, and U. Sterr: Collisional losses, decoherence, and frequency shifts in optical lattice clocks with bosons. *Phys. Rev. Lett.*, **103**, (2009), 090 801
- [37] Nazarova, T.; Riehle, F. and Sterr, U.: Vibration-insensitive reference cavity for an ultra-narrow-linewidth laser. *Appl. Phys. B*, **83**, (2006), 531–536
- [38] Young, B. C.; Cruz, F. C.; Itano, W. M. and Bergquist, J. C.: Visible Lasers with Subhertz Linewidths. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, (1999), 3799–3802
- [39] Sherstov, I.; Okhapkin, M.; Lipphardt, B.; Tamm, C. and Peik, E.: Diode-laser system for high-resolution spectroscopy of the  $^2\text{S}_{1/2} \rightarrow ^2\text{F}_{7/2}$  octupole transition in  $^{171}\text{Yb}^+$ . *Phys. Rev. A*, **81**, (2010) 021805(R)-1-4
- [40] Chou, C. W.; Hume, D. B.; Rosenband, T. and Wineland, D. J.: Optical Clocks and Relativity. *Science*, **329**, (2010), 1630–1633
- [41] A. Bauch: in diesem Heft Seite 23
- [42] Kersten, P.; Mensing, F.; Sterr, U. and Riehle, F.: A transportable optical calcium frequency standard. *Appl. Phys. B*, **68**, (1999), 27–38
- [43] Wilpers, G.; Oates, C. and Hollberg, L.: Improved uncertainty budget for optical frequency measurements with microkelvin neutral atoms: Results for a high-stability  $^{40}\text{Ca}$  optical frequency standard. *Appl. Phys. B*, **85**, (2006), 31–44
- [44] F. Sorrentino, G. Ferrari, N. Poli, R. Drullinger and G. M. Tino: Laser cooling and trapping of atomic strontium for ultracold atoms physics, high-precision spectroscopy and quantum sensors. *Mod. Phys. Lett. B*, **20**, (2006), 1287
- [45] Hidetoshi Katori, Masao Takamoto, V. G. Pal'chikov and V. D. Ovsiannikov: Ultrastable Optical Clock with Neutral Atoms in an Engineered Light Shift Trap. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, (2003), 173005
- [46] Hidetoshi Katori, Tetsuya Ido and Makoto Kuwata-Gonokami: Optimal Design of Dipole Potentials for Efficient Loading of Sr Atoms. *Journal of the Physical Society of Japan*, **68**, (1999), 2479–2482
- [47] R. H. Dicke: The Effect of Collisions upon the Doppler Width of Spectral Lines. *Phys. Rev.*, **89**, (1953), 472
- [48] M. Takamoto, F.-L. Hong, R. Higashi, H. Katori: An optical lattice clock. *Nature*, **435**, (2005), 321
- [49] Private Mitteilung E. Rasel, Universität Hannover.
- [50] Katori, H.; Gill, P. (ed.): Spectroscopy of strontium atoms in the Lamb-Dicke confinement. Proceedings of the Sixth Symposium on Frequency Standards and Metrology, 9–14 September 2001, St. Andrews, Scotland, World Scientific, (2002), 323–330
- [51] C. W. Hoyt, Z. W. Barber, C. W. Oates, T. M. Fortier, S. A. Diddams, and L. Hollberg: Observation and absolute frequency measurements of the  $^1\text{S}_0 \rightarrow ^3\text{P}_0$  optical clock transition in neutral ytterbium. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, (2005), 083003
- [52] H. Hachisu, K. Miyagishi, S. G. Porsev, A. Derevianko, V. D. Ovsiannikov, V. G. Pal'chikov, M. Takamoto, and H. Katori: Trapping of Neutral Mercury Atoms and Prospects for Optical Lattice Clocks. *Phys. Rev. Lett.*, **100**, (2008), 053001
- [53] Ludlow, A. D.; Zelevinsky, T.; Campbell, G. K.; Blatt, S.; Boyd, M. M.; de Miranda, M. H. G.; Martin, M. J.; Thomsen, J. W.; Foreman, S. M.; Ye, J.; Fortier, T. M.; Stalnaker, J. E.; Diddams, S. A.; Coq, Y. L.; Barber, Z. W.; Poli, N.; Lemke, N. D.; Beck, K. M. and Oates, C. W.: Sr lattice clock at  $1 \cdot 10^{-16}$  fractional uncertainty by remote optical evaluation with a Ca clock. *Science*, **319**, (2008), 1805
- [54] Campbell, G. K.; Ludlow, A. D.; Blatt, S.; Thomsen, J. W.; Martin, M. J.; de Miranda, M. H. G.; Zelevinsky, T.; Boyd, M. M.; Ye, J.; Diddams, S. A.; Heavner, T. P.; Parker, T. E. and Jefferts, S. R.: The absolute frequency of the  $^{87}\text{Sr}$  optical clock transition. *Metrologia*, **45**, (2008), 539
- [55] Le Targat, R.; Baillard, X.; Fouché, M.; Bruschi, A.; Tcherbakoff, O.; Rovera, G. D., Lemonde, P.: Accurate optical lattice clock with  $^{87}\text{Sr}$  atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, (2006), 130801
- [56] Baillard, X.; Fouché, M.; Targat, R. L.; Westergaard, P. G.; Lecallier, A.; Chapelet, F.; Abgrall, M.; Rovera, G. D.; Laurent, P.; Rosenbusch, P.; Bize, S.; Santarelli, G.; Clairon, A.; Lemonde, P.; Grosche, G.; Lipphardt, B. and Schnatz, H.: An optical lattice clock with spin-polarized  $^{87}\text{Sr}$  atoms. *Eur. Phys. J. D*, **48**, (2008), 11
- [57] Hong, F.-L.; Musha, M.; Takamoto, M.; Inaba, H.; Yanagimachi, S.; Takamizawa, A.; Watabe, K.; Ikegami, T.; Imae, M.; Fujii, Y.; Amemiya, M.; Nakagawa, K.; Ueda, K. and Katori, H.: Measuring the frequency of a Sr optical lattice clock using a 120 km coherent optical transfer. *Opt. Lett.*, **34**, (2009), 692
- [58] Lisdat, C.; Vellore Winfred, J. S. R.; Middelmann, T.; Riehle, F. & Sterr, U.; "Collisional Losses, Decoherence, and Frequency Shifts in Optical Lattice Clocks with Bosons," *Phys. Rev. Lett.*, **103**, 090801 (2009).
- [59] St. Falke, H. Schnatz, J. S. R. Vellore Winfried, Th. Middelmann, St. Vogt, S. Weyers, B. Lipphardt, G. Grosche, F. Riehle, U. Sterr, Ch. Lisdat: The  $^{87}\text{Sr}$  optical frequency standard at PTB. arXiv:1104.4850
- [60] Udem, T.; Reichert, J.; Holzwarth, R. and Hänsch, T. W.: Accurate measurement of large optical frequency differences with a mode-locked laser. *Opt. Lett.*, **24**, (1999), 881–883

- [61] *Sterr, U.; Legero, T.; Kessler, T.; Schnatz, H.; Grosche, G.; Terra, O. and Riehle, F.*: Ultrastable lasers – new developments and applications. *Proc. SPIE*, **7431**, (2009), 74310A-1-14,
- [62] *Grosche, G.; Lipphardt, B. and Schnatz, H.*: Optical frequency synthesis and measurement using fibre-based femtosecond lasers. *Eur. Phys. J. D*, **48**, (2008), 27–33,
- [63] *Bartels, A.; Diddams, S. A.; Oates, C. W.; Wilpers, G.; Bergquist, J. C.; Oskay, W. H. and Hollberg, L.*: Femtosecond-laser-based synthesis of ultrastable microwave signals from optical frequency references. *Opt. Lett.*, **30**, (2005), 667–669,
- [64] *Fortier, T. M.; Bartels, A. and Diddams, S. A.*: Octave-spanning Ti:sapphire laser with a repetition rate >1 GHz for optical frequency measurements and comparisons. *Opt. Lett.*, **31**, (2006), 1011–1013
- [65] *Tausler, F.; Leitenstorfer, A. and Zinth, W.*: Amplified femtosecond pulses from an Er: fiber system: Nonlinear pulse shortening and self-referencing detection of the carrier-envelope phase evolution. *Opt. Express*, **11**, (2003), 594–600
- [66] *Schödel, R.*: Ultrahigh accuracy thermal expansion measurement with PTB's Precision Interferometer. *Meas. Sci. Technol.* **19**, (2008), 084033
- [67] private Mitteilung U. Sterr
- [68] *Bauch, A.; Achkar, J.; Bize, S.; Calonico, D.; Dach, R.; Hlavač, R.; Lorini, L.; Parker, T.; Petit, G.; Piester, D.; Szymaniec, K. and Urich, P.*: Comparison between frequency standards in Europe and the USA at the  $10^{-15}$  uncertainty level. *Metrologia*, **43**, (2006), 109–120
- [69] *Masaki, A.; Michito, I.; Yasuhisa, F.; Tomonari, S.; Shin-Ichi, O.; Shin-Ichi, A.; Yoshihiro, T. and Masami, K.*: Time and frequency transfer and dissemination methods using optical fiber network,” *IEEE Trans. FM*, **126**, (2006), 458
- [70] *Foreman, S. M.; Holman, K. W.; Hudson, D. D.; Jones, D. J. and Ye, J.*: Remote transfer of ultrastable frequency references via fiber networks. *Rev. Sci. Instrum.*, **78**, (2007), 021101
- [71] *Narbonneau, F.; Lours, M.; Bize, S.; Clairon, A.; Santarelli, G.; Lopez, O.; Daussy, C.; Amy-Klein, A. and Chardonnet, C.*: High resolution frequency standard dissemination via optical fiber metropolitan network. *Rev. Sci. Instrum.*, **78**, (2007), 064701
- [72] *G. Grosche, B. Lipphardt, H. Schnatz, G. Santarelli, P. Lemonde, S. Bize, M. Lours, F. Narbonneau, A. Clairon, O. Lopez, A. Amy-Klein, C. Chardonnet*: Transmission of an optical carrier frequency over a telecommunication fiber link. *CLEO 2007 Technical Digest* (Baltimore, USA 2007). DOI: 10.1109/CLEO.2007.4452577
- [73] *Lopez, O.; Amy-Klein, A.; Daussy, C.; Chardonnet, C.; Narbonneau, F.; Lours, M. and Santarelli, G.*: 86-km optical link with a resolution of  $2 \cdot 10^{-18}$  for RF frequency transfer. *Eur. Phys. J. D*, **48**, (2008), 35
- [74] *J. Stenger, H. Schnatz, Chr. Tamm, H. R. Telle*: Ultraprecise measurement of optical frequency ratios. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, (2002), 073601
- [75] *Kubina, P.; Adel, P.; Adler, F.; Grosche, G.; Hänsch, T. W.; Holzwarth, R.; Leitenstorfer, A.; Lipphardt, B. and Schnatz, H.*: Long term comparison of two fiber based frequency comb systems. *Opt. Express*, **13**, (2005), 904, and references therein.
- [76] *H. Inaba, Y. Daimon, F.-L. Hong, A. Onae, K. Minoshima, Th. R. Schibli, H. Matsumoto, M. Hirano, T. Okuno, M. Onishi, and M. Nakazawa*: Long-term measurement of optical frequencies using a simple, robust and low-noise fiber based frequency comb. *Opt. Express*, **14**, (2006), 5223
- [77] *L.-S. Ma, P. Jungner, J. Ye, J. L. Hall*: Delivering the same optical frequency at two places: accurate cancellation of phase noise introduced by an optical fiber or other time-varying path. *Opt. Lett.*, **19**, (1994), 1777
- [78] *Grosche, G.; Terra, O.; Predehl, K.; Holzwarth, R.; Lipphardt, B.; Vogt, F.; Sterr, U. and Schnatz, H.*: Optical frequency transfer via 146 km fiber link with  $10^{-19}$  relative accuracy. *Opt. Lett.*, **34**, (2009), 2270–2272
- [79] *Pape, A.; Terra, O.; Friebe, J.; Riedmann, M.; Wübbena, T.; Rasel, E. M.; Predehl, K.; Legero, T.; Lipphardt, B.; Schnatz, H. and Grosche, G.*: Long-distance remote comparison of ultrastable optical frequencies with  $10^{-15}$  instability in fractions of a second. *Opt. Express*, **18**, (2010), 21477–21483
- [80] *Schnatz, H.; Terra, O.; Predehl, K.; Feldmann, T.; Legero, T.; Lipphardt, B.; Sterr, U.; Grosche, G.; Hansch, T. W.; Holzwarth, R.; Udem, T.; Lu, Z.; Wang, L.; Ertmer, W.; Friebe, J.; Pape, A.; Rasel, E.-M.; Riedmann, M.; Wübbena, T.*: Phase-coherent frequency comparison of optical clocks using a telecommunication fiber link. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, *IEEE Transactions on* **57**, (2010), 175–181
- [81] *J. Frisch, D. Bernstein, D. Brown and E. Cisneros*: A high stability, low noise rf distribution system. *Proc. IEEE Particle Accelerator Conference 2002*, **2**, (2002), p. 816
- [82] *W. Shillue*: Fiber distribution of local oscillator for Atacama Large Millimeter Array. *Proc. OFC/NFOEC 2008* (San Diego, USA 2008), (2008), p. 1. *B. Shillue*: ALMA Memo 443 (2002); [www.alma.naro.edu/memos/](http://www.alma.naro.edu/memos/)
- [83] *M. Calhoun, S. Huang, R. L. Tjoelker*: Stable photonic links for frequency and time transfer in the Deep Space Network and antenna arrays. *Proc. IEEE* **95**, (2007), 1931
- [84] *K. H. Sato et al.*: Application of phase-stabilized optical fiber in transmission of reference and IF signals in VLBI observation. *IEEE Trans. IM*, **41**, (1992), 385
- [85] *S. W. Lee, B. E. Schutz, C.-B. Lee and S. H. Yang*: A study on the Common-View and All-in-View GPS time transfer using carrier-phase measurements. *Metrologia*, **45**, (2008), 156–167

# Zeit – Die SI-Basiseinheit Sekunde

Andreas Bauch\*

## Gliederung

- 1 Einleitung
- 2 Die Definitionen der Zeiteinheit
- 3 Realisierung der SI-Sekunde
- 4 Atomzeitskalen: TAI und UTC
- 5 Zeit- und Frequenzvergleiche
- 6 Verbreitung der Zeit für die Gesellschaft
- 7 Zeit und fundamentale Fragen der Physik
- 8 Nachwort

## 1 Einleitung

„Die Zeit, die ist ein sonderbar Ding...“<sup>(1)</sup>. In der Tat nimmt die SI-Basiseinheit „Sekunde“ unter den Einheiten eine Sonderstellung ein: Sie ist die mit Abstand am genauesten realisierte SI-Einheit. Daher werden andere Basiseinheiten mit Bezug auf die Sekunde definiert oder realisiert. So ist seit 1983 das Meter eine abgeleitete Einheit, definiert als die Strecke, die Licht im Vakuum in  $1/299\,792\,458$  Sekunden zurücklegt. Die Realisierung des Volt, der Einheit der elektrischen Spannung, nutzt den Josephson-Effekt aus, der das Volt über das Verhältnis zweier Naturkonstanten,  $h/(2e)$  ( $e$ : Elementarladung,  $h$ : Planck-Konstante) mit einer Frequenz verknüpft. All das wird in den entsprechenden Aufsätzen in dieser Publikation zur Sprache kommen. Aber da ist noch Weiteres bemerkenswert. Das einzige Messinstrument, das die meisten Menschen im täglichen Leben bei sich tragen, ist eine Uhr. Zeit berührt jeden Menschen (in unserer Zivilisation zumindest) täglich. Die Angabe der für das tägliche Leben maßgeblichen Uhrzeit ist seit Jahrhunderten ein Privileg der Obrigkeit in Stadt und Land, und die praktische Durchführung dieser Arbeit ist mit Ansehen und unmittelbarem Einfluss auf das Leben der Menschen verbunden. Der Übergang von der astronomischen zur Atomuhren-basierten Zeitbestimmung – Gegenstand von Kapitel 2 – war daher mit allerlei Disput in den beteiligten wissenschaftlichen Kreisen verbunden. In Ländern mit einer weniger klaren gesetzlichen Regelung der

Verantwortlichkeiten, als sie in unserem Land das Einheiten- und Zeitgesetz schafft, hält die Rivalität zwischen den Interessengruppen bis heute an. Die Arbeiten in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt (PTR) in den frühen dreißiger Jahren, fortgesetzt in der PTB Braunschweig nach 1950, haben einen wesentlichen Anstoß zu diesem Übergang gegeben

Nach einer kurzen Darstellung früherer Definitionen der Zeiteinheit folgen Kapitel zur gegenwärtigen Definition und damit zur Caesiumatomuhr und zur internationalen Zusammenarbeit auf dem Gebiet der Zeitmessung. Kapitel 6 behandelt dann die von der PTB bereitgestellten populären Dienste zur Verbreitung der gesetzlichen Zeit Deutschlands. Die Forschung auf dem Gebiet der Uhrenentwicklung hat bis heute hohe Konjunktur. Gelingt es einer Forschergruppe, Fortschritte in Richtung auf eine noch genauere Uhr anzukündigen, so kann sie sich des Interesses der Medien sicher sein. In Kapitel 7 wird eine Antwort skizziert, wem der Gewinn an Genauigkeit zum Nutzen gereicht.

## 2 Die Definitionen der Zeiteinheit

### 2.1 Die Erdrotation als Maß der Zeit

Das für den Menschen natürliche Zeitmaß ist der durch die Drehung der Erde um ihre Achse definierte Tag. Er wird, alter kultureller Tradition folgend, in 24 Stunden zu 60 Minuten zu 60 Sekunden unterteilt [1, 2]. Weist man dem täglichen Höchststand der Sonne jeweils den Zeitpunkt 12 Uhr zu, so ergibt sich als Zeitspanne dazwischen der wahre Sonnentag. Wegen der Neigung der Erdachse bezogen auf die Ebene der Erdbahn um die Sonne und wegen der Ellipsenform der Erdbahn ändert sich seine Dauer während eines Jahres um bis zu  $\pm 30$  s. Eine Mittelung über die Tageslängen eines Jahres führt zur mittleren Sonnenzeit, deren Zeitmaß der mittlere Sonnentag  $d_m$  ist. Bis zum Jahr 1956 diente dessen  $86\,400$ . Teil als die Zeiteinheit Sekunde. Sie wurde mithilfe von hochgenauen mechanischen Pendeluhren und später

\* Dr. Andreas Bauch, Arbeitsgruppe "Zeitübertragung"  
E-Mail: andreas.bauch@ptb.de

<sup>1</sup> Hugo von Hoffmannsthal, Libretto zur Oper „Der Rosenkavalier“



Quarzuhren realisiert, um zum einen Zeitmaße und zum anderen die Einheit Hertz ( $\text{Hz} = 1/\text{s}$ ) für Frequenzmessungen verfügbar zu machen. Die auf den durch Greenwich bei London verlaufenden Nullmeridian bezogene mittlere Sonnenzeit wird Weltzeit UT (Universal Time) genannt.

Falls man Zeitmaße und Zeitskalen direkt aus den Registrierungen der Zeitpunkte von Stern-durchgängen durch den lokalen Meridian ableitet, so sind diese durch die Lageänderungen der Rotationsachse im Erdkörper, die sogenannte *polar motion*, verfälscht. Diese erfolgt insbesondere mit etwa 14-monatiger Periode und darüber hinaus zufällig. In der UT1 genannten Zeitskala sind die vorhersagbaren, periodischen Anteile beseitigt, sodass UT1 (nahezu) proportional zum Drehwinkel der Erde ist. Aus den langjährigen Aufzeichnungen von Planetenpositionen und der Mondbahn relativ zum Sternenhimmel – datiert in UT1 – erkannte man allerdings, dass auch die Dauer des mittleren Sonnentages fortlaufenden Änderungen unterworfen ist [3]. Es gibt zum einen eine allmähliche Abbremsung der Erdrotation durch Gezeitenreibung. So hatte vor 400 Millionen Jahren das Jahr 400 Tage. Massenverlagerungen im Inneren des Erdkörpers und großräumige Änderungen der Meeresströmungen und der Atmosphäre führen zum anderen zu einer Änderung des Trägheitsmoments der rotierenden Erde und damit ihrer Rotationsperiode. Diese teils verstandenen, teils unvorhersehbaren Effekte überdecken die allmähliche Abbremsung, und über den Nachweis der resultierenden jahreszeitlichen Schwankungen wird noch zu reden sein.

## 2.2 Zeit und Frequenz in der PTR und in den Anfangsjahren der PTB

Vergleicht man die in Bild 1 gezeigte Quarzuhr, wie sie in den dreißiger Jahren des letzten Jahrhunderts an der PTR entwickelt wurde, mit dem, was wir heute als Armbanduhr mit uns tragen, so wird der Begriff der „Quarzrevolution“ [4] ganz augenfällig. Der Beitrag der PTR und später der PTB speziell zu dieser modernen Entwicklung ist zwar vergleichsweise klein gewesen, wesentlich waren die Erfolge der PTR aber als Initialzündung für die Abkehr von der astronomischen Zeitbestim-

mung. Auslöser der Arbeiten in der PTR war das Aufkommen des drahtlosen Nachrichtenverkehrs und die Notwendigkeit, die Sendefrequenzen im kHz- und MHz-Bereich messen zu können. Hierzu entwickelten E. Giebe und A. Scheibe Frequenznormale in der Gestalt von Leuchtresonatoren: kleine mit Elektroden versehene Quarzstäbe in mit Neon-Helium Gasgemisch gefüllten Glaskolben, die zu einer Glimmentladung angeregt wurden, sobald die Frequenz eines elektrischen Wechselfeldes an den Elektroden mit einer der mechanischen Eigenfrequenzen des Schwingquarzes übereinstimmte [5]. Die relative Messunsicherheit lag bei  $10^{-6}$  bis  $10^{-7}$ . Unter Beibehaltung der Form der Schwingquarze wurden diese später in eine elektrische Oszillatorschaltung integriert, ähnlich wie es zuvor W. G. Cady, G. W. Pierce und W. A. Marrison gezeigt hatten [6]. In der PTR entstanden dann bis 1945 insgesamt 13 Quarzuhren. Ihre gegenüber Pendeluhr überlegene Gangstabilität motivierte das Geodätische Institut Potsdam und die Seewarte Hamburg, vier bzw. zwei solcher Uhren nach dem PTR-Konstruktionsprinzip nachzubauen.

Um den Anschluss der mit den Quarzuhren realisierten Frequenz an die astronomisch definierte Einheit zu realisieren, empfing die PTR die Signale des Zeitzeichensenders Nauen, kontrolliert von der Seewarte Hamburg, sowie der Sender Rugby (UK) und Bordeaux (F), die alle im Lauf eines Tages Zeitzeichen im Frequenzband um 16 kHz (Wellenlänge 18,5 km) ausstrahlten. Im Gang der Quarzuhren, relativ zu den empfangenen Zeitzeichen und korrigiert um die nachträglich publizierten „Verbesserungen“ der Sendezeiten, traten langfristige offenbar deterministische Schwankungen auf. Als diese an mehreren hinreichend verschieden konstruierten Uhren auftraten, werteten A. Scheibe und U. Adelsberger dies bereits 1936 als Hinweis auf periodische Schwankungen der Periode der Erdrotation [7]. Mit großer Akribie versuchten sie, die Qualität ihrer Uhren zu verbessern und zu dokumentieren, wobei zunächst weniger die Astronomen, in deren Kreisen die Unregelmäßigkeit der Erdrotation sehr wohl bekannt war, sondern die Verfechter der Überlegenheit mechanischer Pendeluhr zu überzeugen waren [8]. In Bild 2 ist das wohl am häufigsten publizierte Messergebnis dargestellt, das

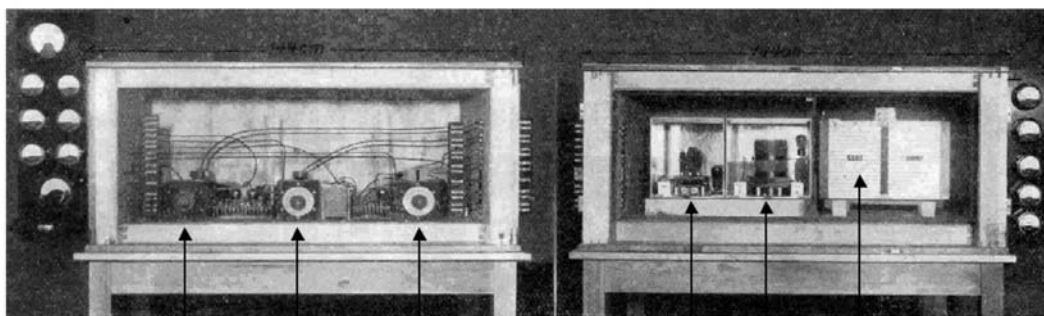


Bild 1: Quarzuhr der PTR, entstanden nach 1935; die Pfeile deuten von links nach rechts auf 3 Frequenzteiler, 3:1, 10:1, 6:1, auf Verstärker, Steuersender und ganz rechts auf den inneren Thermostaten mit dem Schwingquarz.

mit der Quarzuhr III gewonnen wurde. Nach dem Krieg haben A. Scheibe und U. Adelsberger diese Phase der PTR-Arbeit detailliert niedergeschrieben [9]. Sie verwendeten später erhebliche Mühe, eine Gesetzmäßigkeit der Schwankungen der Erdrotationsperiode nachzuweisen. Inzwischen ist mit weitaus verbesserten Beobachtungsmethoden und Uhren gezeigt worden, dass man aus der Erdrotation die Zeiteinheit nur mit einer relativen Unsicherheit ableiten kann, die mehrere  $10^{-8}$  beträgt: Neben den periodischen gibt es eben auch nicht vorhersagbare Änderungen des Trägheitsmoments der Erde.

Nach dem 2. Weltkrieg wurde in der PTB die Entwicklung von Quarzuhren wieder aufgenommen und diese bis in die sechziger Jahre hinein in den Quarzuhrenkellern des Giebe-Baus betrieben [10]. Man strebte an, die Abhängigkeit der Uhrenfrequenz von Temperatur, Luftdruck und elektrischen Betriebsparametern und die typische Alterung des Quarzresonators, die zu einer Drift der Uhrenfrequenz führt, zu minimieren. Die Erzeugung von Normalfrequenz und Zeitzeichen zur Aussendung mit dem Langwellensender DCF77 (siehe Kapitel 6) basierte bis Mitte 1970 auf Quarzuhren, ehe am Sender Mainflingen Rubidiumatomuhren installiert wurden [11].

### 2.3 Der Jahreslauf als Maß der Zeit – die Ephemeridensekunde

Die Erde beschreibt jährlich einen scheinbar gleichförmigen Umlauf um die Sonne. Die Umlaufperiode wurde daher für die Festlegung der Zeiteinheit vorgeschlagen und 1956 die Sekunde als ein Bruchteil des sogenannten tropischen Jahres neu definiert, Ephemeridensekunde genannt. Das tropische Jahr ist die Zeitdauer zwischen zwei aufeinander folgenden Frühlings-Tag-und-Nacht-Gleichen. Da diese Zeitspanne wegen Präzession und Nutation der Erdachse in bekannter, gesetzmäßiger Weise veränderlich ist, bezog man sich auf das differentielle tropische Jahr mit dem 31. Dezember 1899, zwölf Uhr Weltzeit, als Mittelpunkt [12, 13]. Die festgelegte Zahl der Weltzeitsekunden in diesem tropischen Jahr stützt sich auf eine Berechnung von Simon Newcomb aus dem Jahr 1895, der astronomische Beobachtungen aus den Jahren 1750–1892 ausgewertet und das mittlere Verhältnis der Perioden von Erdrotation und Erdumlauf ermittelt hatte.

Aus dem Erdumlauf können Zeitpunkte allerdings nicht so genau abgelesen werden, dass tatsächlich jemals eine in der Praxis verfügbare genauere Zeiteinheit abgeleitet werden konnte. Hier brachte erst die „atomare“ Definition der Zeiteinheit einen wirklichen Fortschritt. Man könnte dies alles als eine Episode in der Geschichte abtun, doch gibt es Auswirkungen bis zum heu-

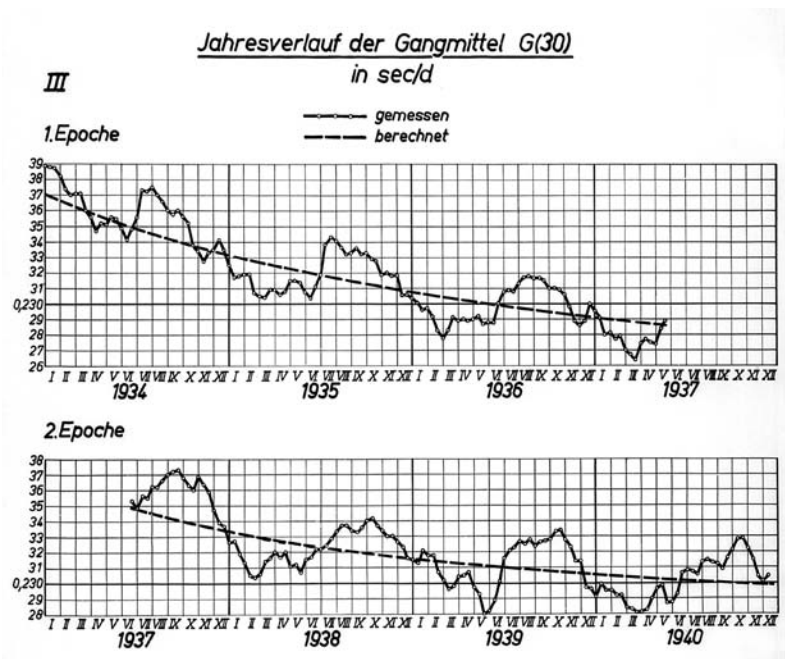


Bild 2: Gang der Quarzuhr III der PTR bezogen auf eine mit der astronomischen Zeitskala verbundenen Leituhr; die jahreszeitlichen Schwankungen überlagern sich der durch Alterung bedingten systematischen Gangänderung (gestrichelte Kurve); die vertikale Skala entspricht der Tageslänge minus 86 400 s in Sekunden.

tigen Tag. Da sich nämlich die Erde während der von Newcomb betrachteten Zeitspanne schneller gedreht hatte als heute, sind per Definition Atomsekunden wie auch Ephemeridensekunden kürzer als Weltzeitsekunden unserer Tage. Das beschert uns bis heute die Schaltsekunden [13].

### 2.4 Die „atomare“ Sekundendefinition

Die Wechselwirkung zwischen dem positiv geladenen Kern und der Hülle aus negativ geladenen Elektronen der Atome führt zur Ausbildung von stabilen Konfigurationen der Elektronenhülle, deren Gesetzmäßigkeiten die Quantenmechanik angibt. Diese Theorie sagt u. a. voraus, wie die Bindungsenergie dieser Konfigurationen, auch Eigenzustände des Atoms genannt, von Fundamentalkonstanten, wie dem Elektron zu Proton-Massenverhältnis, der Elementarladung, der Lichtgeschwindigkeit und der sogenannten Feinstrukturkonstanten  $\alpha$  abhängen. Zu den Grundannahmen der meisten physikalischen Theorien zählt, dass die Bezeichnung „Konstanten“ gerechtfertigt ist, der Energieabstand zwischen Eigenzuständen daher ebenfalls konstant ist. Schon 1870 hatte der englische Physiker James Clerk Maxwell vorgeschlagen, grundsätzlich derartige Naturkonstanten für die Festlegung der physikalischen Einheiten zu verwenden und sich nicht auf von der Erde gelieferte Maße, wie die Tageslänge für die Sekunde oder den Erdumfang für das Meter, zu beziehen.

Ein Übergang zwischen zwei atomaren Eigenzuständen mit einer Energiedifferenz  $\Delta E$  ist mit

der Absorption oder Emission elektromagnetischer Strahlung der Frequenz  $f = \Delta E/h$  verknüpft. Die Frequenz  $f$  bzw. die Periodendauer  $1/f$  einer solchen Strahlung ist nach dem Voranstehenden prinzipiell konstant, anders als die Periode der Erdrotation, erst recht aber als die Schwingungsdauer eines Pendels. Ein bestimmtes Vielfaches von  $1/f$  könne man als neue Zeiteinheit definieren; so schlug es der Engländer Louis Essen schon 1955 vor, und zwar unter Verwendung des Übergangs zwischen den Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustands des Atoms Caesium-133. Doch war die Zeit für einen solchen radikalen Wechsel des Konzepts der Sekundendefinition damals noch nicht reif. Essen und seine Mitarbeiter hatten kurz zuvor die erste Caesiumatomuhr (kurz Cs-Uhr) am englischen National Physical Laboratory, Teddington, zur Funktion gebracht [14]. Von 1955 bis 1958 wurde in Zusammenarbeit mit dem United States Naval Observatory, Washington, die Dauer der damals gültigen Zeiteinheit, der erwähnten Ephemeridensekunde, zu 9 192 631 770 Perioden der Cs-Übergangsfrequenz bestimmt [15]. Eine Erörterung der Messunsicherheit für diesen Zahlenwert lieferte den Wert 20, jedoch glaubt niemand ernsthaft, dass man die Dauer der Ephemeridensekunde tatsächlich auf relativ  $2 \cdot 10^{-9}$  angeben konnte. Dessen ungeachtet bildete dieses Messergebnis die Grundlage der dann 1967 von der 13. Generalkonferenz für Maß und Gewicht (CGPM) beschlossenen und bis heute gültigen Definition der Zeiteinheit im Internationalen Einheitensystem (SI):

„Die Sekunde ist das 9 192 631 770fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids  $^{133}\text{Cs}$  entsprechenden Strahlung.“

Mitte der fünfziger Jahre begannen in der PTB Arbeiten an Atomfrequenznormalen. Neben frühen Arbeiten am Caesium wurde die 23,8 GHz-Inversionsschwingung im  $\text{NH}_3$ -Molekül im sogenannten Ammoniakmaser angeregt und später der 1,4 GHz-Übergang im atomaren Wasserstoff für den Bau eines Wasserstoffmasers verwendet. Letztlich erfolgreich verlief aber nur die Entwicklung der Caesiumatomuhr im Labor „Zeiteinheit“ unter der Leitung von Gerhard Becker, auf die anschließend näher eingegangen wird.

### 3 Realisierung der SI-Sekunde

#### 3.1 Die Caesiumatomuhr

Man kann sich jede Uhr als aus drei Teilen zusammengesetzt denken: einem Taktgeber (Pendel, Unruh, Schwingung eines Quarzes), einem Zählwerk, das die Taktereignisse zählt und ihre Anzahl zur Anzeige bringt, sowie einer Energiequelle (Gewichte, Feder, elektrische Energie aus Batterie oder Stromanschluss). Das Besondere einer Atomuhr liegt nun darin, den Takt von einzelnen, freien Atomen abzuleiten, was im Prinzip mit verschiedenen Elementen möglich ist. Das Isotop Caesium-133 erwies sich als besonders geeignet, weil man mit vergleichsweise einfachen Mitteln eine hoch-genaue und zugleich betriebssichere und kompakte Uhr bauen kann.

Bild 3 soll das Funktionsprinzip einer Cs-Uhr verdeutlichen, wie sie seit Mitte der fünfziger Jahre bis heute gebaut wird: Ausgehend von einem Quarzoszillator wird mittels eines Frequenzgenerators ein Mikrowellenfeld der Frequenz  $f_p$  erzeugt und in die Resonanzapparatur (gelb hinterlegtes Rechteck) eingekoppelt. Dabei passt  $f_p$  schon recht gut zur Übergangsfrequenz  $f_{Cs}$  der Caesium-atome. In der Apparatur wird im Vakuum ein Cs-Atomstrahl produziert, wozu im Ofen Caesium auf etwa 100 °C erhitzt wird. Der Strahl passiert einen ersten Magneten, genannt Polarisator, der nur Atome im Energiezustand  $E_2$  in die gewünschte Richtung ablenkt. Diese durchfliegen den Ramsey-Resonator (benannt nach Norman F. Ramsey, Nobelpreisträger 1989). In den beiden Endpartien der Länge  $l$  des Resonators werden die Atome mit dem Mikrowellenfeld bestrahlt. Mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit wird dadurch der Übergang zwischen den beiden Energieniveaus angeregt. Diese Wahrscheinlichkeit und damit die Anzahl der Atome im Zustand  $E_1$  hinter dem Resonator ist maximal, wenn die Resonanzbedingung erfüllt ist, also  $f_p$  und  $f_{Cs}$  exakt übereinstim-

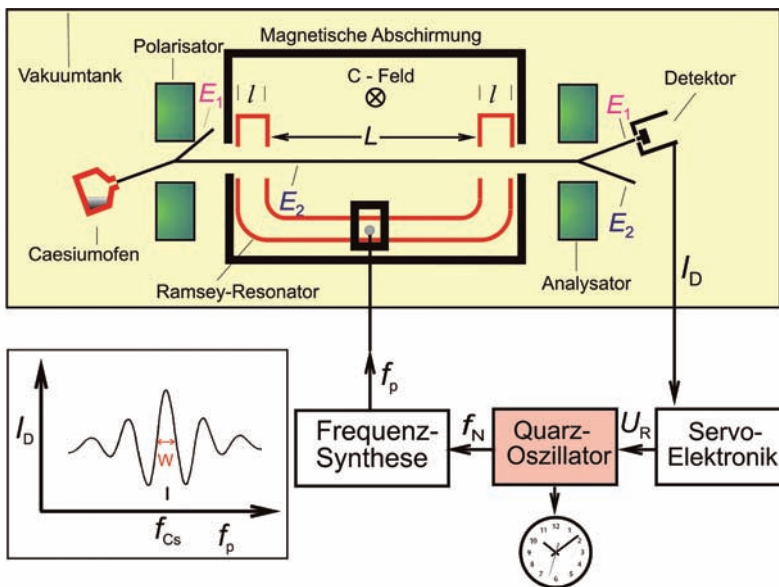


Bild 3: Cs-Uhr, schematische Darstellung;  $f_N$ : Normalfrequenz,  $f_p$ : Frequenz zur Bestrahlung der Atome,  $I_D$ : Detektorsignal,  $U_R$ : Signal zur Regelung des Quarzoszillators; Insert links: Detektorsignal  $I_D$  als Funktion der Frequenz des Mikrowellenfeldes  $f_p$ , wenn diese über die Resonanzstelle bei  $f_{Cs}$  hinweg gestimmt wird; eingezeichnet ist die Linienbreite  $W$ .

men. Der Analysatormagnet lenkt nun gerade  $E_1$ -Atome auf den Detektor. Dort werden Cs-Atome zu  $Cs^+$ -Ionen, und aus dem Ionenstrom wird ein elektrisches Signal  $I_D$  gewonnen. Stimmt man  $f_p$  über die Resonanzstelle hinweg, so registriert man eine sogenannten Resonanzlinie (siehe Bild 3). Ihre Linienbreite  $W$  ist gegeben durch  $W \approx 1/2 T$ , wobei  $T$  die Flugzeit der Atome durch den Resonator der Länge  $L$  ist. Wie findet man nun die Resonanzstelle? Hierzu wird  $f_p$  um  $f_{Cs}$  herum moduliert und die resultierende Modulation im Detektorsignal  $I_D$  aufgespürt. Daraus gewinnt man die Regelspannung  $U_R$ , mittels derer der Quarzoszillator so abgestimmt wird, dass  $f_p$  im Mittel mit  $f_{Cs}$  in Übereinstimmung gelangt. So werden die natürlichen Schwankungen der Quarzfrequenz entsprechend der eingestellten Regelzeitkonstanten unterdrückt. Die atomare Resonanz bestimmt dann die Qualität der abgegebenen Normalfrequenz  $f_N$ , üblicherweise 5 MHz. Erzeugt man nach jeweils 5 Millionen Perioden von  $f_N$  einen kurzen elektrischen Impuls, so haben aufeinander folgende Impulse den zeitlichen Abstand von einer Sekunde – mit atomarer Genauigkeit.

### 3.2 Systematische Frequenzunsicherheit und Frequenzinstabilität

Es wird viel Aufhebens über die Genauigkeit der Atomuhren gemacht und gefragt, wozu diese nutzt (hierzu siehe Kapitel 7). An dieser Stelle folgt daher ein Einschub zur Klärung, was in strengem Sinn unter „atomarer Genauigkeit“ zu verstehen ist. Bei der Anregung eines Übergangs zwischen atomaren Energieniveaus wird die maximale Übergangswahrscheinlichkeit, d. h. die Mitte der Resonanzlinie, bei einem Wert der Anregungsfrequenz registriert, der nie exakt mit der Resonanzfrequenz  $f_0$  (hier: 9 192 631 770 Hz) für ruhende, ungestörte Atome übereinstimmt. In Anlehnung an den englischen Sprachgebrauch (*accuracy*) ist der summarische Begriff *Frequenzgenauigkeit* gebräuchlich, um die Übereinstimmung zwischen dem tatsächlichen und dem gewünschten Wert der Ausgangsfrequenz (1 Hz, 5 MHz usw.) einer Uhr zu beschreiben. Metrologisch korrekt ist die folgende Vorgehensweise: Eine detaillierte Auflistung aller möglichen „störenden“ Effekte wird im sogenannten Unsicherheitsbudget einer (primären) Uhr angegeben. Dieses Unsicherheitsbudget enthält die quantitative Abschätzung aller Effekte, die zu einer Abweichung der realisierten Übergangsfrequenz von der in ungestörten, ruhenden Atomen zu erwartenden führen. Da man die relevanten physikalischen Parameter und auch die theoretischen Beziehungen nur unvollkommen kennt, ist eine solche Abschätzung mit einer Unsicherheit behaftet. Als Endergebnis ermittelt man einen kombinierten Unsicherheitswert, und diese Größe wird im Folgenden mehrfach vorkommen.

Die praktische Konsequenz dieses Nicht-genauer-Wissens ist: Auch eine Atomuhr ist nicht perfekt, zwei Exemplare werden immer etwas verschiedene Gänge aufweisen. *Gang* bezeichnet die Änderung des *Standes* einer Uhr relativ zu einer Referenzuhr: War der Standunterschied gestern  $\Delta T_1$  und ist er heute  $\Delta T_2$ , so berechnet man den Gang der Uhr zu  $(\Delta T_2 - \Delta T_1) / 1 \text{ Tag}$ . Für Atomuhren typisch ist ein Gang von einigen Nanosekunden pro Tag. Schreibt man das als relative Frequenzdifferenz, so kommt man zu Vielfachen von  $10^{-14}$ .

Im Unsicherheitsbudget von Cs-Uhren findet man Beiträge, die von der Geschwindigkeit der Atome (Doppler-Effekt) abhängen, aber auch von elektrischen und magnetischen Feldern längs der Flugbahn der Atome. Daher gibt es die in Bild 3 gezeigte magnetische Abschirmung.

Die Ausgangsfrequenz von Atomuhren und allgemein von elektrischen Oszillatoren unterliegt, wie gesagt, systematischen, aber auch statistischen Einflüssen. So sind die Schwankungen der Ausgangsfrequenz einer Cs-Uhr verknüpft mit der statistisch schwankenden Zahl der am Detektor ankommenden Atome, und ganz anschaulich werden die relativen Schwankungen um so kleiner, je größer die Zahl der Atome, je größer das verarbeitete Signal ist. In der Literatur findet man eine Vielzahl von Darstellungen der entsprechenden Kenngrößen, ihrer Berechnung und Interpretation [16], die sowohl für das Verständnis der Eigenschaften der Uhren wie auch für die Auswahl in speziellen Anwendungen unverzichtbar sind. Einige Begriffe sollen kurz vorgestellt werden.

Die quasi-sinusförmige Ausgangsspannung eines Frequenznormals wird beschrieben durch

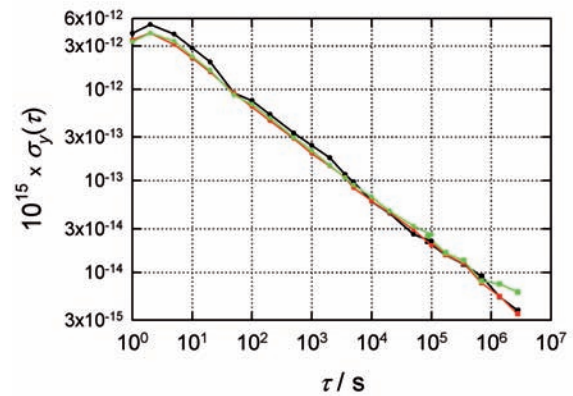
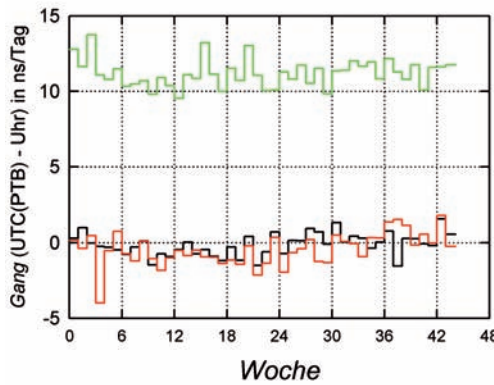
$$V(t) = V_0 (1 + \varepsilon(t)) \cdot \sin\{2\pi\nu_0 t + \Phi(t)\}, \quad (1)$$

wobei  $V_0$ ,  $\nu_0$  die nominelle Amplitude und Frequenz,  $\varepsilon(t)$  und  $\Phi(t)$  die momentanen Amplituden- bzw. Phasenschwankungen sind. Als weitere Größen führen wir relative Frequenzabweichungen  $y(t) = d\Phi/dt / (2\pi\nu_0)$  ein. Die am weitesten verbreitete statistische Kenngröße für die relative Frequenzinstabilität ist die Allan-Varianz

$$\sigma_y^2(\tau) = \langle (\bar{y}_{k+1}(\tau) - \bar{y}_k(\tau))^2 \rangle, \quad (2)$$

die aufeinander folgende Frequenzdifferenzen verknüpft, die ihrerseits jeweils Mittelwerte über die Zeit  $\tau$  darstellen. Üblich ist eine doppelt-logarithmische Auftragung von  $\sigma_y(\tau)$  als Funktion von  $\tau$ . Bei dieser Darstellung kann man in vielen Fällen unterschiedliche Instabilitätsbeiträge anhand der Steigung des  $\sigma_y(\tau)$ -Graphen identifizieren. Bild 4 (rechts) und 5 stellen solche „Sigma-Tau-Diagramme“ dar. Sie geben anschaulich Auskunft, welche Beobachtungszeiten gebraucht werden, um eine gewünschte Messunsicherheit zu erreichen –

Bild 4: Gänge (links) und relative Frequenzinstabilität (rechts) der drei kommerziellen Caesiumuhren der PTB während 43 Wochen des Jahres 2010. Die mit „0“ bezeichnete Woche beginnt mit dem 28. Januar. Als Bezug für die Untersuchungen diente UTC(PTB).



oder ob das Frequenznormal vielleicht für die Messaufgabe überhaupt ungeeignet ist.

### 3.3 Kommerzielle Atomuhren

Seit Ende der fünfziger Jahre werden Cs-Uhren kommerziell angeboten, und heutzutage werden jährlich weltweit etwa 200 produziert. Bereits Anfang der sechziger Jahre nutzte die PTB eine kommerzielle Atomuhr, Atomichron genannt [17], um die Gänge der Quarzuhren in Braunschweig und in Mainflingen zu kontrollieren. Im Laufe der Jahre hat man gelernt, die Störparameter und die Gesetzmäßigkeiten ihrer Wirkung immer besser zu verstehen und so die Unsicherheit zu reduzieren. Die besten Modelle realisieren gegenwärtig die SI-Sekunde mit einer relativen Unsicherheit von wenigen  $10^{-13}$  und einer relativen Frequenzinstabilität von wenigen  $10^{-14}$  bei einer Mittelungszeit von einem Tag. Sie werden in den Bereichen Navigation, Geodäsie, Raumfahrt, Telekommunikation und in den Zeitinstituten (wie der PTB) eingesetzt. So betreibt die PTB derzeit 6 solcher Uhren, drei in Braunschweig und drei am Sender DCF77 (siehe Kap. 6). In Bild 4 sind die im Jahr 2010 registrierten Gänge der Uhren in Braunschweig und ihre relative Frequenzinstabilität dargestellt.

Das Prinzip der Atomuhr lässt sich auch mit anderen Elementen als Caesium realisieren. So wird in der weitaus größten Zahl von weltweit produzierten Atomuhren der entsprechende Hyperfeinstrukturübergang im Atom Rubidium-87 ausgenutzt. Es dürften einige Zehntausend pro Jahr sein, und wir finden sie in Einrichtungen der Telekommunikation, im Festnetz wie in den Einrichtungen des Mobilfunks. Der Wasserstoffmaser beruht auf dem Hyperfeinstrukturübergang im Grundzustand des atomaren Wasserstoffs bei 1,4 GHz und wird wegen seiner besonders stabilen Ausgangsfrequenz bei Mittelungszeiten bis zu einigen Stunden insbesondere als Frequenzreferenz in der Radioastronomie verwendet. In Bild 5 sind die Stabilitätseigenschaften gegenwärtig verfügbarer kommerzielle Frequenznormale zusammengefasst, ergänzt um Werte primärer Uhren, die nachfolgend besprochen werden.

### 3.4 Die primären Uhren CS1 bis CS4 der PTB

Mitte der sechziger Jahre begannen letztlich erfolgreiche Bemühungen in der PTB, eine eigene Caesiumatomuhr zu entwickeln. Holloway und Lacey hatten das ursprünglich von Essen und Parry gewählte Konstruktionsprinzip in wesentlichen Details zu verbessern vorgeschlagen [18], und in der PTB setzte man in CS1 die neuen Ideen in den nächsten Jahren um. Als wesentliche Vorteile wurden erachtet [19]:

- eine reduzierte Instabilität durch zwei-dimensionale Fokussierung der Atome mit magnetischen Linsen (statt der in Bild 3 skizzierten Dipolmagnete)
  - achsialsymmetrische Geometrie des Atomstrahls mit kleiner radialer Ausdehnung
  - Verbesserung der Inhomogenität des Magnetfelds durch Verwendung einer langen Zylinderspule und zylindrischer Abschirmungen – statt eines Magnetfelds quer zur Strahlrichtung.
- CS1 wurde 1969 erstmals benutzt [20]. In den Jahren danach wurde eine schrittweise Reduzierung der Frequenzunsicherheit erreicht, sodass

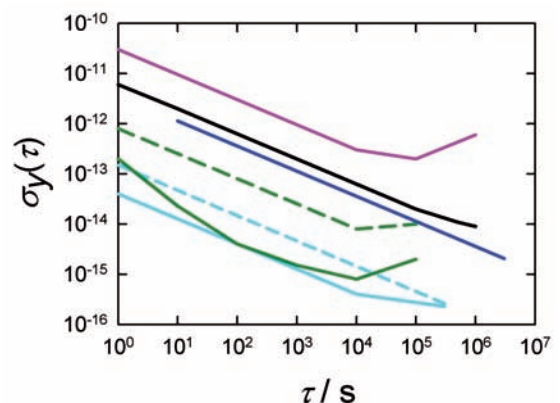


Bild 5: Relative Frequenzinstabilität  $\sigma_y(\tau)$  verschiedener Atomfrequenznormale. Magenta: Rubidium-Normal, Standardwerte; schwarz: Caesiumatomuhr Symmetricom 5071A (siehe Bild 4); grün gestrichelt: passiver Wasserstoffmaser; grüne Linie: aktiver Wasserstoffmaser, Standardwerte; cyan: gemessene Instabilität der Fontänenuhren FO-2 des LNE-SYRTE und CSF1 der PTB (gestrichelt); blau: gemessene Instabilität der primären Cäsiumuhren CS1 und CS2 der PTB im Vergleich über acht Jahre.

die PTB bei der Entwicklung primärer Uhren eine führende Rolle einnahm. Die Konstruktion von CS2 begann nach dem Vorbild von CS1 bereits 1974, doch es dauerte bis 1985, ehe die Uhr in Betrieb gehen konnte [21]. Gut’ Ding will Weile haben. Beiden Uhren war neben der kleinen Frequenzunsicherheit die Robustheit und die Einfachheit des täglichen Betriebs eigen, und so wurden sie während der folgenden Jahrzehnte dauerhaft betrieben und zu Recht das Aushängeschild des Labors. Sie wurden in mehreren Schritten modernisiert, und seit dem Jahr 1999 wird ihre relative Frequenzunsicherheit mit  $8 \cdot 10^{-15}$  (CS1) und  $12 \cdot 10^{-15}$  (CS2) abgeschätzt [22]. Ihre Rolle bei der Realisierung der Internationalen Atomzeit wird in Kapitel 4 gewürdigt, eine detaillierte Beschreibung ihres Entstehens und ihrer Eigenschaften findet man in [23]. Bild 6 zeigt ein aktuelles Foto der beiden Uhren.

Weniger erfolgreich verlief die Entwicklung weiterer Uhren nach gleichem Vorbild, CS3 und CS4, die schon 1980 begann. Die Idee, durch die Bauform der magnetischen Linsen langsamere Atome zu selektieren und so eine kleinere Linienbreite zu erreichen, war grundsätzlich richtig. Die Zielsetzung, so auch eine kleinere Frequenzunsicherheit zu erreichen, wurde auch fast erreicht. Nur gelang es trotz großen Einsatzes an Personal nie, die gewünschte Betriebssicherheit zu erreichen. Spätestens nach der Fertigstellung der viel genaueren Caesiumfontäne CSF1 machte Aufwand an dieser Stelle keinen Sinn mehr, und die Uhren wurden demontiert.

### 3.5 Die Caesiumfontänen CSF1 und CSF2

Eines der Hauptziele bei der Weiterentwicklung von Atomuhren war es immer, die Wechselwirkungszeit der Atome mit dem Mikrowellenfeld zu verlängern und damit die Linienbreite zu verkleinern. Das versprach gleichzeitig kleinere Frequenzinstabilität und Frequenzunsicherheit. Als Mitte der achtziger Jahre die Laserkühlung entdeckt und verstanden war [24], wurde deren Bedeutung für die Uhrenentwicklung sofort erkannt. In der PTB entstanden die in Bild 7 dargestellten neuen Atomuhren CSF1 (Caesiumfontäne Eins) [25] und später CSF2 [26]. Das in Bild 3 gezeigte Prinzip kommt zwar weiter zur Anwendung, neu – und ganz wesentlich – ist aber die Verwendung von Laserstrahlung, um den Energiezustand und die Bewegung der Atome zu beeinflussen [27]. Die Laserkühlung in einer magneto-optischen Falle oder in einer optischen Melasse liefert „kalte“ Atome mit einer thermischen Geschwindigkeit von ca. 1 cm/s. In der Temperatureinheit ausgedrückt entspricht das wenigen millionstel Kelvin – im Vergleich zu den 300 Kelvin der Umgebung. Diese kalten Atome werden auf Flugbahnen



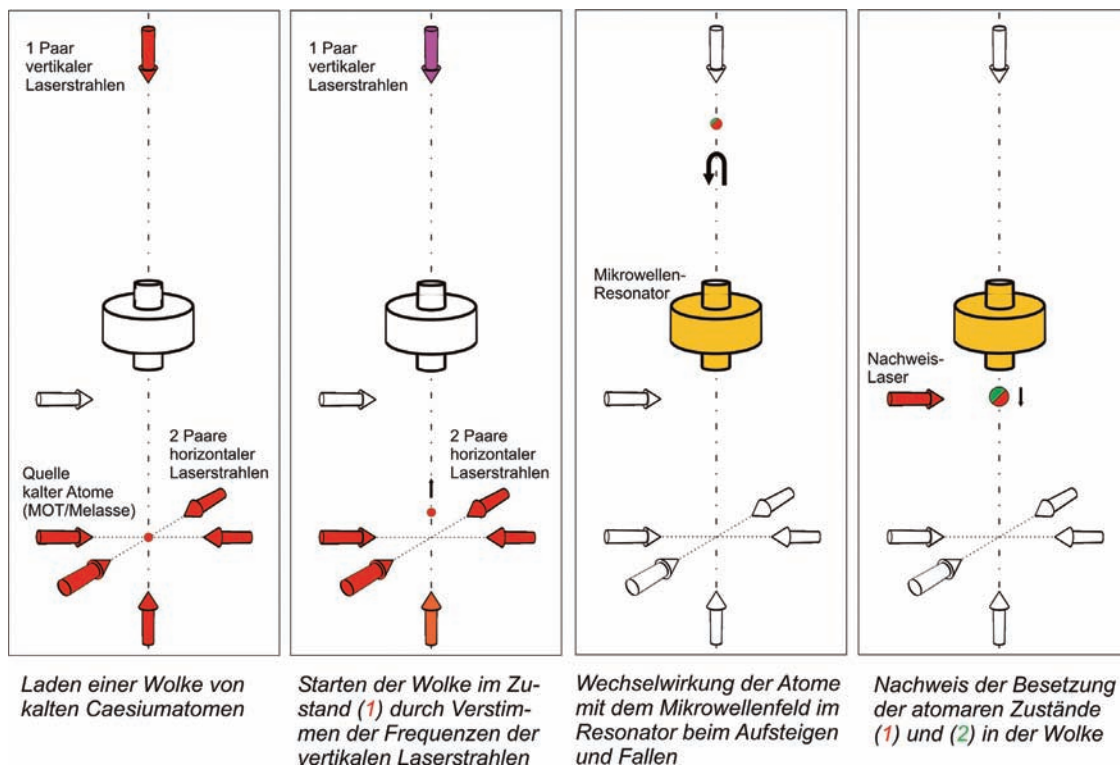
Bild 6:  
Ansicht der primären Uhren CS1 und CS2 der PTB.



Bild 7:  
Die beiden Caesiumfontänen CSF1 und CSF2, mit Dr. Stefan Weyers, Leiter der AG Zeitnormale.

gebracht, wie sie in Bild 8 skizziert sind. Die Flugzeit  $T$  der Atome oberhalb des Mikrowellenresonators ist 50-mal länger als die entsprechende Flugzeit  $T$  in CS2, die Resonanzlinie, auf deren Mitte der Mikrowellenoszillator stabilisiert wird, ist dementsprechend schmaler. CSF1 und CSF2 kommen mit einer relativen Unsicherheit von nur ca.  $1 \cdot 10^{-15}$  einer idealen Uhr schon recht nahe. Vergleiche mit CS1 und CS2 erlauben nun, deren früher abgeschätzte Frequenzunsicherheit zu überprüfen. Danach stimmt CS2 gut innerhalb der  $1\text{-}\sigma$ -Unsicherheit mit CSF1 überein, bei CS1 findet man eine Abweichung von etwa  $9 \cdot 10^{-15}$ . Seit Anfang 2010 wird CSF1 als Frequenzreferenz für die Realisierung der Zeitskala der PTB verwendet. Anders als die herkömmlichen Uhren liefert CSF1 keine Sekundenpulse, die unmittelbar eine Zeitskala darstellen. Vielmehr wird die Ausgangsfre-

**Bild 8:** Funktion eines Fontänen-Frequenznormals, dargestellt in vier zeitlichen Schritten von links nach rechts; Laserstrahlen sind durch Pfeile (weiß falls blockiert) illustriert. 1) Laden einer Atomwolke; 2) Hochwerfen der Wolke durch Verstärken der Frequenz der vertikalen Laser; 3) Ausdehnung der anfangs kompakten Wolke auf Grund der trotz Kühlung verbleibenden kinetischen Energie. Die Atome durchfliegen aufwärts und abwärts den Mikrowellenresonator, und es stellt sich eine gewisse Besetzung der beiden Hyperfeinstrukturzustände ein; 4) Nach der zweiten Passage des Mikrowellenresonators wird die Zustandsbesetzung durch Laserbestrahlung und Fluoreszenznachweis gemessen.



quenz von CSF1 mit der eines Wasserstoffmasers verglichen, daraus eine Korrektur der Maserfrequenz berechnet und die Zeitskala von dem damit korrigierten Maser abgeleitet.

#### 4 Atomzeitskalen: TAI und UTC

Eine Aneinanderreihung von Sekundenmarken, von einem definierten Beginn ausgehend, definiert eine Zeitskala. Die Internationale Atomzeit TAI (von Temps Atomique International), besonders aber die Koordinierte Weltzeit UTC (Coordinated Universal Time) erlauben die Datierung von Ereignissen in Wissenschaft und Technik, und UTC bildet zugleich die Grundlage der im täglichen Leben gebräuchlichen „Uhrzeit“. Seit 1988 ist das Zeitdepartment des BIPM (Bureau International des Poids et Mesures) mit ihrer Berechnung und Verbreitung beauftragt. Zur Berechnung nutzt man etwa 350 Uhren aus ca. 70 weltweit verteilten Zeitinstituten. Aus der PTB werden hierfür die Messwerte der primären Uhren CS1 und CS2, der drei kommerziellen Caesiumuhren und seit ca. 1990 der Wasserstoffmaser übermittelt. Der verwendete Algorithmus zur Kombination aller Daten ist so ausgelegt, dass er zuverlässig eine für den Mittelungszeitraum von 30 Tagen optimierte, stabile Zeitskala produziert. Hierzu werden den beitragenden Uhren bei der Mittelung statistische Gewichte zugewiesen, die aus dem Gangverhalten der Uhren während der zurückliegenden 12 Monate folgen. Je stabiler der Gang einer Uhr ist, umso höher ist ihr statistisches Gewicht. Das so gewonnene Mittel trägt den Namen EAL (Echelle

Atomique Libre, freie Atomzeitskala). In einem zweiten Schritt wird TAI gewonnen, deren Skalenmaß mit der SI-Sekunde übereinstimmen soll, wie sie auf Meereshöhe realisiert würde, also genau so lange sein soll, wie in der Sekundendefinition (siehe Kapitel 2.4) angegeben. Dazu passt man die TAI-Sekunde an die mit Primärnormalen realisierten Sekunden an; in den Jahren 2009 und 2010 waren 14 Normale hieran beteiligt. Die PTB hat über viele Jahre mit ihren Uhren CS1 und CS2 und den beiden Caesiumfontänen CSF1 und CSF2 eine weltweit herausragende Stellung eingenommen. Von keinem anderen Normal weltweit wurden auch nur annähernd so viele Messwerte übermittelt wie von CS1 und CS2, so von CS2 zusammenhängend 288 Monatswerte, einschließlich August 2010<sup>(2)</sup>. Etliche Jahre standen weltweit überhaupt nur diese beiden Uhren für den Zweck zur Verfügung. In Bild 9 sind aktuelle Messwerte aller Fontänenuhren relativ zu TAI – also der bereits gesteuerten Zeitskala – dargestellt. Die TAI-Sekunde stimmt demnach mit der SI-Sekunde sehr gut überein, die Abweichung ist genau bekannt. Die mittlere relative Abweichung von etwa  $5 \cdot 10^{-15}$  in Bild 9 ergibt sich im Wesentlichen als Kompromiss bei der Nachsteuerung zwischen möglichst guter Übereinstimmung und gleichzeitig möglichst hoher Stabilität von TAI. Hierzu dürfen Frequenzänderungen zur Steuerung von TAI nicht größer sein als die ohne Steuerung beobachteten Schwankungen.

Der Beginn von TAI wurde so definiert, dass der 1. Januar 1958, 0 Uhr TAI, mit dem entsprechenden Zeitpunkt in UT1 (siehe Kapitel 2.1) übereinstimmte. Aus TAI gewinnt man UTC, die

<sup>2</sup> Dann war der Ofen „aus“, das 1989 eingefüllte Caesium verbraucht. Seit Dezember 2010 tickt CS2 wieder!

die Basis unseres heutigen Weltzeitsystems mit 24 Zeitzonen ist. UTC geht auf Vorschläge des CCIR (Comité Consultatif International des Radiocommunications) der ITU (Internationalen Telecommunication Union) zurück, nach denen die Aussendung von Zeitzeichen weltweit „koordiniert“, also bezogen auf eine gemeinsame Zeitskala, erfolgen sollte. Hätte man hierfür TAI verwendet, so hätten sich die Zeitzeichen nach und nach gegenüber der Anzeige einer Weltzeituhr, der Zeitpunkt 12:00 Uhr also gegenüber dem Höchststand der Sonne am Nullmeridian, verschoben. Letzteres folgt aus der zuvor beschriebenen Anpassung der Dauer der atomaren SI-Sekunde an die Ephemeridensekunde.

Für die Navigation nach der Position von Himmelskörpern ist die Kenntnis von UT1 notwendig, und die Aussendung von Zeitzeichen erfolgte seit dem frühen 20. Jahrhundert insbesondere wegen der Bedürfnisse der Schifffahrt. Da die astronomische Navigation in den sechziger Jahren noch Bedeutung hatte, entschied man sich damals zu folgender Regel [13]: UTC und TAI haben das gleiche Skalenmaß, die Differenz zwischen UTC und UT1 wird aber durch Schaltsekunden in UTC auf unter 0,9 Sekunden begrenzt. Daraus folgt für UTC – TAI der in Bild 10 gezeigte stufenförmige Verlauf (beginnend mit dem 1. Januar 1972), der sich an den monotonen Verlauf von UT1–TAI anschmiegt. Die Einführung der Schaltsekunden geschieht zum Jahreswechsel oder auch in der Mitte des Jahres als letzte Sekunde des 31. Dezembers bzw. des 30. Junis in UTC. Die Entscheidung hierüber trifft der Internationale Dienst für die Erdrotation (International Earth Rotation and Reference Systems Service IERS, <http://www.iers.org>) in Abhängigkeit von der beobachteten Periode der Erdrotation. Über die Dekade 1999 –

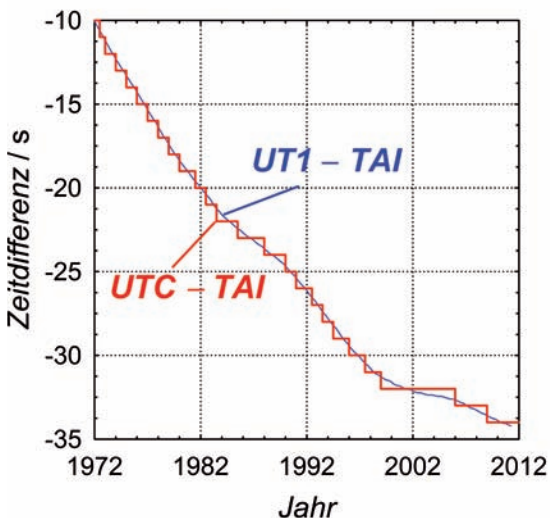


Bild 10: Vergleich von (astronomischer) Weltzeit UT1 und Koordinierter Weltzeit UTC mit der Internationalen Atomzeit TAI seit 1972.

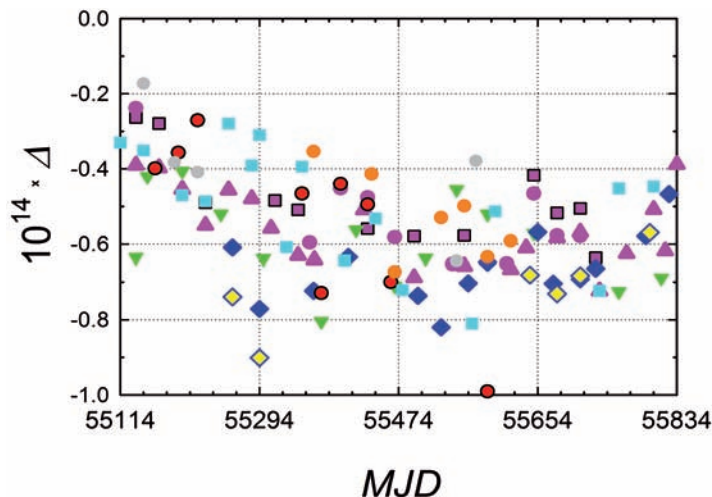


Bild 9: Vergleich von Fontänen-Frequenznormalen mit TAI während zweier Jahre, endend mit MJD 55834 dem 30. September 2011 : Bei der Größe  $\Delta$  handelt es sich um die relative Abweichung der Sekunde, wie sie mit individuellen Normalen realisiert wird, vom Skalenmaß von TAI während der jeweiligen Betriebszeit der Normale, typisch 20 bis 30 Tage. Die Unsicherheit der einzelnen Messwerte schwankt zwischen 0,05 und 0,4, je nach Normal und Messperiode. Symbole: blau: PTB CSF1, gelb-blau: PTB CSF2, cyan: NPL CsF2, orange: NMIJ-F1 (Japan), grün: NIST-F1 (USA), grau: NICT-CsF1 (Japan), rot: IT-CSF1 (INRIM, Italien), magenta: LNE SYRTE/Observatoire de Paris, Quadrate: FO1, Dreiecke: FO2, Punkte: FOM.

2009 gemittelt war der mittlere Sonnentag um 0,604 ms länger als 86 400 SI-Sekunden. In der Dekade davor lag die Abweichung bei 1,962 ms.

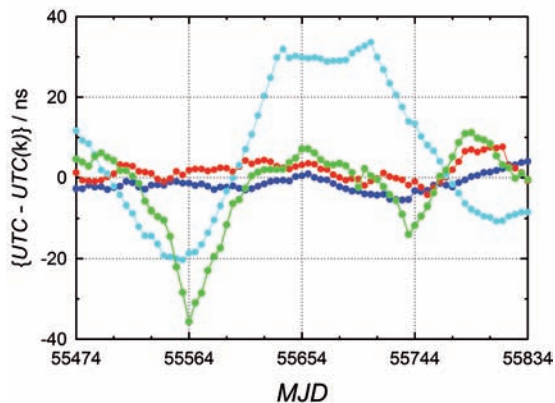
UTC wurde praktisch in allen Ländern die Grundlage für die in der jeweiligen Zeitzone verwendete „bürgerliche“, „amtliche“ oder „gesetzliche“ Zeit. UTC wird in Form von errechneten Standarddifferenzen mit Bezug auf die in den einzelnen Zeitinstituten (k) realisierten Zeitskalen UTC(k) publiziert. Die Skalen UTC(k) sollen möglichst gut mit UTC – und damit auch untereinander – übereinstimmen. Ende 2010 gab es weltweit 46 Zeitskalen mit einer Abweichung UTC – UTC(k) von weniger als 100 ns, darunter die der PTB. Bild 11 zeigt die Differenz zwischen UTC und den Realisierungen UTC(k) in vier europäischen Zeitinstituten während eines Jahres.

### 5 Uhrenvergleiche

Wenn Albert Einstein sagt, dass „Zeit“ durch „die Stellung des kleinen Zeigers meiner Uhr“ ersetzt werden könnte [28], so kommt damit treffend zum Ausdruck, dass die Zeit, die eine Uhr liefert, unabhängig ist von ihrem Bewegungszustand und dem Gravitationspotential, in dem sie sich befindet – aber eben nur für einen Beobachter im gleichen Bezugssystem. Auf diese *Eigenzeit* nimmt die Sekundendefinition (Kapitel 2.1) Bezug, weswegen im Definitionstext auch kein Hinweis auf die Relativitätstheorie notwendig ist. Das erscheint heute völlig natürlich, war in den sechziger Jahren aber Gegenstand ernsthafter Diskussionen [29]. Erst



Bild 11:  
Vergleich der Koordinierten Weltzeit UTC mit in vier europäischen Zeitinstituten (k) realisierten Atomzeitskalen UTC(k) während eines Jahres; MJD 55834 bezeichnet den 30. September 2011; rot: Istituto Nazionale di Ricerca di Metrologia, INRiM, Turin; cyan: NPL, Teddington, UK; grün: METAS, Schweiz; blau: PTB.



wenn man zwei Uhren miteinander vergleichen will, die sich relativ zueinander bewegen oder in denen Atome mit verschiedener Geschwindigkeit verwendet werden oder die verschiedener Schwerkraft ausgesetzt sind, oder wenn man die Atomuhren aller weltweit verstreuten Zeitinstitute zusammenfassen will, dann muss man die Regeln der Relativitätstheorie kennen und anwenden. Hier gilt nun aber, dass die geschwindigkeitsabhängige Zeitdilatation aufgrund der Bewegung der Atome im Atomstrahl und die Wirkung des Schwerfelds der Erde weitaus größer sind als die heute erreichte Frequenzunsicherheit der besten Uhren. Man kann das aus zwei verschiedenen Blickwinkeln interpretieren: Vergleicht man die Gänge von Atomuhren miteinander, um daraus etwas über ihre Qualität und damit auch über unser Verständnis der verschiedenen in den Uhren wirksamen physikalischen Effekte zu lernen, so muss man die relativistischen Effekte korrekt berücksichtigen. Andererseits gibt es auf der Erde keine besser geeigneten Objekte zum Nachweis und der quantitativen Analyse relativistischer Effekte als Atomuhren [30].

Wie nun kann man aus 350 Uhren, weltweit verteilt, eine gemeinsame Zeitskala bilden? Hierzu gehören zunächst lokale Zeitvergleiche zwischen den Uhren und den jeweiligen Zeitskalen UTC(k) der Institute k, die die Uhren betreiben (vergl. Bild 4), und dann Vergleiche der UTC(k) untereinander. Ersteres ist quasi trivial, für Letzteres gibt es ein Standardverfahren, das von den Satelliten des amerikanischen Satellitennavigationssystems GPS und des russischen GLONASS gesendete Signale benutzt. Spezielle Zeitempfänger bestimmen die Ankunftszeiten der Signale aller gleichzeitig über dem Horizont sichtbaren Satelliten mit Bezug auf die lokale Referenzzeitskala und liefern Ausgangsdaten der Form {Lokale Zeitskala minus GPS-Zeit  $T(GPS)$ } (oder GLONASS-Zeit). Um die Zeitskalen zweier Institute (i) und (k) untereinander zu vergleichen, werden derartige Zeitdifferenzen ermittelt, die Messdaten ausgetauscht und (z. B.) die Differenzen  $[UTC(i)-T(GPS)] - [UTC(k)-T(GPS)]$  gebildet. Durch Mittelung über typisch 500 tägliche Beobachtungen von etwa

15 min Dauer kann man die Zeitskalen zweier Zeitinstitute weltweit mit einer statistischen Unsicherheit von ca. 2 ns – 4 ns ( $1 \sigma$ ) vergleichen.

Nicht nur die Uhren selbst, sondern auch die Methoden der interkontinentalen Vergleiche wurden und werden fortlaufend weiter entwickelt. Durch eine Kombination aller verfügbaren Methoden konnte in einer internationalen Kollaboration der Vergleich von Caesiumfontänen mit einer statistischen Unsicherheit von  $1 \cdot 10^{-15}$  bei Mittelungszeiten von einem Tag realisiert werden [31]. Die PTB verfolgt intensiv die Nutzung geostationärer Nachrichtensatelliten für Zeitvergleiche, genannt two-way satellite time and frequency transfer (TWSTFT), und betreibt Bodenstationen für den Verkehr mit Europa, USA und Asien. Bild 12 zeigt neben den festen Installationen auf dem Laue-Bau eine mobile Station zur Kalibrierung von Signallaufzeiten [32].

Die weltweit gesammelten Zeitvergleichsdaten sind weitgehend auf öffentlich zugänglichen Servern abrufbar. So können Zeit- und Frequenzvergleiche mit höchster Genauigkeit in Bezug auf UTC(PTB), zu vielen anderen Realisierungen UTC(k) oder zu UTC und TAI und damit in Bezug zur SI-Sekunde gemacht werden – und das mit der für fast jede Anwendung passenden Genauigkeit.



Bild 12:  
Aufbau eines transportablen Satellitenterminals zur Kalibrierung der Zeitvergleiche über TWSTFT mit der stationären Anlage (Hintergrund).

## 6 Verbreitung der Zeit für die Gesellschaft

Die Datierung von Ereignissen und die zeitliche Koordinierung der vielfältigen Geschehnisse in einer modernen Gesellschaft werden als so wichtig erkannt, dass in vielen Staaten durch Gesetz geregelt ist, wie die gültige Uhrzeit anzugeben ist, so auch in Deutschland. Grenzüberschreitender Verkehr und Kommunikation verlangen, dass die so festgelegten Uhrzeiten der Länder aufeinander abgestimmt sind. Die Grundlage hierfür legte im Oktober 1884 die Washingtoner Standardzeit-Konferenz [1, 2], auf der die Lage des Nullmeri-

dians und das System der 24 Zeitzonen zu je 15° geographischer Länge festgelegt wurden.

Nach der Neudefinition der Sekunde auf atomphysikalischer Basis im Jahr 1967 musste auch die Regelung für die in Deutschland gültige Zeit angepasst werden. Das geschah mit dem Zeitgesetz von 1978, in dem der PTB übertragen wurde, die für das öffentliche Leben in Deutschland maßgebende Uhrzeit darzustellen und zu verbreiten. Als gesetzliche Zeit wurden die mitteleuropäische Zeit (MEZ) oder, im Falle ihrer Einführung, die mitteleuropäische Sommerzeit (MESZ) festgelegt. MEZ und MESZ werden von UTC unter Hinzufügen von einer bzw. zwei Stunden abgeleitet:

$$\begin{aligned} \text{MEZ(D)} &= \text{UTC(PTB)} + 1 \text{ h,} \\ \text{MESZ(D)} &= \text{UTC(PTB)} + 2 \text{ h.} \end{aligned}$$

Das Zeitgesetz erteilt der Bundesregierung daneben die Ermächtigung, durch Rechtsverordnung zwischen dem 1. März und dem 31. Oktober eines Jahres die Sommerzeit einzuführen. Die Termine für Beginn und Ende der MESZ werden von der Bundesregierung entsprechend der jeweils gültigen Richtlinie des Europäischen Parlaments und des Rates der Europäischen Union festgelegt und im Bundesanzeiger bekannt gemacht. Das Zeitgesetz von 1978 und das Gesetz über Einheiten im Messwesen von 1985 wurden in dem 2008 verabschiedeten neuen Einheiten- und Zeitgesetz zusammengefasst, wobei alle Regelungen zur Zeitbestimmung unverändert übernommen wurden.

Während der letzten Jahrzehnte hat die PTB verschiedene Verfahren benutzt, für die breite Öffentlichkeit ebenso wie für wissenschaftlich-technische Anwendungen Zeit- und Frequenzinformationen zu verbreiten. Der Langwellensender DCF77 der Media Broadcast GmbH ist dabei das wichtigste Medium, denn man schätzt die Zahl der Empfänger in Betrieb auf mehr als 100 Millionen. Die Steuerung der Funkuhren ist vielfach die einzige Dienstleistung, durch die viele Bürger unseres Landes und ganz Europas die PTB kennen. Die Trägerschwingung 77,5 kHz dieser Aussendung wird für die Kalibrierung von Normalfrequenzgeneratoren benutzt. Einen vergleichbaren Dienst hatte schon die PTR vor dem Krieg unter Nutzung des Deutschlandsenders angeboten. Mit DCF77 werden über die Sekundenmarken in kodierter Form Uhrzeit und Datum der gesetzlichen Zeit übertragen. Zur Erinnerung an 50 Jahre DCF77-Aussendung im Jahr 2009 wurde ausführlich über den aktuellen Stand des Sendeprogramms, Empfangseigenschaften, Funkuhren und die Geschichte der Zeitverbreitung in Deutschland berichtet [33]. Entsprechende Dienste auf Langwelle existieren auch in England, Japan, den USA und der Schweiz [34].

Seit Mitte der neunziger Jahre bietet die PTB Zeitinformationen über das öffentliche Telefon-

netz an. Unter Verwendung von Telefonmodems können Rechner und Datenerfassungsanlagen durch automatischen Zugriff die genaue Zeit von der PTB unter der Nummer 0531 512038 abfragen. Ein Großteil der gegenwärtig ca. 1200 Anrufe pro Tag geht auf das Konto von Messstationen verschiedener Energieversorger für die fiskalische Messung von Erdgas.

Mit dem Aufkommen des Internet entstand ein neues Medium zur Zeitverbreitung, das inzwischen außerordentlich populär geworden ist. Zur Synchronisation von Rechneruhren im Internet mit UTC(PTB) dienen öffentlich erreichbare Server mit den Adressen ptbtimeX.ptb.de (X = 1, 2, 3). In Bild 13 wird die Zahl der aktuellen Zugriffe auf die drei Server im Verlauf einer Woche dargestellt. Die Zahl der Zugriffe ist im Laufe der letzten Jahre auf den gezeigten Wert von ca. 3000 pro Sekunde angewachsen.

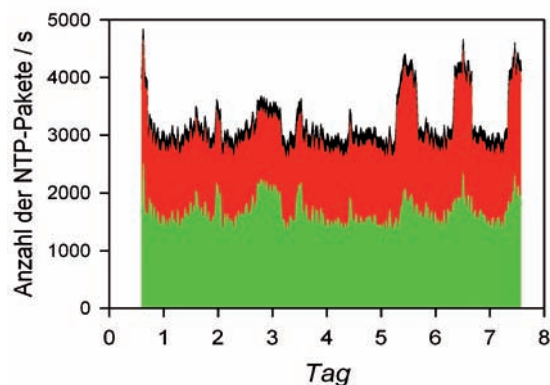


Bild 13:

Anzahl der von den drei extern zugänglichen NTP-Servern ptbtimeX empfangenen NTP-Pakete während einer Woche, 0 entspricht 15.12.2010, 0:00 UTC; grün: X = 1, rot X = 2, schwarz X = 3.

## 7 Weitere Entwicklungen und Anwendungen

Genau und stabile Uhren und Frequenzreferenzen sind für eine Vielzahl von technischen, militärischen und nicht zuletzt wissenschaftlichen Anwendungen unverzichtbar. In den bisherigen Kapiteln wurde die scheinbar stetige Verbesserung der Genauigkeit der Zeitmessung skizziert. Dies und auch die Rolle der PTB hieran ist beeindruckend, doch es kommt unweigerlich auch die Frage: Wozu das Ganze? Wohin geht die Entwicklung?

Beantworten wir die zweite Frage zuerst: Alle Atome und Ionen besitzen Energiezustände, zwischen denen Übergänge bei bis zu  $10^5$ -fach höheren Frequenzen als bisher diskutiert auftreten, d. h. im Bereich der sichtbaren oder ultravioletten Strahlung. Die Schulbuchphysik lehrt dann, dass die Übergänge vom höheren zum niedrigeren Energiezustand schnell und spontan ablaufen. In besonderen Fällen sind die Übergangswahrscheinlichkeiten jedoch stark unterdrückt und gleichzei-

tig sind die Übergangsfrequenzen nur wenig von äußeren Parametern abhängig. Regelt man die Frequenz eines Lasers auf eine solche Übergangslinie, so stellt er ein sehr gutes Normal für Frequenz und Wellenlänge dar [35, 36]. Bei den ausgewählten „Uhrenübergängen“ erreicht man Linienbreiten  $W$  im Hz-Bereich, woraus sich – mit der Übergangsfrequenz von  $10^{14}$  bis  $10^{15}$  Hz – eine entsprechend hohe Liniengüte und damit eine kleine Frequenzinstabilität ergibt. Der Qualitätsgewinn mit dem Übergang von niedrigen zu höheren Taktfrequenzen (mechanische Uhr: 1 Hz, Quarzuhr: 10 kHz, Atomuhr bisher: 10 GHz) setzt sich also fort und führt in Konsequenz auch zu einer Reduzierung der Frequenzunsicherheit.

Die Entwicklung optischer Frequenznormale verlief in den letzten Jahren stürmisch. Ende 2010 liegt der kleinste publizierte Wert der Frequenzunsicherheit bei  $9 \cdot 10^{-18}$  [37]. Daraus ergibt sich die Perspektive für eine mögliche Neudefinition der Sekunde, und es stellt sich die Frage, wie der dafür am besten geeignete atomare Übergang gefunden werden kann. Die Kategorie „secondary representation of the second“ wurde geschaffen [38]. Die bisher anerkannten basieren auf einem Mikrowellenübergang in Rubidium und auf optischen Übergängen in den Ionen  $^{88}\text{Sr}^+$  (Strontium),  $^{199}\text{Hg}^+$  (Quecksilber) und  $^{171}\text{Yb}^+$  (Ytterbium) und im neutralen Atom  $^{87}\text{Sr}$  [36, 38]. Optische Frequenznormale können dank der Entwicklung der Frequenzkamm-Technologie mit kleinerer Unsicherheit miteinander verglichen werden, als gegenwärtig die SI-Sekunde selbst realisiert wird [39]. Diese Vergleiche können zeigen, ob die Reproduzierbarkeit der optischen Normale, die bisher nur intermittierend betrieben werden, die kleine abgeschätzte Unsicherheit bestätigt.

Gegenwärtig ist nicht klar, ob ein großes Ensemble neutraler Atome oder einzelne Ionen die besten Aussichten für eine zukünftige Neudefinition besitzen. Schon früh in den achtziger Jahren begannen in der PTB Arbeiten am Kalziumfrequenznormal mit Neutralatomen, in den letzten Jahren wurden Arbeiten am Strontium aufgenommen. Hierüber wird im Beitrag von H. Schnatz in diesem Heft [40] berichtet. Daneben konzentrierten sich die Arbeiten mit einzelnen Ionen auf Übergänge im Ion des Isotops Ytterbium-171. Herzstück ist eine sogenannte Ionenfalle, in der ein einzelnes Ion (ein einfach positiv geladenes Atom) für Wochen und Monate festgehalten werden kann. Bild 14 zeigt die gegenwärtig verwendeten Ytterbium-Ionenfallen der PTB. Die relative Messunsicherheit für die Übergangsfrequenz des ausgewählten Uhrenübergangs von  $1,1 \cdot 10^{-15}$  wird, wie man durch Vergleich mit den Angaben zu CSF1 sieht, entscheidend durch die der Realisierung der Zeiteinheit bestimmt [41].

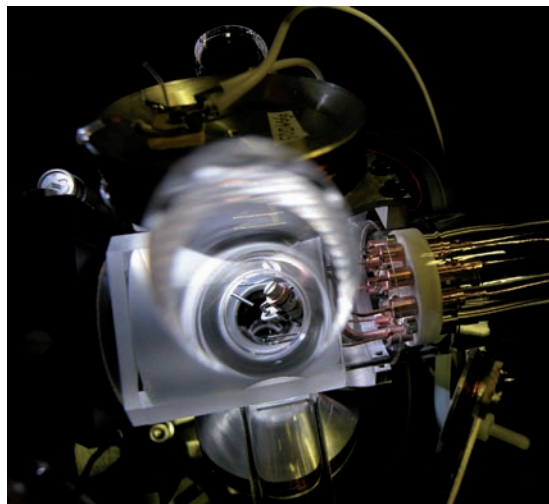


Bild 14:  
oben: Vakuumrezipient mit Ionenfalle (im Zentrum) für die Spektroskopie einzelner Ytterbium-Ionen [41],  
unten: Detail der neuesten Fallenanordnung, einer sogenannten Endkappenfalle, die seit Anfang 2010 benutzt wird.

Ein völlig neuartiges an der PTB untersuchtes Konzept ist das einer optischen Uhr, die auf einem Gammastrahlungsübergang im Atomkern (nicht in der Elektronenhülle, wie üblich) des Isotops Thorium-229 basieren soll [42]. Die besondere Eigenschaft dieses Übergangs liegt in der für einen Kernübergang extrem niedrigen Energie, sodass er mit der Strahlung eines Lasers angeregt werden kann.

Wo wird solches nutzbar? Die Bedeutung von Zeit- und Frequenzmessung im Alltag ist außerordentlich hoch. Unser Telekommunikationssystem, die Qualität der Energieversorgung über Ländergrenzen hinweg oder Navigation mit GPS, um Beispiele zu nennen, würden ohne Atomuhren und ohne die Verbreitung genauer Zeitinformation nicht in der uns vertrauten Weise funktionieren.

Die Integration besserer (optischer) Uhren in diese etablierten technischen Systeme ist nicht trivial zu erreichen, kann aber langfristig zu einer Verbesserung dieser Systeme führen und auch neue Anwendungen im Alltag ermöglichen.

Weniger alltäglich und offensichtlich ist die Nutzung der Zeitmessung in der Erdbeobachtung. Die Schlagworte „Klimawandel“ und „Tsunami“ sind in aller Munde, doch nur ein sehr detailliertes Verständnis unserer Erde und eine Messung einer Vielzahl von Größen in SI-Einheiten mit entsprechender langzeitiger Vergleichbarkeit von Messungen erlaubt es, verlässliche Aussagen, Prognosen und Handlungsanweisungen für Politik und Gesellschaft zu geben. Um dieses zu erreichen, wurde die Errichtung des „Global Geodetic Observation System“ (GGOS) vereinbart [43]. Etliche Forschungsziele lassen sich mit der heute üblichen Ausrüstung der Beobachtungsstationen nur bedingt erreichen. Der Zugang zu besseren Uhren würde hier helfen, sei es, dass bessere Uhren in den Beobachtungsstationen betrieben werden, sei es, dass diese Stationen über moderne Verfahren mit Zeitinstituten vernetzt werden [40, 44].

Wo spielen Zeit- und Frequenzmessung bei der Beantwortung fundamentaler Fragen der Physik eine Rolle? Als Beispiel aus der Vergangenheit sei die Entwicklung der Quantenmechanik genannt: Sie schritt voran mit den Erfolgen der Theorie bei der Erklärung subtiler Eigenschaften atomarer Spektren. Die experimentellen Daten waren meist das Ergebnis von Frequenz- beziehungsweise Wellenlängenmessungen. Quantitative Tests der Allgemeinen und Speziellen Relativitätstheorie beruhen auf Zeit- und Frequenzvergleichen [30, 45, 46]. Der – wenn auch indirekte – Nachweis der Abstrahlung von Gravitationswellen in einem rotierenden Doppelsternsystem wurde durch die Analyse der Ankunftszeit der Pulsarsignale mit Bezug auf Atomzeitskalen erbracht [47]. Viele der Ansätze zur Suche nach „neuer Physik“ konzentrieren sich auf mögliche Abweichungen von Einsteins Äquivalenzprinzip [30]. Ein in diesem Zusammenhang konzeptionell einfach durchzuführendes Experiment ist der Vergleich zweier Atomuhren mit unterschiedlichen atomaren Referenzen (z. B. Caesiumuhr versus Wasserstoffmaser) im zeitlich veränderlichen Gravitationspotential der Sonne – während des jährlichen Umlaufs der Erde auf ihrer elliptischen Bahn [48]. Im Verlaufe der letzten 20 Jahre wurden hier hypothetische Verletzungen des Äquivalenzprinzips nach und nach immer stärker ausgeschlossen. Die Verfügbarkeit genauerer Uhren und besserer Vergleichsmöglichkeiten von Uhren waren die Voraussetzung [49]. In der Zukunft bietet diese Art der Zeitmessung weiter ein reiches Betätigungsfeld für die PTB, das die mehr alltagsrelevanten Aufgaben ausgezeichnet ergänzt.

## 8 Nachwort

„Manchmal steh ich auf mitten in der Nacht und laß die Uhren alle, alle stehn. Allein, man muß sich auch vor ihr [der Zeit] nicht fürchten. Auch sie ist ein Geschöpf des Vaters, der uns alle erschaffen hat.“<sup>(1)</sup> ■

<sup>1</sup> Hugo von Hoffmannsthal, Libretto zur Oper „Der Rosenkavalier“

## Literatur

- [1] G. Dohrn-van Rossum: Die Geschichte der Stunde, München, Wien, Carl Hanser Verlag, 1992
- [2] R. Wendorff: Zeit und Kultur, 3. Auflage, Opladen, Westdeutscher Verlag 1985
- [3] F. R. Stephenson, L. V. Morrison: Long-term changes in the rotation of the Earth: 700 B:C: to A. D. 1980, Phil. Trans. R. Soc. Lond., **A 313**, 47–70 (1984)
- [4] J. Graf, Hrsg: Die Quarzrevolution, 75 Jahre Quarzuhr in Deutschland, Furtwanger Beiträge zur Uhrengeschichte, Neue Folge, Band 2, Deutsches Uhrenmuseum 2008
- [5] W. Giebe, A. Scheibe: Über Leuchtresonatoren als Hochfrequenznormale, Zeitschrift für Hochfrequenztechnik und Elektronik, **41**, 83–96 (1933), siehe auch U. Kern: Forschung und Präzisionsmessung, VCH Weinheim, 2008 (Kap. 3 und 5)
- [6] A. Scheibe: Genaue Zeitmessung, Ergeb. Ex. Naturw., **15**, 262–309 (1936) (mit zahlreichen Originalzitate)
- [7] A. Scheibe, U. Adelsberger: Schwankungen der astronomischen Tageslänge und der astronomischen Zeitbestimmung mit den Quarzuhren der Phys.-Techn. Reichsanstalt, Phys. Z., **37**, 185–203 (1936)
- [8] N. Stoyko: Précision d'un Garde-Temps Radio-Electrique, Ann. Fr. de Chronom., 221 (1934)
- [9] A. Scheibe, U. Adelsberger: Die Gangleistungen und technischen Einrichtungen der Quarzuhren der PTR in den Jahren 1932–1944, Manuskript, Berlin, Heidelberg und Braunschweig, 1950, zwei Bände.
- [10] A. Scheibe, U. Adelsberger, G. Becker, G. Ohl, R. Süß: Über die Quarzuhrengruppe der PTB und Vergleichsmessungen gegenüber Atomnormalen, Z. Angew. Phys., **11**, 352–357 (1959)
- [11] R. Süß: 10 Jahre Normalfrequenzaussendungen der PTB über den Sender DCF77, PTB-Mitt., **78**, 357–362 (1968)
- [12] G. Becker: Von der astronomischen zur astrophysikalischen Sekunde, PTB-Mitteilungen, **76**, 315–323 und **76**, 415–419 (1966)
- [13] R. A. Nelson, D. D. McCarthy, S. Malys, J. Levine, B. Guinot, H. F. Fliegel, R. L. Beard, T. R. Bartholomew: The leap second: its history and possible future, Metrologia, **38**, 509–529 (2001)
- [14] L. Essen, J. V. L. Parry: An atomic standard of frequency and time interval, Nature, **176**, 280–284 (1955)
- [15] W. Markowitz, R. G. Hall, L. Essen, J. V. L. Parry: Frequency of cesium in terms of ephemeris time, Phys. Rev. Lett., **1**, 105–107 (1958)

- [16] *W. J. Riley*: Handbook of Frequency Stability Analysis, NIST Special Publication 1065, NIST 2008, basierend auf: Standard definitions of Physical Quantities for Fundamental Frequency and Time Metrology, IEEE-Std 1189–1988 (1988)
- [17] *P. Forman*: Atomichron®: the atomic clock from concept to commercial product, Proc. IEEE, **73**, 1181–1204 (1985)
- [18] *J. H. Holloway, R. F. Lacey*: Factors which limit the accuracy of cesium atomic beam frequency standards, Proc. Intern. Conf. Chronometry (CIC 64), 317–331 (1964)
- [19] *G. Becker*: Stand der Atomuhrentechnik, Jahrbuch der Deutschen Gesellschaft für Chronometrie, **18**, 35–40 (1967)
- [20] *G. Becker, B. Fischer, G. Kramer, E. K. Müller*: Neuentwicklung einer Caesiumstrahlapparatur als primäres Zeit- und Frequenznormal an der PTB, PTB-Mitteilungen, **79**, 77–80 (1969)
- [21] *A. Bauch, K. Dorenwendt, B. Fischer, T. Heindorff, E. K. Müller, R. Schröder*: CS2: The PTB's new primary clock, IEEE Trans. Instrum. Meas., **IM-36**, 613–616 (1987)
- [22] *A. Bauch, B. Fischer, T. Heindorff, P. Hetzel, G. Petit, R. Schröder, P. Wolf*: Comparisons of the PTB primary clocks with TAI in 1999, Metrologia, **37**, 683–692 (2000)
- [23] *A. Bauch*: The PTB primary clocks Cs1 and CS2, Metrologia, **42**, S43–S54 (2005)
- [24] *S. Chu*: The manipulation of neutral particles, Rev. Mod. Phys., **50**, 685–706 (1978), *C. Cohen-Tannoudji*: Manipulating atoms with photons, *ibid.* 707–720, *W. D. Philips*: Laser cooling and trapping of neutral atoms, *ibid.* 721–733
- [25] *S. Weyers, D. Griebisch, U. Hübner, R. Schröder, Chr. Tamm, A. Bauch*: Die neue Caesiumfontäne der PTB, PTB-Mitteilungen, **109**, 483–491 (1999)
- [26] *V. Gerginov, N. Nemitz, S. Weyers, R. Schröder, D. Griebisch, R. Wynands*: Uncertainty evaluation of the caesium fountain clock PTB-CSF2, Metrologia, **47**, 65–79 (2010)
- [27] *R. Wynands, S. Weyers*: Atomic fountain clocks, Metrologia, **42**, 2005, S64–S79
- [28] *A. Einstein*: Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik, IV. Folge, Band **17**, 891–921 (1905)
- [29] *G. Becker, B. Fischer, G. Kramer, E. K. Müller*: Die Definition der Sekunde und die Allgemeine Relativitätstheorie, PTB-Mitt., **77**, 111–116 (1967)
- [30] *C. M. Will*: The confrontation between General Relativity and experimentation, Living Rev., **9**, (2006), <http://livingreviews.org/lrr-2006-3>
- [31] *A. Bauch et al.*: Comparison between frequency standards in Europe and the USA at the  $10^{-15}$  uncertainty level, Metrologia, **43**, 109–120 (2006)
- [32] *D. Piester, A. Bauch, L. Breakiron, D. Matsakis, B. Blanzano, O. Koudelka*: Time transfer with nanosecond accuracy for the realization of International Atomic Time, Metrologia, **45**, 185–198 (2008)
- [33] *J. Graf*: Wilhelm Foerster, Vater der Zeitverteilung im Deutschen Kaiserreich, PTB-Mitt., **119**, 209–215 (2009); *A. Bauch, P. Hetzel, D. Piester*: Zeit- und Frequenzverbreitung mit DCF77: 1959–2009 und darüber hinaus, *ibid.* 217–240; *K. Katzmann*: Die Technik der Funkuhren, *ibid.* 241–252
- [34] ITU-Empfehlungen ITU-R TF768-5 „Standard Frequencies and Time Signals“ und ITU-R TF583-6 „Time Codes“, zu beziehen unter <http://www.itu.int/ITU-R/index.asp?category=study-groups&rlink=rsg7&lang=en>, Related Information „TF583“ bzw. „TF768“
- [35] *E. Peik, U. Sterr*: Optische Uhren, PTB-Mitteilungen, **119**, 123–130 (2009)
- [36] *S. N. Lea*: Limits to time variation of fundamental constants from comparisons of atomic frequency standards, Rep. Prog. Phys., **70**, 1473–1523, (2007)
- [37] *C. W. Chou, D. B. Hume, J. C. J. Koelemij, D. J. Wineland, T. Rosenband*: Frequency Comparison of Two High-Accuracy Al<sup>+</sup> Optical Clocks, Phys. Rev. Lett., **104**, 070802 (2010)
- [38] *P. Gill, F. Riehle*: On Secondary Representations of the Second. Proc. 20<sup>th</sup> European Frequency and Time Forum (Braunschweig 2006), 282–287
- [39] *J. L. Hall*: Defining and measuring optical frequencies, Rev. Mod. Phys., **78**, 1279–1295 (2006), *T. W. Hänsch*: Passion for precision, *ibid.* 1297–1309.
- [40] *H. Schnatz*: in diesem Heft Seite 7–22
- [41] *Chr. Tamm, S. Weyers, B. Lipphardt, and E. Peik*: Stray-field-induced quadrupole shift and absolute frequency of the 688-THz 171Yb<sup>+</sup> single-ion optical frequency standard, Phys. Rev., **A 80**, 043403 (2009)
- [42] *E. Peik, Chr. Tamm*: Nuclear laser spectroscopy of the 3.5 eV transition in Th-229, Europhysics Letters, **61**, 181–186 (2003)
- [43] *H. Drewes*: Science rationale of the Global Geodetic Observing System (GGOS), Dynamic Planet, Internat. Ass. of Geodesy Symposia vol. 130, eds: P. Tregoning, C. Rizos, Springer (Berlin 2007), 703
- [44] *D. Piester, H. Schnatz*: Hochgenaue Zeit- und Frequenzvergleiche über weite Strecken, PTB-Mitt., **119**, 131–143 (2009)
- [45] *R. F. C. Vessot, M. W. Levine*: A test of the equivalence principle using a space-borne clock, J. Gen. Rel. and Grav., **10**, 181–204 (1979)
- [46] *I. H. Stairs*: Testing General Relativity with Pulsar Timing, Living Rev. Relativity **6**, (2003); <http://www.livingreviews.org/lrr-2003-5>
- [47] *J. Taylor*: Binary pulsars and relativistic gravity, Rev. Mod. Phys., **66**, 711–719 (1994)
- [48] *A. Bauch, S. Weyers*: New experimental limit on the validity of local position invariance, Phys. Rev., **D 65**, 081101 (2002)
- [49] *T. M. Fortier et al.*: Precision atomic spectroscopy for improved limits on variation of the fine structure constant and local position invariance, Phys. Rev. Lett., **98**, 070801 (2007)

# Masse und Stoffmenge – Die SI-Basiseinheiten Kilogramm und Mol

Peter Becker\*<sup>1</sup>, Michael Borys\*<sup>2</sup>, Michael Gläser\*<sup>3</sup>,  
Bernd Güttler\*<sup>4</sup> und Detlef Schiel\*<sup>5</sup>

## Gliederung

- 1 Einleitung
- 2 Kilogramm
  - 2.1 Geschichte
  - 2.2 Darstellung und Weitergabe
- 3 Mol
  - 3.1 Geschichte
  - 3.2 Das Mol als eine SI-Einheit in der Chemie
  - 3.3 Darstellung und Weitergabe
    - 3.3.1 Primärnormale als Bezugspunkte
    - 3.3.2 Herstellung internationaler Vergleichbarkeit
    - 3.3.3 Weitergabe und Rückführung auf das Mol
  - 3.4 Zukünftige Entwicklungen
- 4 Neudefinitionen
  - 4.1 Allgemeines
  - 4.2 Die Experimente
    - 4.2.1 Silizium-Einkristall und die Avogadro-Konstante
    - 4.2.2 Wattwaage und die Planck-Konstante
  - 4.3 Darstellung und Weitergabe nach den Neudefinitionen
    - 4.3.1 Kilogramm
    - 4.3.2 Mol
- 5 Zusammenfassung
- 6 Literatur

## 1 Einleitung

Die physikalischen Größen *Masse* und *Stoffmenge* werden in den Einheiten *Kilogramm* und *Mol* gemessen. Sie sind zwei der insgesamt sieben Einheiten des Internationalen Einheitensystems (SI). Auch wenn Kilogramm und Mol als unabhängige Basiseinheiten definiert sind, stehen sie doch in enger Beziehung zueinander. Zum Beispiel wiegt ein Mol des Kohlenstoffisotops <sup>12</sup>C genau 12 Gramm. Das Instrument zur Bestimmung der Masse eines Gegenstands ist in der Regel die Waage, sie wird aber auch zur Bestimmung der Stoffmenge verwendet. Die Masse dividiert durch die bekannte molare Masse ergibt die Stoffmenge in der Einheit mol. In der Umgangssprache verwendet man meistens das Wort „Gewicht“ anstelle von „Masse“. In der Wissenschaft ist das Gewicht jedoch gleichbedeutend mit der

Gewichtskraft, die zwar von der Masse, aber auch von der Fallbeschleunigung abhängt. Die Einheit der Masse ist das Kilogramm, die der Kraft ist das Newton. In ähnlicher Weise spricht man in der Chemie oft vom „Molekulargewicht“ statt von der molaren Masse, der richtigen Bezeichnung. Die molare Masse hat die Einheit Gramm/Mol. Die Stoffmenge unterscheidet sich von der Masse insbesondere dadurch, dass gleiche Stoffmengen verschiedener Stoffe die gleiche Anzahl von Atomen, Molekülen oder anderer atomarer Partikel enthalten, im Allgemeinen aber nicht die gleiche Masse haben.

Die Anzahl der Atome, Moleküle oder anderer atomarer Partikel in einem Mol wird durch die *Avogadro-Konstante* angegeben. Wenn  $m_A(X)$  die Masse eines Atoms, Moleküls oder eines anderen atomaren Partikels X ist und  $M(X)$  die molare Masse dieses Partikels, dann ergibt sich die Avogadro-Konstante  $N_A$  zu:

$$N_A = \frac{M(X)}{m_A(X)} \quad (1.1)$$

Künftig sollen die Einheiten Kilogramm und Mol, aber auch Ampere und Kelvin neu definiert werden. Das Kilogramm ist die einzige der sieben SI-Basiseinheiten, die noch durch eine materielle Verkörperung, das Internationale Kilogrammprototyp<sup>1</sup>, definiert ist. Da ein solcher Körper Veränderungen ausgesetzt ist, ist geplant, das Kilogramm wie auch das Mol, das Ampere und das Kelvin durch Neudefinitionen auf unveränderliche Naturkonstanten zurückzuführen. Das Experiment zur Bestimmung der Avogadro-Konstante mit Hilfe eines Silizium-Einkristalls kann einen Beitrag zur Neudefinition des Kilogramm, aber auch des Mols liefern, da Masse und Stoffmenge in der Moldefinition miteinander verknüpft sind (siehe unten Gl.(3.1)).

Nach einem kurzen geschichtlichen Überblick beschreibt Kapitel 2 die Darstellung des Kilogramm gemäß seiner Definition und seine Weitergabe [1]. Entsprechendes folgt in Kapitel 3 für das Mol. In Kapitel 4 schließt sich ein Ausblick auf die geplanten Neudefinitionen an.

\*<sup>1</sup> Dr. Peter Becker,  
E-Mail:  
peter.becker@ptb.de

\*<sup>2</sup> Dr. Michael Borys,  
Arbeitsgruppe  
„Darstellung Masse“  
E-Mail:  
michael.borys@  
ptb.de

\*<sup>3</sup> Dr. Michael Gläser,  
E-Mail:  
michael.glaeser@  
ptb.de

\*<sup>4</sup> Dr. Bernd Güttler,  
Fachbereich  
„Metrologie in der  
Chemie“  
E-Mail:  
bernd.guettler@  
ptb.de

\*<sup>5</sup> Dr. Detlef Schiel  
Arbeitsgruppe  
„Anorganische  
Analytik“  
E-Mail:  
detlef.schiel@ptb.de

<sup>1</sup> In der Metrologie hat sich abweichend vom allgemeinen Sprachgebrauch für den Begriff „Kilogrammprototyp“ das sächliche Geschlecht („das Kilogrammprototyp“) durchgesetzt.

## 2 Kilogramm

### 2.1 Geschichte

Die Masse – zusammen mit der Länge und der Zeit – ist eine der ältesten Messgrößen der Menschheit. Die frühere Bezeichnung *Gewicht* unterschied noch nicht zwischen der *Gewichtskraft* und der physikalischen Größe *Masse*. Erst Newton führte den Begriff der Masse ein und postulierte, dass die Kraft, durch die ein Körper seinen Bewegungszustand ändert, seiner Masse und seiner Bewegungsänderung proportional ist. Er zeigte ebenfalls, dass diese so genannte träge Masse auch der schweren Masse des Körpers proportional ist. Die schwere Masse ist die Masse, die der Gewichtskraft proportional ist. Der Begriff *Gewicht* ist daher heute gleichbedeutend mit *Gewichtskraft* [2]. Nur in der Umgangssprache wird *Gewicht* häufig noch im Sinne von *Masse* verwendet.

Im Handel und allgemeinen Warenaustausch werden seit einigen tausend Jahren Messgeräte wie zum Beispiel Balkenwaagen und geeignete Gewichtstücke zur Bestimmung der Warenmenge verwendet. Funde von Waagen und Gewichtstücken der alten Kulturen in Mesopotamien, am Nil und im Indus-Tal datieren bis zu 3000 v. Chr. zurück. Die Gewichtstücke trugen häufig Zeichen des Herrschers als Beurkundung ihrer Richtigkeit. Auch wurden staatliche Normalmaße in Tempeln oder anderen Heiligtümern aufbewahrt. So wurden im römischen Reich die *Exagien* in Rom auf dem Kapitol aufbewahrt. Nach der Völkerwanderungszeit versuchte Karl der Große durch eine Verordnung einheitliche Maße und Gewichte in seinem Reich einzuführen. In der Folgezeit entstand jedoch eine Vielzahl von Maß- und Gewichtseinheiten. Die meisten Städte legten ihre eigenen Einheiten fest, die sich auch noch nach der gehandelten Ware unterschieden. Das änderte sich erst zum Beginn des Industriezeitalters. In der französischen Revolution hat man die historisch einmalige Chance wahrgenommen, mit der Änderung der politischen Verhältnisse auch gleich die Maße und Gewichte zu ändern und zu vereinheitlichen. Auch die Aufklärung führte die Intelligenz des 18. Jahrhunderts zu einem universalen, übernationalen Denken, das die Idee von weltweit einheitlichen Maßen und Gewichten förderte. Noch unter Ludwig dem XVI. wurde 1791 ein Gesetz zur Einführung natürlicher und unveränderlicher Maßeinheiten erlassen [3, 4]. Andere Nationen sollten mit einbezogen werden. Als Basis sollte die Länge eines Viertels des Erdmeridians dienen. Die Franzosen Delambre und Méchain vermaßen die Strecke von Dünkirchen bis Barcelona und ermittelten die Länge des Meridians. Der zehnmillionste Teil des Viertels des Meridians wurde 1793 als die

neue Längeneinheit *Meter* und die Masse eines Kubikdezimeters Wasser als Masseneinheit *Grave* definiert. Später wählte man das Gramm und erst 1799 bekam das *Kilogramm* seinen Namen und wurde nun als die Masse eines Platinzylinders definiert, der die Masse eines Kubikdezimeters Wasser bei 4 °C darstellte. Auch das *Meter* wurde nun als der Abstand von zwei Strichmarken auf einem Platinstab definiert. Der Platinzylinder ist bekannt als das „Kilogramme des Archives“ und wird heute im Musée des Arts et Métiers in Paris aufbewahrt. Nach einem Rückfall in das alte Maßsystem wurde in Frankreich ab 1840 nur noch in *Meter* und *Kilogramm* gemessen bzw. gewogen. Andere Länder adaptierten schrittweise die neuen französischen Einheiten, bis sich schließlich 17 Länder im Jahre 1875 zusammenfanden und einen Vertrag zur Einführung der metrischen Maße unterzeichneten, die *Meterkonvention*. Es wurden neue Prototypen für das *Meter* und das *Kilogramm* aus einer Platin-Iridium-Legierung hergestellt, die im Rahmen der damaligen Messgenauigkeit den französischen Prototypen von 1799 entsprachen. Im Jahre 1889 wurden nun die als Internationale Prototypen für das *Meter* und das *Kilogramm* bezeichneten Normale von der ersten Generalkonferenz für Maße und Gewichte sanktioniert [5].

Seit 1901 lautet die Definition des *Kilogramm* [2]: Das *Kilogramm* ist die Einheit der Masse; es ist gleich der Masse des Internationalen *Kilogramm*prototyps.

### 2.2 Darstellung und Weitergabe

Seit seiner Sanktionierung durch die erste Generalkonferenz für Maß und Gewicht im Jahre 1889 verkörpert das Internationale *Kilogramm*prototyp die Einheit der Masse [6] (Bild 1). Definition und Darstellung der Masseneinheit sind damit an diesen zylindrischen Körper aus Platin-Iridium gebunden.

Die Weitergabe erfolgt über eine ununterbrochene Kette von Massevergleichen mit dem Internationalen *Kilogramm*prototyp an der Spitze der Hierarchie (Bild 2). Auf der höchsten Ebene werden diese Vergleiche unter Verwendung von Kopien des Internationalen *Kilogramm*prototyps ausgeführt. Die Kopien bestehen aus der gleichen Platin-Iridium-Legierung (PtIr 10) und besitzen die gleiche zylindrische Form und die gleichen Abmaße.

Über 80 weitere Kopien wurden seit 1889 an die Mitgliedsländer der *Meterkonvention* und das BIPM vergeben. Zu ihrer Unterscheidung sind sie mit einer Nummer gekennzeichnet. Das nationale *Kilogramm*prototyp der Bundesrepublik Deutschland ist das 1954 neu erworbene Prototyp Nr. 52. Die Weitergabe der Masseneinheit vom Internationalen *Kilogramm*prototyp zu den nationalen Pro-



Bild 1: Internationales Kilogrammprototyp (aufbewahrt unter drei Glasglocken im Internationalen Büro für Maß und Gewicht (BIPM) in Sèvres bei Paris)

totypen erfolgt in der Regel über die vom BIPM als Arbeitsnormale verwendeten Kilogrammprototypen. Hierzu werden die nationalen Prototypen etwa alle zehn Jahre im BIPM rekali­briert. Vergleiche mit dem Internationalen Kilogrammprototyp werden in deutlich größeren Zeitabständen im Rahmen von sogenannten Nachprüfungen (Verifikationen) ausgeführt. Nach den ersten Vergleichsmessungen in den Jahren von 1883 bis 1888 wurden die nationalen Kilogrammprototypen erst zu drei Nachprüfungen einberufen: 1899 bis 1911 (bei der ersten Nachprüfung wurde nicht das Internationale Kilogrammprototyp, sondern das Kilogrammprototyp Nr. 1 als Referenz verwendet), 1939/46 bis 1953 (durch den Zweiten Weltkrieg unterbrochen) und 1988 bis 1992 [7]. Die Unsicherheit, mit der die Masse der nationalen Kilogrammprototypen vom BIPM angegeben wird, hängt von der Zeit seit dem letzten Anschluss der Arbeitsnormale des BIPM an das Internationale Kilogrammprototyp ab. In der Vergangenheit lagen die Standardunsicherheiten hierfür in einem Bereich von 2 µg bis 8 µg (relativ  $2 \cdot 10^{-9}$  bis  $8 \cdot 10^{-9}$ , vgl. Bild 2).

Ausgehend von den nationalen Kilogrammprototypen wird die Masseneinheit in den Metrologieinstituten an deren Hauptnormale, die

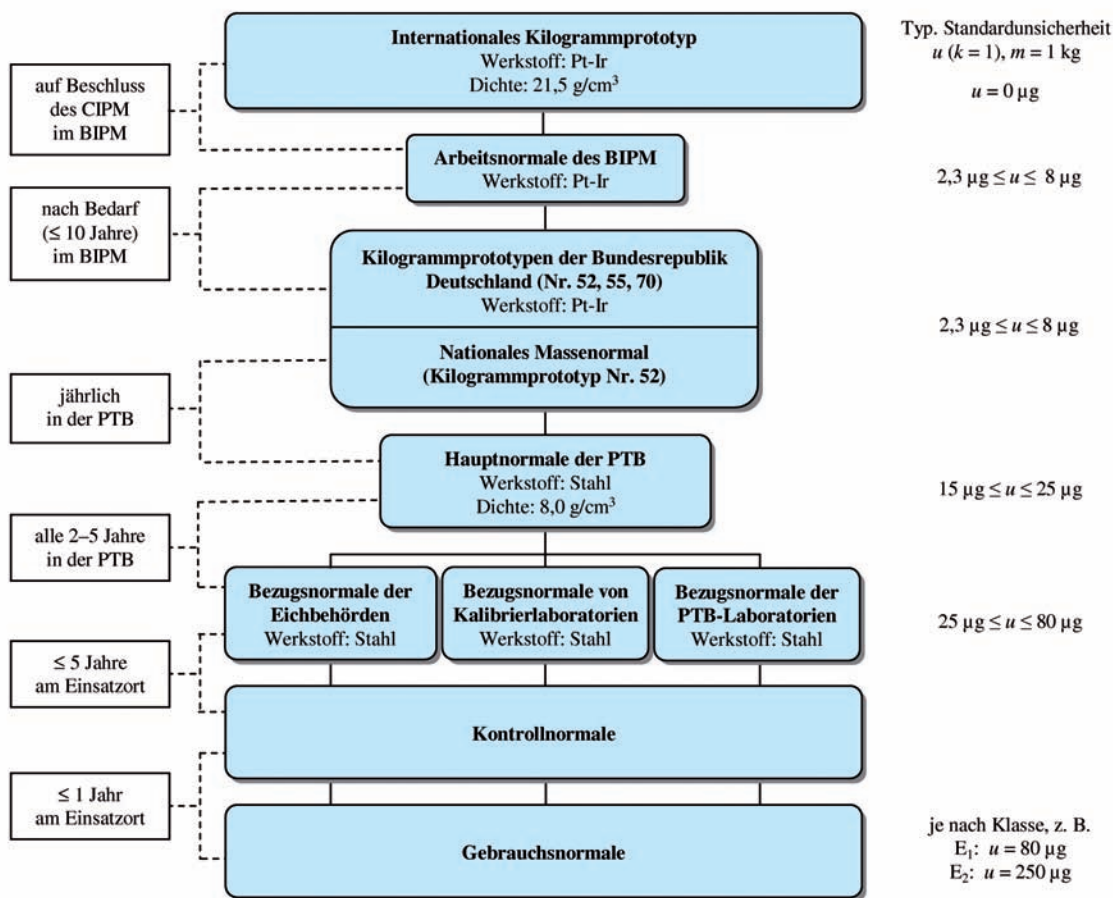


Bild 2: Rückführung der Massenormale in der Bundesrepublik Deutschland (Pt-Ir: Legierung aus 90% Platin und 10% Iridium, BIPM: Bureau International des Poids et Mesures, CIPM: Comité International des Poids et Mesures)



im Allgemeinen aus korrosionsbeständigem, unmagnetischem Stahl bestehen, weitergegeben. Dieser Anschluss stellt aufgrund des notwendigen Übergangs von der Dichte  $21\,500\text{ kg/m}^3$  (Pt-Ir) auf  $8000\text{ kg/m}^3$  (Stahl) und des entsprechend unterschiedlichen Luftauftriebs besondere Anforderungen an die Luftdichtebestimmung. Wird ein Massevergleich zwischen einem Kilogrammprototyp mit der Masse  $m_{\text{Pt}}$  und dem Volumen  $V_{\text{Pt}}$  und einem Massennormal aus Stahl mit der unbekannt Masse  $m_{\text{St}}$  und dem Volumen  $V_{\text{St}}$  in Form einer Substitutionswägung in Luft mit der Dichte  $\rho_a$  ausgeführt und eine (bereits auftriebskorrigierte) Wägedifferenz  $\Delta m'_{\text{W,St-Pt}}$  ermittelt, so ergibt sich folgende Wägleichung [8]:

$$m_{\text{St}} = m_{\text{Pt}} + \rho_a (V_{\text{St}} - V_{\text{Pt}}) + \Delta m'_{\text{W,St-Pt}} \quad (2.1)$$

Die Unsicherheit, mit der die Masse des unbekannt Normalen bestimmt werden kann, ist damit abhängig von den Unsicherheitsanteilen der Masse des Kilogrammprototyps, der Luftdichte, der Volumendifferenz und des Wägevorganges. Der Term  $\rho_a (V_{\text{St}} - V_{\text{Pt}})$  beschreibt die Auftriebsdifferenz zwischen den beiden Körpern und wird als Auftriebskorrektur bezeichnet. Für den Anschluss eines 1-kg-Massennormalen aus Stahl an ein Kilogrammprototyp aus Platin-Iridium führt die Volumendifferenz von rund  $80\text{ cm}^3$  unter normalen Umgebungsbedingungen zu einer Auftriebsdifferenz von rund  $100\text{ mg}$ . Um diese Auftriebsdifferenz mit hinreichender Genauigkeit korrigieren zu können, wird die Luftdichte während des Wägevorgangs durch Messung der

Luftdichteparameter (Temperatur, Druck, Feuchte und gegebenenfalls  $\text{CO}_2$ -Gehalt) mit Hilfe der vom Comité International des Poids et Mesures (CIPM) empfohlenen Luftdichteformel (auch als CIPM-Gleichung bezeichnet) [9] bestimmt. Dies gelingt mit einer relativen Standardunsicherheit von etwa  $6 \cdot 10^{-5}$ , wenn die Messungen der Luftdichteparameter mit großem Aufwand ausgeführt werden. Für den Massevergleich zwischen einem Platin-Iridium- und einem Stahlnormal ergibt sich hieraus ein Unsicherheitsbeitrag von rund  $6\text{ }\mu\text{g}$ . Die Unsicherheit der Luftauftriebskorrektur ist damit oftmals deutlich größer als die Unsicherheitsbeiträge der Wägung und anderer Einflussgrößen [8]. Noch geringere Unsicherheiten lassen sich durch Wägung spezieller Auftriebskörper erreichen [10]. Mit dieser Methode sind Luftdichtebestimmungen mit relativen Standardunsicherheiten von rund  $2 \cdot 10^{-5}$  möglich [11–13].

Der Masseanschluss von 1-kg-Hauptnormalen an nationale Kilogrammprototypen wird auf speziellen 1-kg-Massekomparatoren, sogenannten Prototypwaagen, ausgeführt (Bild 3).

Diese besitzen im Vergleich zu ihrer Höchstlast nur einen kleinen Wägebereich, der aber sehr hoch und mit geringen Linearitätsabweichungen aufgelöst werden kann. Der in Bild 3b dargestellte Massekomparator verfügt beispielsweise über einen elektrischen Wägebereich von  $2\text{ g}$ , der mit  $0,1\text{ }\mu\text{g}$ , d. h. in  $2 \cdot 10^7$  Schritten, und einer maximalen Linearitätsabweichung von rund einem Mikrogramm aufgelöst werden kann. Um die verbleibenden Unsicherheitsbeiträge der Linearität und Justierung des Wägebereiches zu verringern,

Bild 3: Prototypwaagen der PTB (1-kg-Vakuum-Massekomparatoren, aufgestellt in vakuumfesten Kammern):

a) Mettler-Toledo M\_one: automatische Wechseleinrichtung mit sechs Positionen, Auflösung  $0,1\text{ }\mu\text{g}$ , Standardabweichung  $\leq 0,3\text{ }\mu\text{g}$ ;

b) Sartorius CCL1007: automatische Wechseleinrichtung mit acht Positionen, Auflösung  $0,1\text{ }\mu\text{g}$ , Standardabweichung  $\leq 0,2\text{ }\mu\text{g}$



werden geeignete Massennormale in Form von Zulagen verwendet, welche die Wägedifferenz auf etwa 10 % des Wägebereiches begrenzen. Prototypwaagen werden heute nahezu ausschließlich in druckfesten Gehäusen untergebracht, die meist auch evakuiert werden können. Unter druckstabilen Bedingungen und Temperaturschwankungen von wenigen Millikelvin können mit modernen Prototypwaagen relative Standardabweichungen  $\leq 2 \cdot 10^{-10}$  erreicht werden.

Die verwendeten Massennormale müssen so beschaffen sein, dass innerhalb der Rekalibrierintervalle eine im Verhältnis zur Unsicherheit ihrer Masse ausreichende Massestabilität gewährleistet ist. Im deutschen Sprachgebrauch wird meist zwischen Massennormalen und eichfähigen Gewichtstücken unterschieden, wobei das Adjektiv eichfähig im Allgemeinen fortgelassen wird. Für (eichfähige) Gewichtstücke gelten internationale Richtlinien und Empfehlungen sowie nationale Vorschriften, die Fehlergrenzen, Werkstoffe, Form, magnetische Eigenschaften, Oberflächenbeschaffenheit usw. festlegen [14–17]. Massennormale sollten zumindest die Anforderungen erfüllen, die bezüglich der Oberflächenbeschaffenheit und der magnetischen Eigenschaften an Gewichtstücke vergleichbarer Unsicherheit gestellt werden.

Um die Massen beliebiger Körper bestimmen zu können, ist die Darstellung und Weitergabe von Teilen und Vielfachen der Einheit Kilogramm erforderlich. In den nationalen Metrologieinstituten werden Teile und Vielfache der Einheit als sogenannte Masseskala von den nationalen Prototypen abgeleitet [8, 18]. Die Ableitung erfolgt mithilfe von

Gewichtsätzen geeigneter Stückelung nach einem Wägeschema, das die jeweiligen Kombinationen von Massennormalen mit gleichen und unterschiedlichen Nennwerten für die auszuführenden Massevergleiche festlegt. Das Wägeschema ist so gestaltet, dass sich ein überbestimmtes System von Wägleichungen ergibt. Die Massen der zu bestimmenden Normale sowie deren Varianzen und Kovarianzen werden unter Anwendung einer Ausgleichsrechnung aus diesem Gleichungssystem berechnet. Im Ergebnis der Ableitung stehen auf das nationale Kilogrammprototyp rückgeführte Sekundärnormale zur Verfügung, die Teile und Vielfache der Einheit verkörpern. Mit ihrer Hilfe wird die Masseneinheit an die Bezugsnormale von Institutionen und Behörden im gesetzlichen Messwesen, an Kalibrierlaboratorien im industriellen Messwesen und andere Einrichtungen in der Forschung, Industrie und Metrologie weitergegeben. Die Masseskala wird für die Nennwerte abgeleitet, die regelmäßig und mit besonders hohen Anforderungen benötigt werden. Der Bereich, in dem die Masseskala beispielsweise in der PTB abgeleitet wird, umfasst die Nennwerte von 1 mg bis 5 t, d. h. mehr als neun Größenordnungen. Für die Ableitung der Masseskala und die Weitergabe von Teilen und Vielfachen der Masseneinheit über mehrere Größenordnungen müssen für den jeweiligen Nennlastbereich optimierte Massekomparatoren und Waagen eingesetzt werden. In der Tabelle 1 ist eine Auswahl der hierfür in der PTB verwendeten Systeme mit ihren wesentlichen Eigenschaften aufgeführt.

Bild 4 gibt einen Überblick über die kleinsten Unsicherheiten, mit denen Massennormale in der

Tabelle 1:

Daten der in der PTB zur Darstellung der Masseskala und für Massebestimmungen höchster Genauigkeit verwendeten Waagen und Massekomparatoren [18].

(Max: Höchstlast,  $d$ : Teilungswert,  $s$ : Standardabweichung,  $s_{\text{rel}}$ : relative Standardabweichung bezogen auf die nutzbare Höchstlast, EMKK: elektromagnetische Kraftkompensation)

Nennwertebereich	Max / $d$	Wägeprinzip	$s$	$s_{\text{rel}}$
1 mg bis 5 g	5 g / 0,1 $\mu\text{g}$	elektronische Komparatorwaage mit vollständiger EMKK	0,3 $\mu\text{g}$	$6 \cdot 10^{-8}$
10 g bis 100 g	111 g / 1 $\mu\text{g}$	Massekomparator mit automatischer Wechseleinrichtung, 4 Positionen	1,2 $\mu\text{g}$	$1,1 \cdot 10^{-8}$
100 g bis 1 kg	1 kg / 0,1 $\mu\text{g}$	Vakuum-Massekomparatoren mit automatischer Wechseleinrichtung, 6 bzw. 8 Positionen (Prototypwaagen)	0,3 $\mu\text{g}$	$3 \cdot 10^{-10}$
2 kg bis 10 kg	10 kg / 10 $\mu\text{g}$	Massekomparator mit automatischer Wechseleinrichtung, 4 Positionen	20 $\mu\text{g}$	$2 \cdot 10^{-9}$
20 kg bis 50 kg	64 kg / 0,1 mg	Massekomparator mit automatischer Wechseleinrichtung, 4 Positionen	0,4 mg	$6,3 \cdot 10^{-9}$
100 kg bis 500 kg	600 kg / 0,1 g	elektronische Komparatorwaage mit vollständiger EMKK und automatischer Wechseleinrichtung, 2 Positionen	0,2 g	$3,3 \cdot 10^{-7}$
500 kg bis 5000 kg	5000 kg / 0,02 g	mechanische, gleicharmige Balkenwaage mit automatisierter Messwerterfassung	0,6 g	$1,2 \cdot 10^{-7}$

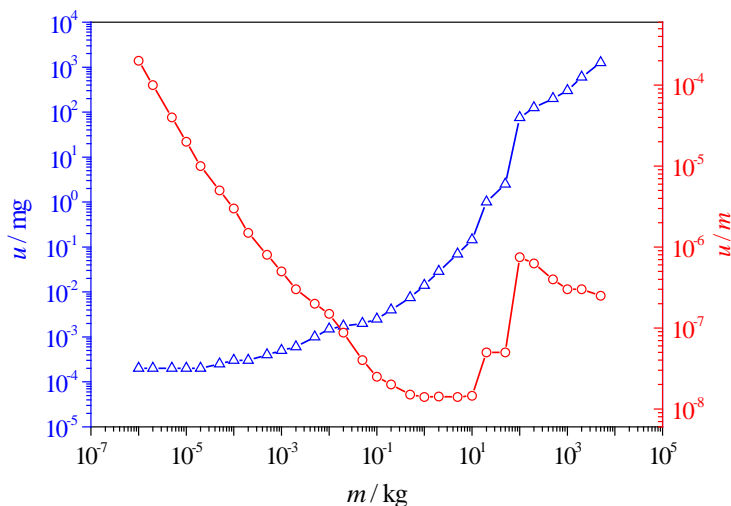


Bild 4:  
Kleinste Standardunsicherheiten ( $k = 1$ ), mit denen Massennormale in der PTB in Übereinstimmung mit den Angaben in den CMC<sup>2</sup>-Tabellen des BIPM kalibriert werden können.  
(Dreiecke: absolute Werte  $u$  in mg, Kreise: relative Werte  $u/m$ )

PTB in Übereinstimmung mit den Angaben in den CMC<sup>2</sup>-Tabellen des BIPM kalibriert werden können. Die relativen, um den Faktor  $k = 2$  erweiterten Unsicherheiten liegen hierbei in einem Bereich von  $2,8 \cdot 10^{-8}$  (für 1 kg) bis  $4 \cdot 10^{-4}$  (für 1 mg). Die Unsicherheitsangaben in den CMC-Tabellen des BIPM wurden im Rahmen von internationalen Vergleichsmessungen (key comparisons) bestätigt und werden gemäß dem Anhang C des gegenseitigen Abkommens (MRA) des Internationalen Komitees für Maße und Gewichte (CIPM) [<http://www.bipm.org/en/cipm-mra/>] von allen beteiligten Metrologieinstituten gegenseitig anerkannt.

### 3 Mol

Das Mol ist die SI-Basiseinheit für die Basisgröße Stoffmenge und entspricht einer Anzahl gleicher, definierter Einzelteilchen. Chemische Reaktionen erfolgen auf der Basis von Vielfachen dieser kleinsten, identifizierbaren Bestandteile eines Stoffes, z. B. ihrer Atome oder Moleküle. Das Mol ist deshalb die natürliche Einheit zur Messung der Stoffmenge.

#### 3.1 Geschichte

Die Begriffe Mol und Avogadro-Konstante gehen zurück auf die Deutung chemischer Vorgänge als Verbindungen zwischen Atomen und Molekülen. John Dalton (1766–1844) erklärte 1808, dass sich Atome eines Elements nicht voneinander unterscheiden und dass sie eine bestimmte atomare Masse haben. Avogadro (1776–1856) sagte 1811, dass gleiche Volumina aller Gase bei gleicher Temperatur und gleichem Druck die gleiche Anzahl an Molekülen enthalten. Seine Feststellung geriet

zunächst in Vergessenheit, bis Stanislaw Cannizzaro sie wieder aufgriff und 1858 ein konsistentes System von chemischen Formeln und „Atomgewichten“ (relative atomare Massen, s. u.) aller Elemente veröffentlichte. Danach entwickelten sich in der Chemie die Begriffe Atom- und Molekulgewicht sowie andere, auf der Atomtheorie basierende Begriffe [19].

Der Ursprung des Begriffs Mol wird Wilhelm Ostwald zugeschrieben (siehe z. B. [20]). In seinem „Hand- und Hilfsbuch zur Ausführung Physiko-Chemischer Messungen“ von 1893 schreibt er: „Nennen wir allgemein das Gewicht in Grammen, welches dem Molekulargewicht eines gegebenen Stoffes numerisch gleich ist, ein Mol, ...“ [21]. Ähnliche Begriffe wie „g-Molekel“ oder „g-Mol.“ mit vergleichbarer Bedeutung wurden aber zeitgleich auch von anderen verwendet (siehe z. B. [22]). Entsprechend dieser Definition war die Einheit Mol deshalb eng mit der Masse verknüpft und wurde noch lange als „chemische Masseneinheit“ interpretiert. Die atomistische Sichtweise, die das Mol mit einer Teilchenzahl verknüpft und deshalb die Einführung einer zusätzlichen Basisgröße, der „Stoffmenge“, erforderlich macht, existierte zwar seit Dalton und Avogadro, aber es lagen zunächst noch keine experimentellen Befunde vor, die solche Modelle bestätigen konnten [22]. Die experimentelle Bestätigung der Atomtheorie und die Bestimmung der Avogadro-Konstante (Teilchenzahl pro Mol) führten schließlich zu zwei unterschiedlichen Sichtweisen des Mol, die Stille [23] durch die Begriffe „Mol“ (als chemische Masseneinheit) und „Molzahl“ (als eine auf eine Teilchenzahl bezogene Einheit, die durch die Avogadro-Zahl festgelegt ist) unterschied.

Die Integration der Einheit Mol in das SI-Einheitensystem löste diesen Widerspruch auf und machte die begriffliche Unterscheidung überflüssig. Sie erfolgte erst sehr viel später, im Oktober 1971, nachdem die 14. Generalkonferenz der Meterkonvention beschlossen hatte, als 7. Basisgröße die „Stoffmenge“, einzuführen. Der englische Begriff „amount of substance“ wurde aus dem deutschen Begriff „Stoffmenge“, nach Stille abgeleitet [24, 25]. Vorausgegangen war eine entsprechende Empfehlung der International Union of Pure and Applied Physics (IUPAP), der International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC) und der International Organization for Standardization (ISO) verbunden mit dem Hinweis, das Kohlenstoffisotop <sup>12</sup>C als Bezugspunkt zu wählen [6]. Die Gründung eines Komitees des BIPM (früher: Meterkonvention) zur Behandlung von Fragen, die mit der Basisgröße Stoffmenge in Zusammenhang stehen (Comité Consultatif pour la Quantité de Matière – CCQM), erfolgte wiederum erst sehr viel später, im Jahre 1993 [26].

<sup>2</sup> Calibration and measurement capabilities (CMC, <http://kcdb.bipm.org/appendixC/>)

### 3.2 Das Mol als eine SI-Einheit in der Chemie

Das Mol stellt eine Verbindung zwischen dem SI der Meterkonvention und der Chemie her. Mithilfe des Mol können quantitative Zusammenhänge in der Chemie auf SI-Einheiten rückgeführt und international verglichen werden. Auf der Grundlage des Mol wurden in den letzten Jahren eine Vielzahl von Nationalen Normalen für wichtige Messgrößen der Chemie entwickelt, die so auf das SI rückführbar sind.

In der täglichen Praxis (z. B. bei der Durchführung von chemischen Reaktionen im Labor oder in der chemischen Industrie) ist stets eine sehr große Zahl von Atomen und Molekülen an einer Reaktion beteiligt. Die Einheit Mol fasst deshalb aus praktischen und historischen Gründen so viele Teilchen zusammen, dass auf relativ einfache Weise auf andere Einheiten (das Kilogramm) Bezug genommen werden kann.

Die Definition der SI-Einheit „Mol“ lautet [6] :

1. Das Mol ist die Stoffmenge eines Systems, das aus ebensoviel Einzelteilchen besteht, wie Atome in 12 g des Kohlenstoff-Isotops  $^{12}\text{C}$  enthalten sind; sein Symbol ist „mol“.
2. Bei Benutzung des Mol müssen die Einzelteilchen spezifiziert sein und können Atome, Moleküle, Ionen, Elektronen sowie andere Teilchen oder Gruppen solcher Teilchen genau angegebener Zusammensetzung sein.

Die  $^{12}\text{C}$  Atome müssen sich dabei in Ruhe befinden, ungebunden sein und im Grundzustand vorliegen [6].

Anders als bei Ostwald, der sich in seiner Definition nur auf die Masse bezieht, wird jetzt ein Bezug zu einer Teilchenzahl hergestellt. Die Anzahl von Teilchen ist gleich dem Zahlenwert der Avogadro-Konstante, die heute im Rahmen des Avogadro-Projekts mit höchster Genauigkeit bestimmt wird.

In der Praxis erfolgt die Rückführung auf das Mol dennoch zumeist über eine Wägung und den Bezug zur relativen atomaren Masse. Die Verbindung zwischen der Stoffmenge  $n_{\text{A}}$  eines Analyten A und seiner Masse  $m$  (gemessen in Gramm) erfolgt über seine molare Masse  $M(\text{A})$  (gemessen in g/mol):

$$n_{\text{A}} = \frac{m}{M(\text{A})} \quad (3.1)$$

wobei für  $M(\text{A})$  die molare Masse von  $^{12}\text{C}$ ,  $M(^{12}\text{C}) = 12 \text{ g/mol}$ , als Bezugsbasis dient. Die molare Masse eines Stoffes kann aus den in der Regel gut bekannten, durchschnittlichen relativen Atommassen  $A_{\text{r}}$  der beteiligten Elemente

errechnet werden. Diese haben ebenfalls  $^{12}\text{C}$  als Bezugspunkt, definitionsgemäß gilt  $A_{\text{r}}(^{12}\text{C}) = 12$  (dimensionslos). Die durchschnittlichen relativen Atommassen berücksichtigen die relativen Atommassen aller Isotope eines Elements und deren Häufigkeitsverteilung auf der Erde [6, 27]. Die molare Masse  $M(\text{A})$  des Stoffes A ist das Produkt aus der Summe der durchschnittlichen relativen Atommassen  $A_{\text{r}}$  aller beteiligten Elemente eines Moleküls des Stoffes A entsprechend seiner stöchiometrischen Zusammensetzung  $A_{\text{r}}(\text{A})$  und der Molaren Massekonstante  $M_{\text{u}}$ . Aus der Definition des Mol folgt, dass  $M_{\text{u}}$  exakt 1 g/mol ist:

$$M(\text{A}) = A_{\text{r}}(\text{A}) \times M_{\text{u}} \quad (3.2)$$

Aber auch eine Rückführung auf das Mol ohne Bezug zur Masse über eine Bestimmung der Teilchenzahl ist denkbar, wenn die Avogadro-Konstante bekannt ist. Konzepte zur Messung der Zahl von Einzelteilchen gibt es seit Langem, wenn dies auch auf spezielle Fälle beschränkt blieb (siehe Kap. 4.2.1.). Dies kann z. B. durch die Bestimmung der Stoffmenge eines kristallinen Festkörpers mithilfe seiner mikroskopischen, kristallografischen Gitterparameter und seines makroskopischen Volumens geschehen. Im Prinzip geschieht dies auch im Rahmen des Avogadro-Projekts durch die Vermessung einer hochreinen  $^{28}\text{Si}$ -Einkristallkugel und seiner Kristallgitterparameter. Ähnliche, wenn auch sehr viel einfachere Experimente gibt es seit der Entdeckung der Röntgenbeugung. Auch gibt es Experimente zur (direkten oder indirekten) Zählung von Einzelteilchen, z. B. von Ionen [28] und Elektronen (single-electron-tunneling -SET-Schaltkreise), die z. B. im Rahmen einer quantenmetrologischen Neudefinition der SI-Basiseinheit Ampere relevant werden könnten (Näheres siehe F. J. Ahlers, Stromstärke, – Die SI-Basiseinheit Ampere, in diesem Heft S. 59, sowie [29, 30, 31]). Mit diesem Ansatz sind bis jetzt Zählraten von mehreren GHZ erreicht worden [31].

Weiter gibt es zahlreiche Verfahren zur Beobachtung einzelner Atome (Rastersonden-Mikroskopie) oder auch chemisch-analytische Verfahren zur Identifikation und Detektion einzelner Moleküle [32]. Zwar ist keines dieser Verfahren zurzeit geeignet, um makroskopische Probenmengen in der Größenordnung 1 mol zu quantifizieren, in manchen Bereichen kann dies aber auch nicht unbedingt erforderlich sein, z. B. in der Nanotechnologie.

Das Mol ist somit, anders als die anderen Basiseinheiten, durch zwei Sätze definiert. Der erste definiert eine Teilchenzahl. Der zweite fordert die Identifikation der Einzelteilchen und stellt, über die Physik hinaus, die Verbindung zur analytischen Chemie her. Die vollständige Beschreibung eines Messvorgangs zur Bestimmung der

Stoffmenge einer Substanz in der Einheit Mol erfordert somit die *Identifizierung* und *Quantifizierung* eines spezifizierten Teilchentyps (Analyts). Die Stoffmenge 1 mol enthält immer die gleiche Anzahl von Teilchen, diese Anzahl ist gleich dem Zahlenwert der Avogadro-Konstante, die heute im Rahmen des Avogadro-Projekts bestimmt wird.

Hinsichtlich der Identifikation der Teilchen heißt es im erläuternden Text zur Definition der SI Einheiten: „Es ist wichtig, die relevanten Einzelteilchen immer genau zu definieren, (wie im zweiten Satz der Moldefinition hervorgehoben) vorzugsweise durch ihre empirische chemische Formel“ [6]. Dies beinhaltet, dass für deren vollständige Beschreibung über die chemische Formel hinaus auch weitere Informationen notwendig sein können, wie z. B. solche über ihre Struktur.

### 3.3 Darstellung und Weitergabe

#### 3.3.1 Primärnormale als Bezugspunkte

Eine Rückführung auf eine SI-Einheit erfolgt durch die praktische Realisierung der Einheit in Form von Primärnormalen mit angegebenem Größenwert und beigeordneter Messunsicherheit. Primärnormale sind Normale, die mithilfe eines Primärmessverfahrens hergestellt wurden [33]. Dies ist ein Referenzmessverfahren, das verwendet wird, um ein Messergebnis zu erhalten, ohne dass ein Bezug zu einem Normal für eine Größe gleicher Art besteht [33]. Primärmessverfahren sind deshalb gleichzeitig der erste Schritt in der Weitergabekette vom SI zum Endnutzer [34].

Im Fall der Stoffmenge und der Einheit Mol gehört zu einem Primärnormal ein Messverfahren, mit dem die Messgröße identifiziert und quantifiziert werden kann. In der Praxis werden dabei zumeist Angaben zu Messgrößen wie der Stoffmengenkonzentration  $c_A$  eines Analyten A in einer Matrix

$$c_A = \frac{n_A}{V}, \text{ angegeben in mol/m}^3, \quad (3.3)$$

oder seines Stoffmengenanteils  $x_A$

$$x_A = \frac{n_A}{n_{\text{Matrix}}}, \quad (3.4)$$

als dimensionslose Größe oder angegeben in mol/mol, benötigt. Die Identifizierung erfordert ein Messverfahren, das ein Molekül in seiner Gesamtheit erkennt (das Zählen der atomaren Bestandteile ist nicht ausreichend). Dies geschieht z. B. im Fall der Massenspektrometrie anhand der Masse des Moleküls. Andere Identifikationsmöglichkeiten sind die Beobachtung der charakteristischen Eigenschwingungen des Moleküls mit Hilfe der Infrarot- und

Ramanspektrometrie („fingerprint“-Methode) oder aber charakteristischer chemischer Verschiebungen von Resonanzfrequenzen im Fall der Kernspinresonanzspektroskopie.

Die Quantifizierung einer Messgröße durch die Messung der Zahl von Einzelteilchen ist in der Praxis zumeist unrealistisch. Deshalb erfolgt sie durch den Vergleich mit einer Reinsubstanz des Analyten A, dessen Stoffmenge  $n_A$  aus der bekannten Masse  $m$  der Reinsubstanz und deren Reinheit  $R(A)$  bekannt ist:

$$n_A = \frac{m}{M(A)} R(A) \quad (3.5)$$

#### Beispiel: Nationale Normale zur Bestimmung von Elementkonzentrationen in Lösungen

Die Sicherstellung der Richtigkeit von Messungen der Elementkonzentration in Lösungen ist eine der häufigsten metrologischen Aufgaben in der Chemie. Die PTB stellt hierfür gemeinsam mit der Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM) nationale Normale in Form von Monoelementlösungen in Wasser als Bezugspunkte bereit. Der praktische Anschluss des Stoffmengenanteils an das Mol wird hier mit Hilfe von „reinen Materialien“ (Metallen und Salzen) realisiert. Die Reinheit dieser Materialien spezifiziert den Anteil der Hauptkomponente (A) des Materials, z. B. den Anteil von Cu in einem Cu-Material. Diesem Anteil kann anhand seiner Masse  $m_A = m \cdot R(A)$  ( $m$  = Gesamtmasse des Materials) und der molaren Masse  $M_A$  entsprechend Gl. 3.5 eine Stoffmenge zugeordnet und damit der SI-Anschluss hergestellt werden. Die Unsicherheit des Anschlusses, also die Unsicherheit der Stoffmenge  $n_A$ , wird sowohl durch die Unsicherheit der Reinheit als auch durch die der Massemessung und die der molaren Masse bestimmt. Der Absolutbetrag der Reinheit ist dagegen für den Anschluss im Prinzip ohne Belang, allerdings können bei hochreinen Materialien geringere Unsicherheiten für die Reinheit erzielt werden.

Die Reinstoffe werden hinsichtlich ihrer Gehalte an Verunreinigungen durch alle denkbaren anderen Elemente untersucht, um eine Unsicherheit der Reinheit  $U_{\text{rel}}(R)$  möglichst kleiner als  $5 \cdot 10^{-5}$  g/g zu erhalten. Dies macht es z. B. erforderlich, außer den metallischen auch schwer messbare Nichtmetalle, wie Kohlenstoff, Sauerstoff und Stickstoff, bis zu relativen Gehalten von  $10^{-6}$  g/g zu messen. Hier liegt oft das Problem kommerzieller Reinstoffe, die zwar mit nominell hoher Reinheit angeboten werden, aber nur hinsichtlich der analytisch leicht zugänglichen Elemente untersucht wurden. [35]

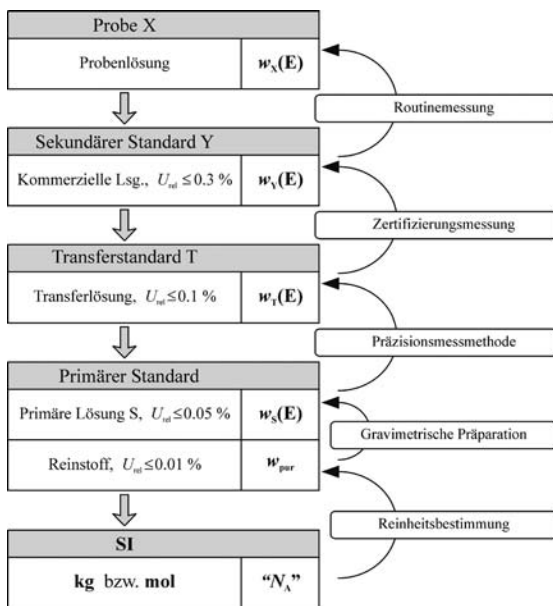


Bild 5:  
Monoelement-Kalibrierlösungen

Die von der BAM gehaltenen nationalen Normale der Elementanalytik müssen für die Weitergabe in Lösung gebracht werden. Dies geschieht in der PTB gravimetrisch, d. h. der Elementgehalt wird allein anhand der gemessenen Massen der verwendeten Reinstoffe und Chemikalien zum Auflösen und Verdünnen ermittelt. Außerdem werden mithilfe von Präzisionsmessverfahren sekundäre Lösungen (Transferlösungen) an die primären angeschlossen und diese an Kalibrierlaboratorien weitergegeben. Die relative Unsicherheit des Elementgehaltes der primären Lösungen liegt bei  $U_{rel}$  (primäre Lösung)  $\leq 10^{-4}$  g/g, während die relative Unsicherheit der Transferlösung  $U_{rel}$  (Transferlösung)  $\leq 2 \cdot 10^{-3}$  g/g beträgt. Mit diesem System, das auf der Weitergabe von Referenzmaterialien (meist Monoelement-Kalibrierlösungen) beruht und das in Bild 5 dargestellt ist, wird den Prüflaboratorien die Möglichkeit gegeben, rückgeführte und damit auch vergleichbare Messergebnisse zu erhalten. Die Vergleichbarkeit ist insbesondere in der EU ein zunehmend gefordertes Qualitätsmerkmal von Messergebnissen.

Bei der Messung realer Proben (z. B. Abwässer, Nahrungsmittel) in Prüflaboratorien können Matrixeffekte auftreten. Sie bewirken Messwertabweichungen, obwohl die Rückführung anhand von Monoelement-Kalibrierlösungen hergestellt wurde. Dies macht eine Validierung der Messmethoden mithilfe rückgeführter Matrix-Referenzmaterialien unabdingbar. Leider sind gegenwärtig davon nur wenige verfügbar, u. a. wegen der großen stofflichen Vielfalt in der Chemie. Einen Weg, diesen Engpass zu überwinden, bieten Vergleichsmessungen, bei denen Metrologieinstitute oder Kalibrierlaboratorien den für den

Vergleich verwendeten Materialien rückgeführte Werte durch Messung zuordnen. Damit können die Prüflaboratorien ihre Messverfahren bei jeder Vergleichsmessung (ob Pflicht oder freiwillig) validieren. Dieses Konzept wird von der PTB in nahezu allen Rückführungs- und Weitergabesystemen angewendet und garantiert eine rationelle, flächendeckende und nachhaltige Weitergabe.

### Beispiele für Primärmessverfahren

Es sind verschiedene Primärmessverfahren zur Rückführung auf das Mol diskutiert worden [34, 36]. Wir konzentrieren uns hier auf Verfahren mit besonders hoher praktischer Relevanz. Mit ihnen wird die weitaus größte Zahl von Rückführungen auf das Mol realisiert.

Besonders häufig werden Rückführungen mit Hilfe sogenannter „Primärer Verhältnismessverfahren“ [33, 34] realisiert, die z. B. auf der Isotopenverdünnungs-Massenspektrometrie basieren. Dabei wird der Probe eine genau bekannte Menge des Analyten in einer synthetischen, isotopenveränderten Form als interner, chemisch gleichartiger Standard zugesetzt. Im Massenspektrum werden dann Signale der synthetischen und der natürlichen Form des Analyten unterscheidbar. Die Konzentration des Analyten kann durch Vergleich der Signalintensitäten des natürlichen und des zugesetzten, isotopenveränderten Analyten (Isotopolog) ermittelt werden. Dieses Vorgehen erlaubt die Ermittlung von Messergebnissen mit Messunsicherheiten, die nicht durch Wiederfindungsraten und analytische Aufbereitungsschritte beeinflusst werden. Eine besonders hohe Genauigkeit wird erreicht, wenn der Messvorgang auf eine genau bekannte, gravimetrisch hergestellte Referenzprobe des zu messenden Analyten in ähnlicher Konzentration bezogen wird. Diesem wird die gleiche Menge des isotopenmarkierten Standards zugesetzt und die Ergebnisse verglichen („exact matching“) [37]. In diesem Fall wird die Messgenauigkeit nicht mehr durch den isotopenmarkierten Standard beeinflusst. Ein äquivalentes Vorgehen ist auch bei den oben genannten schwingungsspektroskopischen Verfahren möglich, die auf anderen physikalischen Grundprinzipien beruhen, aber ebenfalls massensensitiv sind und es deshalb erlauben, Isotopologe getrennt zu beobachten und als interne Standards zu verwenden [38].

Primärmessverfahren, die nach diesem Prinzip arbeiten, ermöglichen es, Messunsicherheiten typischerweise im Bereich von 1 % – 3 % zu erreichen ( $k = 2$ ), z. B. in der Spurenanalytik im Umweltschutz (z. B. Hg in Trinkwasser) oder der klinischen Chemie (z. B. Kreatinin in Blutserum).

Gravimetrie und Coulometrie ermöglichen die direkte Quantifizierung eines Stoffes durch Wägung oder die Messung der Elektrizitätsmenge

[34, 36]. Mithilfe der Gravimetrie kann z. B., wie oben beschrieben, eine Referenzlösung durch die Einwaage einer zu lösenden Substanz oder ein Referenzgasgemisch hergestellt werden. Im Fall der Coulometrie wird die Stoffmenge einer gelösten, ionischen Substanz in einem elektrochemischen Prozess über die Ladung  $z$  bestimmt. Die elektrische Leitfähigkeit ist proportional zur Stoffmenge  $n_A$  des Analyten A:

$$n_A = \frac{1}{zF} \int Idt . \quad (3.6)$$

$F$  ist die Faraday-Konstante,  $I$  der elektrische Strom und  $t$  die Zeit.

In beiden Fällen liefern diese Messungen als Ergebnis allerdings nur die Substanzmenge eines zunächst noch nicht identifizierten Stoffes unbekannter Reinheit. Für eine Rückführung auf das Mol muss das Messergebnis (Masse oder Elektrizitätsmenge) durch eine Identifizierung und Reinheitsbestimmung des untersuchten Stoffes mithilfe weiterer Messverfahren ergänzt werden.

### 3.3.2 Herstellung internationaler Vergleichbarkeit

Über eine Realisierung des Mol hinaus will man auch internationale Vergleichbarkeit von Messergebnissen durch geeignete, international akzeptierte Bezugspunkte ermöglichen. Zudem soll durch die genaue und dokumentierte Kenntnis dieser Bezugspunkte im Hinblick auf ihre Richtigkeit und ihre Messunsicherheit eine Vergleichbarkeit von Messergebnissen über lange Zeiträume ermöglicht werden. Über viele Jahrzehnte vergleichbare Messergebnisse sind z. B. im Umweltschutz und in der Klimaüberwachung erforderlich.

Im Fall der SI-Einheit Mol würde eine vollständige Rückführung Primärnormale für alle unterscheidbaren chemischen Verbindungen, d. h. letztlich für die gesamte stoffliche Vielfalt natürlicher und synthetischer Stoffe erfordern. Dies können Schadstoffkonzentrationen in Luft oder Wasser oder auch klinische Marker im Blutserum sein; aber z. B. auch, wie oben beschrieben, hochpräzise, gravimetrisch hergestellte Lösungen von Elementen in Wasser, die zur Kalibrierung in der Elementanalytik benötigt werden. Die Definition von Analyt und Matrix sind somit unverzichtbarer Bestandteil jeden Normals, durch das auf die SI-Einheit Mol rückgeführt wird.

Es ist unmittelbar einsichtig, dass es bei der enormen Vielzahl chemischer Verbindungen nicht möglich ist, Primärnormale für alle chemischen Messgrößen bereitzustellen. Nicht zuletzt ist diese Komplexität der Chemie der Grund dafür, dass die Integration von Messgrößen der Chemie in das Internationale Einheitensystem und die Arbeit der

Meterkonvention erst lange nach Gründung der Meterkonvention erfolgte. Die Aufgabe, chemische Messergebnisse langfristig international vergleichbar zu messen, ist aber angesichts der in den letzten Jahrzehnten enorm gestiegenen Bedeutung solcher Messungen in allen Bereichen des täglichen Lebens unumgänglich. Es ist eine Auswahl der rückzuführenden Messgrößen zu treffen, die auf einer strategischen Entscheidung basiert in die fachliche, nationale und internationale Erwägungen einfließen. Wichtige Kriterien sind die internationale Vergleichbarkeit chemischer Messergebnisse in Themenfeldern, die für Leib und Leben der Menschen besondere Bedeutung haben, z. B. in der klinischen Diagnostik, dem Umweltschutz oder der Lebensmittelsicherheit. Die Herstellung internationaler Vergleichbarkeit erfordert eine weltweite Abstimmung über diese Messgrößen. Dies ist Teil der Arbeit des CCQM. In vielen Anwendungsbereichen chemischer Messgrößen wie auch in den genannten Themenfeldern wird deshalb auch Vergleichbarkeit und Rückführbarkeit bevorzugt für besonders wichtige Messgrößen (sogenannte „Prioritäre Messgrößen“) gefordert. Diese werden häufig in internationalen Richtlinien (z. B. der Luftschadstoffrichtlinie oder Wasser-rahmenrichtlinie der EU) oder durch anerkannte Berufsorganisationen (z. B. in der Richtlinie der Bundesärztekammer) festgelegt und mit praktisch relevanten Qualitätszielen hinsichtlich der erforderlichen Messbereiche und Messgenauigkeit versehen. Die Darstellung, Bewahrung und Weitergabe international anerkannter Normale gerade für solche Messgrößen ist ein vordringliches Ziel der Metrologie in der Chemie.

Mit der Gründung des CCQM durch das CIPM im Jahre 1993 begann der Aufbau internationaler Rückführungsstrukturen in der Chemie [39]. Andere Organisationen wie Eurachem (Europäisches Netzwerk von Organisationen zur Unterstützung der Etablierung von Rückführung in der chemischen Analytik), CITAC (Cooperation on International Traceability in Clinical Chemistry) und die regionalen Metrologieorganisationen wie EURAMET (European Association of National Metrology Institutes) sind an diesem andauernden Prozess beteiligt.

Durch das MRA von 1999 [<http://www.bipm.org/en/cipm-mra/>] zur gegenseitigen Anerkennung nationaler Standards und Zertifikate wurde erstmals ein globales Referenzsystem etabliert, das auch für chemische Messungen Gültigkeit hat. Grundlage für diese internationale Anerkennung sind in der Chemie die internationalen Schlüsselvergleiche (key comparison) des CCQM, mit deren Hilfe der Grad der Vergleichbarkeit der Normale quantifiziert werden kann. Die so bewerteten und begutachteten nationalen Normale fließen, wie in anderen Bereichen der Metrologie, in die

vom BIPM bereitgestellte, öffentlich zugängliche CMC-Datenbank ein [<http://kcdb.bipm.org/appendixC/>]. Zur Zeit sind dort ca. 5000 nationale Normale für chemische Messgrößen verzeichnet. Schwerpunkte bilden Messgrößen aus den Themenfeldern Gesundheit, Nahrungsmittelsicherheit und Umweltschutz. Die strategische Ausrichtung hat bei der Arbeit des CCQM, wie angesprochen, besondere Bedeutung.

Die Ergebnisse der Arbeit des CCQM sind von wachsender Bedeutung für internationale Organisationen, die auf chemisch-analytische Messergebnisse angewiesen sind. Dies sind z. B. die International Atomic Energy Agency (IAEA), die International Federation of Clinical Chemistry and Laboratory Medicine (IFCC), das Committee on Reference Materials of the International Organization for Standardization (ISO REMCO), die International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC), die World Health Organization (WHO), die World Meteorological Organization (WMO) und die International Laboratory Accreditation Cooperation (ILAC). Die Zusammenarbeit des CCQM mit allen diesen Organisationen ist durch Kooperationsvereinbarungen geregelt. IAEA, IFCC, ISO REMCO und IUPAC sind Mitglieder des CCQM. Enge Kontakte gibt es darüber hinaus auch noch zu anderen Institutionen und Organisationen wie z. B. der World Antidoping Agency (WADA).

### 3.3.3 Weitergabe und Rückführung auf das Mol

#### Rückführung von Messergebnissen des Prüflabors auf die nationalen Normale

Ziel aller Rückführungsstrukturen ist es, den Prüflaboratorien zu ermöglichen, ihre Messergebnisse auf ein international anerkanntes, nationales Normal zu beziehen. Die Rückführung eines Messergebnisses im Prüflaboratorium erfolgt mithilfe von Vergleichsmessungen und Kalibriermaterialien. Diese werden zur Validierung der (validierbedürftigen, nicht-primären) Messverfahren im Prüflabor verwendet. Auf diesem Weg wird eine Rückführungskette etabliert, die es erlaubt, Messergebnisse von Prüflaboratorien, z. B. im Umweltschutz oder der klinischen Chemie, auf das SI rückführbar zu machen.

Wie auch in anderen Teilgebieten der Metrologie, hat sich in Deutschland in der Chemie in vielen Bereichen ein dreigliedriges Rückführungssystem etabliert. Aufgrund der Vielzahl der Prüflaboratorien kann eine direkte Verbindung zwischen der nationalen Ebene und den Prüflaboratorien in der Regel nicht hergestellt werden. Um Prüflaboratorien dennoch den zunehmend geforderten Nachweis der Rückführbarkeit ihrer Ergebnisse zu

ermöglichen, wurde eine Verbindung über Kalibrierlaboratorien in einer Zwischenebene ermöglicht. Sie agieren als Multiplikatoren und stehen in direktem Kontakt zu den Prüflaboratorien.

#### Ein nationales Netzwerk für die Rückführung chemisch-analytischer Messungen

Die nationalen Normale werden in fast allen Teilbereichen der Metrologie im Wesentlichen von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) gehalten. Aufgrund der oben angeführten Komplexität und Vielzahl der Analyte in der Chemie verändert sich jedoch in der Chemie die Rolle der PTB auf höchster Ebene. Die PTB ist gesetzlich verantwortliche Institution, tritt aber nun nicht mehr allein, sondern als koordinierender Partner in einem Netzwerk von Institutionen auf. Alle Partner übernehmen Verantwortung in definierten Teilbereichen der Chemie. Die Aufgaben der Netzwerkpartner sind in bilateralen Verträgen mit der PTB geregelt. Durch den bilateralen Charakter wird die Rolle der PTB als auftraggebender Partner deutlich. Die Netzwerkpartner müssen ihre Kompetenz in ihrem Aufgabengebiet in geeigneter Form nachweisen. Teilnehmer dieses Netzwerks sind zurzeit, neben der PTB als Koordinator, die Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM), das Umweltbundesamt (UBA), die Deutsche Vereinte Gesellschaft für klinische Chemie und Laboratoriumsmedizin (DGKL) und das Bundesamt für Verbraucherschutz und Lebensmittelsicherheit (BVL). Diese Institute bilden den nationalen Bezugsrahmen (der nationalen Normale), der die Rückführung auf das SI für chemisch-analytische Messergebnisse ermöglicht. Die PTB hat eigene Kompetenzen und hält nationale Normale in den Arbeitsbereichen.

Die Rückführung der Normale der Kalibrierlaboratorien auf die nationalen Normale erfolgt z. B. durch Vergleichsmessungen im Rahmen einer Akkreditierung bei der Deutschen Akkreditierungsstelle (DAkkS). Die Weitergabe an die Laboratorien auf der Arbeitsebene wird durch die Bereitstellung von verschiedenen Kalibriermöglichkeiten erreicht (z. B. Referenzmessungen, Ringvergleichen oder Referenzmaterialien).

Die so etablierte Infrastruktur für die Rückführung hat sich bewährt. Allerdings gibt es in den verschiedenen Aufgabenfeldern unterschiedliche Varianten des Systems. In vielen Aufgabenfeldern ist auch die direkte Weitergabe von Referenzmaterialien von der Ebene der nationalen Normale an die Prüflaboratorien möglich und auch üblich (z. B. bei Metallen und Legierungen).



### Beispiel: Rückführbarkeit und Qualitätssicherung in der klinischen Chemie

Zuverlässige und vertrauenswürdige Messungen in der Medizin sind nicht nur von entscheidender Bedeutung für Leib und Leben jedes betroffenen Patienten, sondern auch ein erheblicher Kostenfaktor im Gesundheitswesen allgemein. Dies hat dazu geführt, dass in Deutschland verbindliche Regelungen zur Sicherstellung der Richtigkeit medizinischer Messungen getroffen wurden. Ihre Durchführung ist in der „Richtlinie der Bundesärztekammer zur Qualitätssicherung quantitativer laboratoriumsmedizinischer Untersuchungen“ geregelt [40]. Grundlage der Richtlinie ist das 2. Medizinprodukteänderungsgesetz. Die zeitgleich eingeführte Richtlinie ist im Einvernehmen mit der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt sowie in Zusammenarbeit mit den zuständigen medizinischen Fachgesellschaften, mit den Eichbehörden und dem zuständigen Industrieverband erarbeitet worden. In dieser Richtlinie werden Mindestanforderungen an die Qualitätssicherung, insbesondere an die Messgenauigkeit von quantitativen, laboratoriumsmedizinischen Analysen festgelegt. Ziel ist die Verbesserung der Zuverlässigkeit und der gegenseitigen Akzeptanz klinisch-chemischer Messergebnisse, die für diagnostische oder therapeutische Zwecke in den zahlreichen Laboratorien des deutschen Gesundheitssystems ermittelt werden. Vertrauen in die Richtigkeit der Messergebnisse wird durch den Nachweis der Rückführbarkeit der Messergebnisse auf anerkannte Normale erreicht, so weit möglich, basierend auf SI-Einheiten. Dazu wurde ein strukturiertes System implementiert, das das in der Richtlinie beschriebene Qualitätssicherungssystem für die klinischen Laboratorien unterstützt [40]. Ähnlich wie in anderen Bereichen der Metrologie gibt es auch in der klinischen Chemie eine Gliederung in drei Ebenen:

1. Primärnormale werden als nationale Normale von der PTB als nationalem Metrologieinstitut (NMI) und ihrem Partner, dem Referenzinstitut für Bioanalytik (RfB) der DGKL, bereitgestellt.
2. Diese Referenzpunkte werden durch Vergleichsmessungen an die von der Bundesärztekammer bestellten Referenzlaboratorien weitergegeben.
3. Die Vielzahl der klinisch-chemischen Laboratorien weist ihre Messfähigkeit im Rahmen der sogenannten „externen Qualitätskontrolle“ gegenüber den Referenzlaboratorien nach.

Die innere Struktur der drei Ebenen und der Ablauf sind durch die besonderen Anforderungen der Richtlinie der Bundesärztekammer speziell auf die klinische Chemie zugeschnitten. Die mittlere Ebene hat dabei die schon erwähnte Multiplika-

torfunktion zur Weitergabe der Referenzpunkte an die Vielzahl der klinischen Laboratorien und unterscheidet sich in dieser Hinsicht nicht wesentlich von der Ebene der DAkkS-Kalibrierlaboratorien in anderen Bereichen der Metrologie. Hinzu kommt hier die Harmonisierung mit den Regeln der Bundesärztekammer und des Medizinproduktegesetzes. Auf dieser Ebene werden Referenzlaboratorien durch die Bundesärztekammer bestellt. Die Bestellung erfolgt gemäß der Richtlinie auf Vorschlag einer Referenzinstitution in Zusammenarbeit mit den fachlich zuständigen Wissenschaftlichen Medizinischen Fachgesellschaften für die Dauer von jeweils vier Jahren. Die Eignung eines Referenzlaboratoriums wird durch Akkreditierung als Kalibrierlaboratorium nach ISO 17025 bzw. als Referenzmesslaboratorium nach ISO 15195 festgestellt. Im Rahmen dieser Akkreditierungen müssen diese Laboratorien die Rückführbarkeit ihrer Messergebnisse auf das SI nachweisen, was unter anderem durch Vergleichsmessungen mit dem zuständigen Netzwerkpartner auf der primären Ebene geschieht. Diese Kalibrier- und Referenzlaboratorien sind gemäß der Richtlinie zuständig für die sogenannte „externe Qualitätssicherung“ der Vielzahl der klinischen Laboratorien. Sie dient der objektiven Überwachung der Qualität von Ergebnissen quantitativer laboratoriumsmedizinischer Untersuchungen und ergänzt die sogenannte „interne Qualitätssicherung“, die in kurzen Zeitabständen (mehrmals täglich) durchgeführt wird und die zeitliche Konstanz der Messeinrichtungen mit Hilfe von Kontrollprobeneinzelmessungen sicherstellen soll.

Die externe Qualitätssicherung im medizinischen Laboratorium erfolgt durch regelmäßige Teilnahme an Ringversuchen (viermal im Jahr). Aufgrund der großen Anzahl klinisch relevanter Moleküle wird die externe Qualitätskontrolle nur für eine Auswahl der klinisch wichtigsten Messgrößen (prioritäre Messgrößen, s. o.) durchgeführt.

Über den nationalen Rahmen hinaus hat die Frage der Rückführung auch Eingang in europäische Richtlinien gefunden (98/79/EC, *in vitro* Diagnostica (IVD)-Richtlinie). Dort heißt es: „Die Rückverfolgbarkeit (hier synonym für Rückführbarkeit) der dem Kalibriermaterial und/oder dem Kontrollmaterial zugeschriebenen Werte muss durch verfügbare Referenzmessverfahren und/oder übergeordnete Referenzmaterialien gewährleistet sein“ [41]. Eine inhaltliche Definition dieser Richtlinie vorzunehmen war eine Motivation zur Gründung des „Joint Committee on Traceability in Laboratory Medicine (JCTLM)“ im Rahmen eines Treffens von Vertretern von IFCC, ILAC und Meterkonvention beim BIPM im Juni 2002 [<http://www.bipm.org/en/committees/jc/jctlm/>]. Auf der Qualitätsebene von Referenz-/Kalibrierlaboratorien werden hier Laboratorien, Messverfahren und

Referenzmaterialien zertifiziert und z. B. der EU-Kommission, als Referenzlaboratorien, -verfahren und -materialien „höherer Ordnung“ empfohlen.

### 3.4 Zukünftige Entwicklungen

Die internationalen Rückführungsstrukturen in der Metrologie in der Chemie können aufgrund der beschriebenen Komplexität des Themenfeldes nie vollständig sein. Gegenüber den herkömmlichen Metrologiefeldern ist die Metrologie in der Chemie aber noch in der Entwicklung. Eine inhaltliche Erweiterung bestehender und die Einbindung neuer Teilgebiete ist dringend geboten. Wichtige Arbeitsfelder werden auch in Zukunft die klinische Chemie und Umweltanalytik bleiben, weitere Aktivitäten sind z. B. für die Nahrungsmittelanalytik oder Forensik erforderlich. Das CCQM unterstützt diese Entwicklung durch gemeinsame Workshops mit den weltweiten Fachorganisationen.

Als relativ junges Teilgebiet der Metrologie gibt es großen wissenschaftlichen Forschungsbedarf in fast allen Bereichen der Metrologie in der Chemie. Als Beispiel kann die Entwicklung von Referenzverfahren für hochkomplexe Moleküle (Proteine) genannt werden, die als klinische Biomarker besonders wichtig sind. Immunchemische Messverfahren liefern oft wenig vergleichbare Messergebnisse für solche Analyte. Neben der Stöchiometrie eines Analyten müssen hier auch strukturelle Unterschiede charakterisiert werden. Langfristiges Ziel sind Messverfahren, die möglichst viele Messgrößen simultan mit möglichst hoher Genauigkeit messen können, z. B. zur kontinuierlichen Überwachung des Gesundheitszustandes eines Patienten. Vergleichbare Messergebnisse, die es ermöglichen, weltweite Veränderungen mit hoher Genauigkeit auch über sehr lange Zeiträume (Jahrzehnte) zu verfolgen, sind für Klimaforschung und Umweltschutz erforderlich. Die globalen Klimaüberwachungsnetzwerke sollen gemeinsam mit der World Meteorology Organisation (WMO) metrologisch besser abgesichert werden. Höhere Genauigkeit in der Ultraspurenanalytik ist besonders für den Umweltschutz von hoher Bedeutung. Größeres Gewicht könnte in Zukunft auch die chemische Analytik im nanoskaligen Bereich gewinnen (Nanotechnologie, Nanopartikel).

## 4 Neudefinitionen

### 4.1 Allgemeines

Das Kilogramm ist die einzige der sieben Basiseinheiten des SI, das durch eine materielle Verkörperung – als die Masse des Internationalen Kilogrammprototyps – definiert ist. Die anderen Basiseinheiten sind durch einen Bezug zu einer Fundamentalkonstanten der Physik und/oder

durch eine experimentelle Prozedur definiert [6]. Einige hängen noch von anderen Basiseinheiten ab. Zum Beispiel ist das Meter als die Strecke, die Licht im Vakuum in einem bestimmten Bruchteil der Sekunde durchläuft, durch einen festgelegten Wert der Lichtgeschwindigkeit definiert. Dabei wird auf die Sekunde als Einheit der Zeit Bezug genommen. Die Definition des Ampere beschreibt eine idealisierte Anordnung von zwei elektrischen Leitern und gibt dabei die Werte von Messgrößen in den Einheiten Kilogramm, Meter und Sekunde an. Durch diese Werte wird zudem die magnetische Konstante festgelegt. Bei solchen Definitionen geht man nach dem heutigen Kenntnisstand davon aus, dass die Einheit unveränderlich ist, auch wenn ihre praktische Realisierung immer nur mit einer bestimmten Unsicherheit möglich ist. Auch lässt sich die Einheit nach Definitionen dieser Art an jedem Ort und zu jeder Zeit realisieren.

Es hat sich auch gezeigt, dass die Massen der nationalen Kilogrammprototypen gegenüber der des Internationalen Prototyps in den letzten hundert Jahren signifikant gedriftet sind [7, 42]. Sie sind im Mittel etwa 0,05 mg schwerer geworden. Da das Internationale Prototyp sich in seinen physikalischen Eigenschaften nicht grundsätzlich von den anderen Prototypen unterscheidet, ist es möglich, dass es z. B. gegenüber einer Atommasse leichter geworden ist. Auch könnten alle Prototypen einer zusätzlichen, noch unbekanntem Drift unterliegen.

Daher sucht man seit mehr als 30 Jahren nach Wegen, auch das Kilogramm über eine atomare Konstante oder eine Fundamentalkonstante der Physik zu definieren. Zur Diskussion stehen dafür die Planck-Konstante und die Avogadro-Konstante bzw. die atomare Masseneinheit. Zwei Typen solcher Versuche sind inzwischen soweit fortgeschritten, dass eine Neudefinition des Kilogramm in den kommenden Jahren wahrscheinlich ist. Diese Typen sind die Wattwaage zur Bestimmung der Planck-Konstante und das Avogadro-Projekt zur Bestimmung der Avogadro-Konstante.

Zur Zeit sind jedoch die Differenzen zwischen den Ergebnissen der Wattwaagen des NIST und des NPL aber auch zwischen der Wattwaage des NIST und den Ergebnissen des Avogadro-Projektes statistisch noch nicht verträglich mit den entsprechenden Unsicherheitsangaben. Nach derzeitigem Stand würden sich nach einer Neudefinition des Kilogramm die Massen der Primärnormale der genannten Wattwaagen um rund 300 µg und der genauesten Wattwaage und des Avogadro-Projektes um rund 170 µg unterscheiden. Massedifferenzen zwischen den besten Realisierungen einer Neudefinition in dieser Größenordnung wären jedoch für die Massometrologie nicht akzeptabel [43]. Vor diesem Hintergrund befassen sich gegenwärtig das Comité International des Poids et Mesures (CIPM),

verschiedene beratene Komitees (CC) und internationale Normungsgremien mit dem Thema der Neudefinition des Kilogramm, praktischen Realisierungen und absehbaren Konsequenzen, die sich aus der Weitergabe der neudefinierten Einheit für die Massemetrologie ergeben. So hat das Comité Consultatif pour la Masse et les grandeurs apparentées (CCM) in seinen Empfehlungen G 1 (2005) [44] und G 1 (2010) [45] Mindestanforderungen zusammengefasst, die vor einer Neudefinition des Kilogramms erfüllt sein müssen, um negative Auswirkungen auf die Darstellung und Weitergabe der Masseneinheit zu vermeiden. Das CCM hält es für erforderlich, dass eine Neudefinition durch mindestens drei unabhängige Experimente mit relativen Standardunsicherheiten  $\leq 5 \cdot 10^{-8}$  realisiert werden kann. Hierbei sollte die relative Standardunsicherheit der besten Realisierung nicht größer sein als  $2 \cdot 10^{-8}$  und die Ergebnisse der Experimente innerhalb eines Vertrauensbereiches von 95 % übereinstimmen. Auch die anderen Gremien sind sich darin einig, dass eine relative Unsicherheit von wenigen  $10^{-8}$  und eine entsprechende Übereinstimmung der laufenden Experimente Voraussetzung für eine Neudefinition sind. Die Frage, ob die Neudefinition des Kilogramm sich auf die atomare Masseneinheit oder auf die Planck-Konstante beziehen soll, wird noch diskutiert [46, 47].

Neben einer Neudefinition des Kilogramm ist es vorgesehen, auch das Ampere, das Kelvin und das Mol neu zu definieren. Während man für die Neudefinition des Kelvin unter Festlegung der Boltzmann Konstante ebenfalls noch auf hinreichend genaue Ergebnisse wartet, soll für das Ampere auf bekannte und bereits für praktische Normale verwendete Einrichtungen zurückgegriffen werden, die auf dem Josephson-Effekt für das Volt und dem Quanten-Hall-Effekt für das Ohm beruhen. Dabei sollen Konstante so gewählt werden, dass  $h/(2e)$  und  $h/e^2$  künftig festliegen ( $h$  Planck-Konstante,  $e$  Elementarladung). Für das Mol soll die bisherige Definition so umformuliert werden, dass sie auf einer Festlegung der Avogadro-Konstanten  $N_A$  beruht, ohne sich auf die Einheit Kilogramm zu beziehen wie bei der derzeitigen Definition [48].

## 4.2 Die Experimente

Die ersten Experimente zu einer Neudefinition des Kilogramm wurden in den siebziger Jahren begonnen: das Avogadro-Experiment mit einem Silizium-Einkristall an verschiedenen Forschungseinrichtungen nach Vorschlägen von Bonse und Hart [49] und das sogenannte Wattwaagenexperiment von B. Kibble im National Physical Laboratory (NPL, Großbritannien) [50, 51]. Kurz nach den ersten Publikationen wurden beide Experimente weltweit betrieben und weiterentwickelt, um eine möglichst geringe Messunsicherheit zu

erreichen. Letztendlich wird international eine relative Unsicherheit von  $2 \cdot 10^{-8}$  verlangt, um die Ära „Urkilogramm“ zu beenden. Inzwischen haben beide Experimente das Potenzial, den Wettlauf um das Kilogramm zu gewinnen.

Ein anderer Ansatz wurde mit der Spannungswaage verfolgt, die im CSIRO und in der PTB zu Ergebnissen mit relativen Unsicherheiten von etwa  $3 \cdot 10^{-7}$  führte [52, 53] und nicht weiterverfolgt wurde, da eine Verbesserung mit einem angemessenen Aufwand nicht zu erwarten war. Auch das Experiment Magnetic Levitation des NMIJ/AIST wurde nach Erreichen einer Reproduzierbarkeit von  $10^{-6}$  [54] abgebrochen. Das russische All-Russia I. D. Medvedev Scientific and Research Institute for Metrology (VNIIM) und das finnische Centre for Metrology and Accreditation (MIKES) planen, ein neues Magnetic Levitation Experiment aufzubauen [55]. Das Experiment Ionenakkumulation der PTB wurde 1990 begonnen. Obwohl das Prinzip der Ionenakkumulation demonstriert werden konnte [28, 56] und es konzeptionell über die Masse einer bestimmten Anzahl von Atomen als ein naheliegenderes Experiment für eine Neudefinition des Kilogramm betrachtet werden kann, scheint es wenig wahrscheinlich, dass es die erforderliche Unsicherheit im vorgesehenen Zeitraum erreichen wird.

### 4.2.1 Silizium-Einkristall und die Avogadro-Konstante

Das Avogadro-Projekt hat seine Ursprünge in den 1970er Jahren, als es deutschen Forschern erstmals gelang, die Gitterabstände in einem Siliziumkristall röntgeninterferometrisch zu bestimmen. Damit war es möglich, das Kilogramm an die atomare Masseneinheit anzubinden. Als Bindeglied zwischen einer makroskopischen Masse und der Masse eines Atoms wirkt die Avogadro-Konstante, die die Anzahl der Atome in einem Mol angibt.

Die Avogadro-Konstante ist nach dem italienischen Grafen und Anwalt Amedeo Avogadro benannt, der sich zu Beginn des 19. Jahrhunderts mit der von Dalton begründeten Atomistik beschäftigte und alle damit verbundenen Beobachtungen in Einklang brachte. Dalton hatte nachgewiesen, dass sich alle Gase bei Erwärmung auf gleiche Weise ausdehnen. Das, schloss Avogadro, ließe sich nur dadurch erklären, dass auch immer dieselbe Zahl von Gasteilchen beteiligt ist: Gleiche Volumina aller Gase mussten bei gleichen äußeren Bedingungen gleich viel kleinste Teilchen enthalten. Allerdings hatte Avogadro wohl keine Idee, wie man diese Zahl bestimmen sollte.

Erst 1865 errechnete Josef Loschmidt mit Hilfe der mittleren freien Weglänge von Gasmolekülen, die von Oskar Meyer und später von James Maxwell bestimmt wurde, die Teilchenzahl pro Volumen. Dieser Wert lag damals nur um 20 %

neben dem heute anerkannten Wert. Vierzig Jahre später versuchte Albert Einstein die Avogadro-Konstante zu präzisieren: In seiner Doktorarbeit von 1905, in welcher er die Anzahl der Moleküle pro Mol anhand einer neuartigen Diffusionsgleichung aus Messungen an einer Zuckerlösung bestimmte, lag er aufgrund eines Rechenfehlers um das Dreifache daneben.

Auf unter ein Prozent drückte Robert Millikan den Fehler, indem er 1917 seinen berühmten Öltröpfchenversuch zur Bestimmung der Elementarladung deutlich verfeinerte. Diese Genauigkeit genügt heute schon lange nicht mehr. Wissenschaftler aus mehreren Metrologieinstituten haben sich unter Leitung der PTB zusammengeschlossen, mit Hilfe eines nahezu perfekten Siliziumkristalls die Avogadro-Konstante so genau wie nie zuvor zu bestimmen.

Bis es soweit war, waren viele Jahre Entwicklungsarbeit notwendig. Anfänglich benutzte man zur Bestimmung der Avogadro-Konstante Siliziumkristalle natürlicher Isotopenzusammensetzung. In mehreren Metrologieinstituten wie der PTB, dem National Institute of Standards and Technology (NIST, vormals NBS, USA), dem National Physical Laboratory (NPL, Großbritannien), dem National Measurement Institute of Japan (NMIJ) und dem Istituto Nazionale di Ricerca (INRIM, vormals IMGC, Italien) wurde zunächst die Messung der Avogadro-Konstante durch den Aufbau eines Röntgeninterferometers zur Messung der Gitterkonstante im Silizium-Einkristall Ende der siebziger Jahre begonnen. Das Institute for Reference Materials and Measurements (IRMM, Belgien) beteiligte sich durch Messung der relativen Anteile der drei Isotope  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{29}\text{Si}$  und  $^{30}\text{Si}$  in natürlichem Silizium. Zuerst erfolgreich war man im NIST [57] mit der Veröffentlichung eines Wertes mit einer relativen Messunsicherheit im Bereich von  $10^{-6}$ . Trotz vermehrter Anstrengungen in allen beteiligten Instituten gelang es aber in den folgenden Jahren nicht, eine Messunsicherheit von  $3 \cdot 10^{-7}$  zu unterschreiten. Erfolg stellte sich erst ein, als vor wenigen Jahren das neu gegründete internationale Avogadro-Projekt (IAC) und weitere Institutionen und Firmen mit hoch angereichertem  $^{28}\text{Si}$  die Messungen wiederholten.

Zur Bestimmung der Avogadro-Konstante werden an einer Siliziumkristallkugel (Bild 6) das Volumen  $V$  und die Masse  $m$  ermittelt:

$$N_A = \frac{nMV}{mv_0} \quad (4.1)$$

An Proben aus demselben Kristall werden die molare Masse  $M$  und das Volumen  $v_0$  der Einheitszelle bestimmt.  $n$  ist die Anzahl der Atome in der Einheitszelle. Hat man die Zahl der Atome pro Mol, lässt sich leicht auf die Zahl der Atome

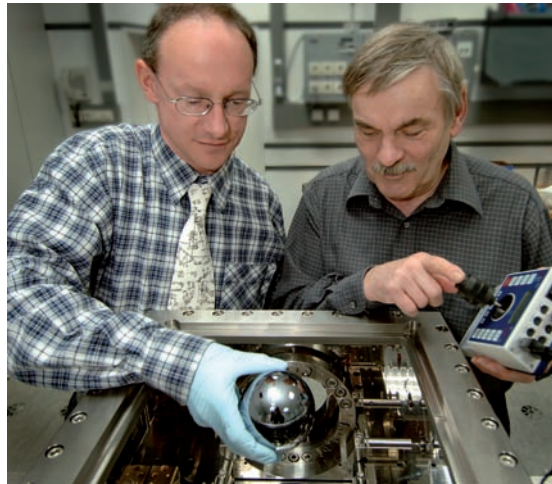
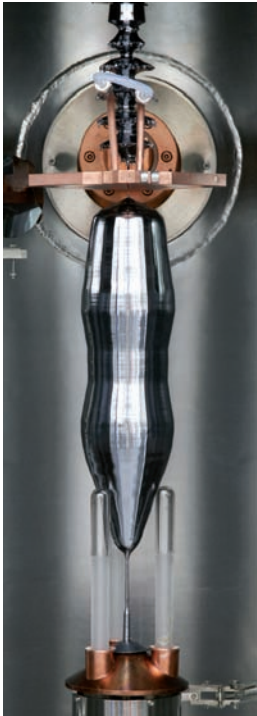


Bild 6:  
Die Kugel aus einem Silizium-Einkristall wird im Kugelinterferometer positioniert.

in einem Kilogramm desselben Stoffs schließen. Alle gemessenen Größen müssen natürlich auf die SI-Basiseinheiten zurückgeführt werden; daher wird das Volumen der Siliziumkugel durch interferometrische Messungen des Kugeldurchmessers bestimmt. Dabei entsteht eine vollständige Oberflächentopografie der Kugel. Die Kugeln werden im Australian Centre for Precision Optics (ACPO) poliert und zeigen eine Abweichung von einer perfekten Gestalt von nur wenigen 10 Nanometern. Die Siliziumkugel ist mit einer dünnen, wenige nm dicken „störenden“ Oxidhaut belegt, die hinsichtlich ihrer Geometrie und Dichte charakterisiert werden muss. Die Masse der Siliziumkugel wird durch Wägung an das Internationale Kilogrammprototyp angeschlossen. Aufgrund der großen Dichteunterschiede zwischen Silizium und Platin-Iridium können die Genauigkeitsanforderungen an die Massebestimmung gegenwärtig nur unter Vakuumbedingungen, d. h. ohne Luftauftriebskorrektur, erreicht werden. Volumen- und Massebestimmungen müssen dann noch hinsichtlich der Oxidschicht korrigiert werden. Das Volumen der Einheitszelle ermittelt man aus den Netzebenenabständen des Kristallgitters mit Hilfe eines Röntgenverschiebeinterferometers. Eine ausreichende Kenntnis der Verunreinigungen und der Kristallbaufehler ist notwendige Voraussetzung hierfür. Die molare Masse wird aus den Atommassen der drei in natürlichem Silizium vorkommenden Isotope  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{29}\text{Si}$  und  $^{30}\text{Si}$  und aus deren relativen Häufigkeiten massenspektrometrisch ermittelt. Die Atommassen werden mittels Penningfallen an die Masse des Kohlenstoffisotops  $^{12}\text{C}$  angeschlossen. Für natürliches Silizium ist aus massenspektrometrischer Sicht die Messunsicherheit bei der Bestimmung der molaren Masse an ihre Grenzen gestoßen, daher wurden vor einigen Jahren die Untersuchungen zur Bestimmung der Avogadro-Konstante bei einer erreichten Messunsicherheit von etwa  $3 \cdot 10^{-7}$  gestoppt [58].

Leider bereitete neben der für eine Neudefinition des Kilogramm unzureichenden Genauigkeit

auch die beobachtete Abweichung des Messwertes von etwa  $1 \cdot 10^{-6}$  relativ zu anderen Fundamentalkonstanten den Forschern großes Kopfzerbrechen. Hatte man sich verzählt oder gibt es im System der physikalischen Konstanten unerkannte Ungereimtheiten? Neuen Schub bekam das Avogadro-Projekt mit der Möglichkeit, angereichertes Silizium-28 in großem Maßstab für die Probenherstellung zu verwenden.



Abschätzungen ergaben, dass sich die Unsicherheiten für die Messung der Isotopenzusammensetzung deutlich vermindern würden, jedoch war man gezwungen, auch alle anderen Untersuchungen an diesem Material zu wiederholen. In einer Kooperation mit Forschungsinstituten in Russland starteten daher 2003 mehrere nationale und internationale Metrologieinstitute den ehrgeizigen Plan, etwa 5 kg hoch angereichertes  $^{28}\text{Si}$  (99,99 %) als Einkristall herstellen zu lassen und bis zum Jahre 2010 eine Messunsicherheit von ca.  $2 \cdot 10^{-8}$  zu erreichen.

Das ist auch fast gelungen: Die Herstellung des Materials mit der Züchtung eines perfekten Einkristalls wurde am Institut für Kristallzüchtung (IKZ) in Berlin 2008 erfolgreich abgeschlossen (Bild 7), und so konnten zwei 1-kg- $^{28}\text{Si}$ -Kugeln im australischen ACPO poliert werden.

Bild 7:  
 $^{28}\text{Si}$ -Einkristall,  
Anreicherungsgrad  
99,995 %

Erste Ergebnisse an dem angereicherten Material haben gezeigt, dass eine genauere Bestimmung der Avogadro-Konstante erreicht und die Ursache für die beobachtete Abweichung zu anderen Fundamentalkonstanten aufgedeckt werden konnte. Zur Zeit liegt die erreichte Messunsicherheit bei  $3 \cdot 10^{-8}$  [59]. Die relative Abweichung vom CODATA 2006-Wert beträgt etwa  $-1,7 \cdot 10^{-7}$  (Bild 8). Das internationale Projekt wurde zwar inzwischen beendet, die PTB und weitere Metrologieinstitute halten aber ihre Projekte noch für die Neudefinition der Masseneinheit und ihre Realisierung im Rennen.

#### 4.2.2 Wattwaage und die Planck-Konstante

Mit der Wattwaage wird die Planck-Konstante in zwei Versuchen ermittelt (Bild 9).

Im ersten Versuch wird mit der Waage die Gewichtskraft eines Massennormal mit einer elektromagnetischen Kraft verglichen (Wägemodus). Dabei wird der Strom in einer Spule gemessen, die sich im homogenen Feld eines Magneten befindet. Im zweiten Versuch wird die Spule im gleichen Magnetfeld in vertikaler Richtung bewegt (bewegter Modus). Dabei wird die Geschwindigkeit und die in der Spule induzierte Spannung gemessen. Die Gleichungen für den Strom und die induzierte Spannung werden dann durch Eliminierung des Gradienten des magnetischen Flusses kombiniert. Man erhält so:

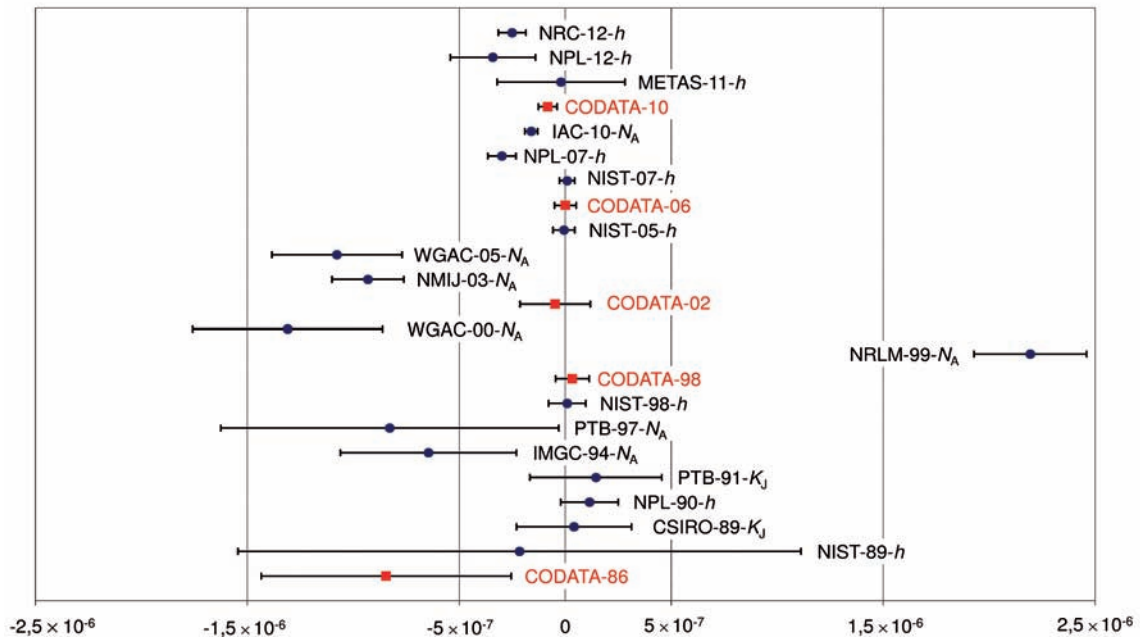


Bild 8:  
Messergebnisse für die Avogadro-Konstante  $N_A$  mit Standardunsicherheiten ( $k=1$ ), dargestellt als relative Abweichungen vom Wert CODATA 2006 ( $N_A = 6,02214179(30) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ). Die Ergebnisse für die Planck'sche Konstante  $h$  (Wattwaage) und für  $K_J$  (Spannungswaage) wurden mit den Konstanten von CODATA 2006 umgerechnet. Beschriftung: z. B. NPL-07-h gibt das Ergebnis des NPL im Jahre 2007 für eine Messung von  $h$  an. WGAC: Working Group Avogadro Constant, IAC: International Avogadro Coordination

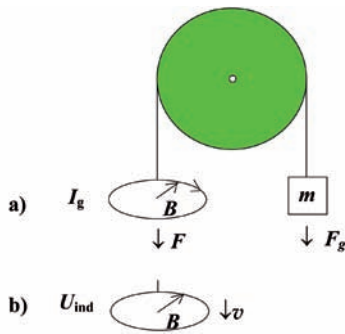


Bild 9:  
Prinzip der Wattwaage. a) statischer Modus,  
b) bewegter Modus;  $B$  radiales Magnetfeld,  $I_g$  Strom der Spule,  $F_g$  Gewichtskraft der Masse  $m$ ,  $F$  elektromagnetische Kraft,  $U_{\text{ind}}$  in der Spule induzierte Spannung,  $v$  Geschwindigkeit der bewegten Spule

$$UI = 4 \, mgv \quad (4.2)$$

Dabei sind  $U$  die induzierte Spannung,  $I$  der Strom in der Spule,  $m$  die Masse des Massennormal,  $g$  die Fallbeschleunigung und  $v$  die Geschwindigkeit. Gleichung (4.2) gilt für Messungen im Vakuum. In dieser Gleichung ist eine elektrische Leistung einer mechanischen gleichgesetzt, daher der Name „Wattwaage“. Wenn  $I$  und  $U$  über den Quanten-Hall-Widerstand und die Josephson-Spannung, gemessen werden, erhält man die Planck-Konstante:

$$h = \frac{4mgv}{v_m v_g} \quad (4.3)$$

Dabei sind  $v_m$  und  $v_g$  Frequenzen einer Mikrowellenstrahlung, die bei den Josephson-Spannungen im ersten bzw. zweiten Versuch gemessen werden.

Nach den ersten Erfolgen am NPL wurde auch im NIST eine Wattwaage aufgebaut [60, 61], mit der im Jahre 2007 der Wert der Planck-Konstante mit einer relativen Unsicherheit von  $3,6 \cdot 10^{-8}$  bestimmt werden konnte [62]. Das NPL hat nach Überprüfung seiner letzten Messungen einen möglichen systematischen Fehler nicht ausgeschlossen und daher die Unsicherheit von 0,36 auf  $2 \cdot 10^{-7}$  erhöht [63]. Die Wattwaage des NPL wurde inzwischen an das NRC (Kanada) abgegeben und dort wieder in Betrieb genommen. Ein erstes Ergebnis wurde 2012 mit einer relativen Unsicherheit von  $6,5 \cdot 10^{-8}$  veröffentlicht [64]. Weitere Wattwaagenexperimente sind im Aufbau bzw. in der Erprobungsphase [65]: im Federal Office of Metrology (METAS, Schweiz) seit 1997, im Laboratoire National de Metrologie (LNE, Frankreich) seit 2000 und im BIPM seit 2002. Auch die Metrologieinstitute in China und Neuseeland planen, Wattwaagen aufzubauen.

Die Wattwaagen in den verschiedenen Instituten [65] unterscheiden sich nicht in ihrem Prinzip, jedoch in der praktischen Ausführung. Beim NPL und beim NIST werden Massen von 1 kg verwen-

det, beim METAS eine Masse von 100 g. Das NIST verwendet einen supraleitenden Magneten und als Waagbalken eine Seilrolle. Das NPL und das METAS verwenden Cobalt-Samarium-Magnete, das NPL eine gleicharmige Balkenwaage und das METAS einen modifizierten handelsüblichen Massekomparator. Zur Geschwindigkeitsmessung werden im NPL und im NIST Michelson-Interferometer verwendet, im METAS ein Fabry-Perot-Interferometer. Das BIPM entwickelt eine Wattwaage, bei der statischer und bewegter Modus in einem Versuch realisiert werden. Das LNE entwickelt eine Wattwaage in Eigenbau, die für ein Massennormal von 500 g geeignet ist und mit einem Cobalt-Samarium-Magneten arbeiten wird. Zur Messung der Fallbeschleunigung verwenden die Institute ein Absolut-Gravimeter, das LNE entwickelt ein Gravimeter nach dem Fontänenprinzip mit kalten Atomen.

Die zur Zeit genauesten Ergebnisse beider Methoden stimmen im Bereich ihrer Messunsicherheiten noch nicht überein. Die CODATA-2010-Ausgleichsrechnung hat für  $N_A$  und  $h$  Werte ergeben, die relativ um etwa  $9 \cdot 10^{-8}$  von den vorherigen Werten (2006) abweichen (vgl. <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/>).

### 4.3 Darstellung und Weitergabe nach den Neudefinitionen

#### 4.3.1 Kilogramm

Den Ausgangspunkt für die Weitergabe der Masseneinheit bilden die möglichen Realisierungen der Neudefinition (beschrieben in der künftigen *mises en pratique*). Unabhängig davon, auf welche der beiden favorisierten Konstanten sich die zukünftige Definition des Kilogramm beziehen wird, werden sowohl die Experimente zur Bestimmung der Planck- als auch der Avogadro-Konstante für unabhängige Realisierungen der Neudefinition genutzt werden können. Die Grundlage hierfür bildet das als molare Planck-Konstante bezeichnete Produkt

$$N_A h = \frac{c A_r(e) M_u \alpha^2}{2 R_\infty} \quad (4.4)$$

( $c$  Lichtgeschwindigkeit,  $A_r(e)$  relative Masse des Elektrons,  $M_u = 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$ ,  $\alpha$  Feinstrukturkonstante,  $R_\infty$  Rydbergkonstante,  $e$  Elementarladung). Mit Hilfe der Gleichung (4.4) können  $h$  und  $N_A$  gegenwärtig mit einer relativen Standardunsicherheit ( $k = 1$ ) von  $1,4 \cdot 10^{-9}$  ineinander umgerechnet werden [66]. Diese Unsicherheit ist um mehr als eine Größenordnung kleiner als die der derzeit genauesten Experimente zur Bestimmung von  $h$  und  $N_A$  und daher als Beitrag zur Gesamtunsicherheit zukünftiger Realisierungen vernachlässigbar. In den genauesten Wattwaagen werden Massenormale aus unterschiedlichen Materialien, wie z. B.

Gold, vergoldetes Kupfer und Gold-Platin-Legierungen, zur Bestimmung von  $h$  verwendet, wobei die Unsicherheit ihrer Masse nur zu einem Anteil von weniger als 10 % zur Gesamtunsicherheit beiträgt. Nach einer Neudefinition könnte die Masse dieser Normale aus der Planck-Konstante mit Hilfe der Gleichung (4.3) experimentell bestimmt und damit die Definition realisiert werden.

Hierbei würden alle von der Masse unabhängigen Unsicherheitsbeiträge zur bisherigen Bestimmung der Planck-Konstante auf die Massebestimmung der Primärnormale übergehen. Der Unsicherheitsbeitrag der Massenormale zur Standardunsicherheit der Planck-Konstante beträgt bei der derzeit genauesten Wattwaage beispielsweise  $10 \mu\text{g}$  [62]. Würden dieselben Massenormale als Primärnormale für die Realisierung einer Neudefinition verwendet werden, ergäbe sich für ihre Masse eine Standardunsicherheit von rund  $35 \mu\text{g}$ . In vergleichbarer Weise würde auch ein neudefiniertes Kilogramm mit Hilfe eines Silizium-Einkristalls und unter Anwendung der Gleichung (4.1) realisiert werden können. Die Masse der für das Avogadro-Projekt verwendeten  $^{28}\text{Si}$ -Kugeln geht gegenwärtig mit einer Standardunsicherheit von rund  $5 \mu\text{g}$  in die Bestimmung der Avogadro-Konstante ein [59]. Als Realisierung eines neudefinierten Kilogramm würde die  $^{28}\text{Si}$ -Kugel hingegen eine Masseunsicherheit von rund  $30 \mu\text{g}$  aufweisen.

Auch bei Einhaltung der CCM-Empfehlungen [44, 45] ist absehbar, dass sich die Unsicherheiten für die Weitergabe der SI-Einheit Kilogramm an die nationalen Normale der Metrologieinstitute und die genauesten Bezugsnormale von Behörden und Kalibrierlaboratorien gegenüber den bisherigen Werten erhöhen werden [43]. Eine Erhöhung im Rahmen dieser Empfehlungen würde jedoch die Einhaltung der Unsicherheitsanforderungen an die Kalibrierung von Gewichtstücken und Massenormalen entsprechend der genauesten OIML-Klasse  $E_1$  (relative Standardunsicherheit  $8 \cdot 10^{-8}$ ) durch Behörden und Kalibrierlaboratorien nicht gefährden.

Nach einer Neudefinition des Kilogramm könnte ein nationales Metrologieinstitut die Rückführung für sein nationales Massenormal direkt von einem Institut erhalten, welches die Neudefinition realisiert. Um negative Auswirkungen größerer Differenzen zwischen verschiedenen Realisierungen zu begrenzen, wurde vorgeschlagen, den gewichteten Mittelwert aus mehreren Realisierungen für die Weitergabe eines neu definierten Kilogramm zu nutzen [45]. Dieser vertrauenswürdiger Referenzwert könnte prinzipiell über eine Vergleichsmessung (key comparison) zwischen den Metrologieinstituten, welche die Neudefinition realisieren, oder durch Vergleichsmessungen mit allen verfügbaren Realisierungen in einem Referenzlabor ermittelt werden. So hat das CCM das BIPM als ein solches Referenzlabor empfohlen,

wobei dort eine Gruppe von Sekundärnormalen (pool of artefacts) für die Weitergabe des Kilogramm nach einer Neudefinition genutzt werden soll. Hierfür sollen Massenormale aus verschiedenen Materialien, wie sie auch von den führenden Experimenten zur Vorbereitung der Neudefinition eingesetzt werden, an die verfügbaren Primärnormale angeschlossen und unter unterschiedlichen Bedingungen (Luft, Vakuum, Schutzgas) aufbewahrt werden. Die Bestimmung der Massen der Sekundärnormale erfolgt hierbei mit Hilfe einer gewichteten Mittelwertbildung aus den Massen der beteiligten Primärnormale. Eine Auswahl aus der Gruppe der Sekundärnormale würde das BIPM dann für die Weitergabe der Masseneinheit an die nationalen Massenormale verwenden. Da die zur Realisierung der Neudefinition des Kilogramm über die Avogadro- und die Planck-Konstante verwendeten Massenormale im Vakuum eingesetzt werden, ist zumindest an einer Stelle in der Kette der Weitergabe ein Vakuum-Luft-Transfer unter Berücksichtigung von Sorptionskorrekturen erforderlich. Wird der Vakuum-Luft-Transfer unter Beteiligung von Sorptionskörpern ausgeführt, ist es möglich, den Unsicherheitsbeitrag der Sorptionskorrektur auf wenige Mikrogramm zu begrenzen [67, 68]. Neben den Realisierungen auf der Grundlage der Avogadro- und Wattwaagenexperimente wird voraussichtlich auch das Internationale Kilogrammprototyp ein Bestandteil der *mises en pratique* sein. Zum Zeitpunkt der Neudefinition verkörpert es mit einer Masse von exakt einem Kilogramm und einer Unsicherheit, die sich aus den Experimenten zur Bestimmung der Planck- und Avogadro-Konstanten ableitet, immer noch eine Realisierung der Definition. Dementsprechend werden sich die Unsicherheiten aller vom Internationalen Kilogrammprototyp abgeleiteten Massenormale erhöhen.

Wird danach die Neudefinition nach den Verfahren der *mises en pratique* realisiert und die Masse des Internationalen Kilogrammprototyps mit Hilfe von entsprechenden Primärnormalen experimentell neu bestimmt, kann es nicht mehr als eine Realisierung der Definition angesehen werden, aber als besonderes Sekundärnormal, welches auch für Untersuchungen zur Langzeitstabilität der bisherigen Realisierung des Kilogramm zur Verfügung steht.

Das hierarchische System der Weitergabe der Masseneinheit mit Hilfe von Kilogrammprototypen hat sich in den vergangenen 120 Jahren als äußerst sinnvoll erwiesen und entscheidend zu dem hohen Grad der weltweiten Vereinheitlichung der Massebestimmung beigetragen. Es ist deshalb davon auszugehen, dass Kilogrammprototypen auch nach einer Neudefinition eine wesentliche Rolle in der Kette der Weitergabe der Masseneinheit spielen werden.

### 4.3.2 Mol

Auch nach der vorgesehenen Neudefinition des Mol durch Festlegung von  $N_A$  wird man nur in seltenen Fällen die Stoffmenge durch Zählen von Atomen oder Molekülen ermitteln. So wird man weiterhin mit Massenspektrometern Verhältnisse von Stoffmengen messen. Dabei wird die Wägung des Referenzmaterials die Methode zur Ermittlung des quantitativen Bezugspunkts bleiben. Dazu stellt sich die Frage, ob oder wie sich die molaren Massen nach einer Neudefinition ändern.

Wenn – wie zur Zeit vorgesehen – das Mol künftig durch einen festgelegten Wert der Avogadro-Konstante  $N_A$  definiert sein wird und das Kilogramm durch einen Wert der Planck-Konstante  $h$ , dann ergibt sich eine Überbestimmung, da  $N_A$  und  $h$  über andere Konstanten voneinander abhängen. In Gl. (4.4) sind dann  $c$ ,  $h$  und  $N_A$  in den Definitionen von Meter, Kilogramm und Mol festgelegt,  $\alpha$  und  $R_\infty$  bleiben dagegen unabhängige Messgrößen. So können nur  $A_r(e)$  oder  $M_u$  als von diesen Messgrößen abhängige Variable in Frage kommen. Würde sich der Wert von  $A_r(e)$  durch neue Messergebnisse von  $\alpha$  und  $R_\infty$  und einer entsprechenden Ausgleichsrechnung ändern, würden sich zugleich auch alle relativen Atommassen ändern. Insbesondere würde  $A_r(^{12}\text{C}) = 12$  als Bezug nicht mehr exakt gelten. Da die relativen Atommassen mit Unsicherheiten gemessen werden, die der von  $\alpha$  vergleichbar sind, wären künftige Änderungen signifikant und würden die Erstellung neuer Tabellen der relativen Atommassen erfordern. Daher erscheint der Vorschlag,  $M_u$  als Variable einzuführen [69], als praktikabler und hätte zudem vernachlässigbare Auswirkungen. Da die molare Masse eines atomaren Partikels  $X$  nach  $M(X) = A_r(X) M_u$  berechnet wird, würden sich die molaren Massen mit  $M_u$  ändern.

Vom Zeitpunkt der Neudefinition bis zum Vorliegen neuer Werte von  $\alpha$  oder  $R_\infty$  wird immer noch  $M_u = 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$  gelten. Die relative Unsicherheit von  $M_u$  und entsprechend die der molaren Masse von  $^{12}\text{C}$  wird sich nach der Neudefinition überwiegend nach der Messunsicherheit von  $\alpha$  richten, die zur Zeit in der Größenordnung von  $10^{-9}$  liegt und künftige relative Änderungen werden diesen Wert voraussichtlich nicht übersteigen. Im Hinblick auf die kleinsten relativen Unsicherheiten, die bei der Darstellung des Mol und der molaren Massen erreicht werden (ca.  $10^{-5}$ ), werden sich in der Praxis keine Änderungen ergeben.

## 5 Zusammenfassung

Zur Bestimmung beider Größen, der Masse und der Stoffmenge, spielt die Wägung eine zentrale Rolle. Während die Masse unabhängig von der Art

des Stoffs ist, bezieht sich die Stoffmenge immer auf einen bestimmten, einheitlichen Stoff. Sie ist proportional zur Anzahl genau spezifizierter Atome oder Moleküle, die in einer bestimmten Stoffmenge enthalten sind. Nach kurzen historischen Überblicken wurden die Darstellungen der SI-Einheiten Kilogramm und Mol gemäß ihren Definitionen erläutert. Das im BIPM aufbewahrte Internationale Kilogrammprototyp verkörpert zugleich die Darstellung der Einheit Kilogramm. Das Mol hingegen wird für unterschiedliche Stoffe in verschiedenen Einrichtungen durch Primärnormale dargestellt. Nach den Ausführungen zur Darstellung wurde die Weitergabe von Kilogramm und Mol über nachgeordnete Normale in Kalibrier- oder Prüflaboratorien bis hin zum Anwender dieser Einheiten beschrieben. Schließlich wurde über die vorgesehenen Neudefinitionen dieser Einheiten, die relevanten Experimente und die möglichen Konsequenzen für Darstellung und Weitergabe berichtet und auf noch zu lösende Probleme hingewiesen. ■

## 6 Literatur

- [1] Gläser, M. and Borys, M.: Precision Mass measurements. Rep. Prog. Phys. **72**, (2009), 126101, S. 1–32
- [2] Bureau international des poids et mesures (BIPM), 1901, Comptes Rendus des Séances de la Troisième Conférence Générale des Poids et Mesures réuni à Paris en 1901. Paris, Frankreich
- [3] Moreau, H.: Le système métrique, Paris, Édition Chiron, (1975)
- [4] Gläser, M.: 100 Jahre Kilogrammprototyp. PTB-Bericht MA-15, (1989), Wirtschaftsverlag NW, Verlag für neue Wissenschaft GmbH, Bremerhaven
- [5] Bureau international des poids et mesures (BIPM), 1889, Comptes Rendus des Séances de la Première Conférence Générale des Poids et Mesures réuni à Paris en 1889, Paris, Frankreich
- [6] Bureau international des poids et mesures (BIPM), 2006, Le Système international d'unités (SI) – The International System of Units (SI). 8<sup>th</sup> edition, Paris/Sèvres
- [7] Girard, G.: The third periodic verification of national prototypes of the kilogram (1988–1992). Metrologia **31**, (1994), S. 317–336
- [8] Schwartz, R., Borys, M., Scholz, F.: Leitfaden für Massebestimmungen hoher Genauigkeit. PTB-Bericht MA-80, Wirtschaftsverlag NW, Verlag für neue Wissenschaft, Bremerhaven 2006. Vgl.: Guide to mass determination with high accuracy. PTB-Bericht MA-80e, Wirtschaftsverlag NW, Verlag für neue Wissenschaft, Bremerhaven 2007
- [9] Picard, A., Davis, R. S., Gläser, M., Fujii, K.: Revised formula for the density of moist air (CIPM-2007). Metrologia **45**, (2008), S. 149–155



- [10] Gläser, M., Schwartz, R. and Mecke M.: Experimental Determination of Air Density Using a 1 kg Mass Comparator in Vacuum. *Metrologia* **28**, (1991), S. 45–50
- [11] Picard, A.: Mass determinations of a 1 kg silicon sphere for the Avogadro project. *Metrologia* **43**, (2006), S. 46–52
- [12] Chung, J. W., Borys, M., Firlus, M., Lee, W. G., Schwartz, R.: Bilateral comparison of buoyancy artefacts between PTB and KRISS. *Measurement* **40**, (2007), S. 761–765
- [13] Madec, T., Meury, P. A., Sutour, C., Rabault, T., Zerbib, S., Gosset, A.: Determination of the density of air: a comparison of the CIPM thermodynamic formula and the gravimetric method. *Metrologia* **44**, (2007), S. 441–447
- [14] International Recommendation OIML R 111: Weights of classes E<sub>1</sub>, E<sub>2</sub>, F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, M<sub>1</sub>, M<sub>1-2</sub>, M<sub>2</sub>, M<sub>2-3</sub> and M<sub>3</sub>, Part 1: Metrological and technical requirements. OIML, Paris 2004
- [15] EWG-Richtlinie 71/317: Blockgewichte der mittleren Fehlergrenzenklasse von 5 bis 50 kg und zylindrische Gewichtstücke der mittleren Fehlergrenzenklasse von 1 g bis 10 kg. Amtsblatt der Europäischen Gemeinschaft L 202/14 vom 6.9.1971
- [16] EWG-Richtlinie 74/148: Wägestücke von 1 mg bis 50 kg von höheren Genauigkeitsklassen als der mittleren Genauigkeit. Amtsblatt der Europäischen Gemeinschaft L 84/3 vom 28.3.1974
- [17] Eichordnung Anlage 8 (EO 8), Gewichtstücke, Teil 1: EWG-Anforderungen, Teil 2: Innerstaatliche Anforderungen, Braunschweig 2004
- [18] Borys, M., Scholz, F., Firlus, M.: Darstellung der Masseskala. *PTB-Mitteilungen* **118** (2008), S. 71–76
- [19] Becker, P.: History and progress in the accurate determination of the Avogadro constant. *Rep. Prog. Phys.* **64**, (2001), S.1945–2008
- [20] Sommerfeld, A.: *Atombau und Spektrallinien*. Frankfurt: Harri Deutsch Verlag 1929 (Nachdruck 1978)
- [21] Ostwald, W.: *Hand- und Hilfsbuch zur Ausführung Physiko-Chemischer Messungen*, (1893), S. 127, Leipzig: W. Engelmann Verlag
- [22] Nernst, W.: *Theoretische Chemie vom Standpunkte der Avogadro'schen Regel und der Thermodynamik*, (1893), S. 31, Stuttgart: Enke Verlag
- [23] Stille, U.: *Messen und Rechnen in der Physik*, Braunschweig: Friedrich Vieweg Verlag, 1955, Kapitel 3.8, S. 117
- [24] Guggenheim, E. A.: The Mole and Related Quantities. *J Chem Ed* **38**, (1961), S. 86–87
- [25] Milton, M. J. T.: A new definition for the mole based on the Avogadro constant: a journey from physics to chemistry. *Phil. Trans. R. Soc. A* **369**, (2011), S. 3993–4003
- [26] Bureau international des poids et mesures (BIPM), 1993, Procès-verbaux des séances du Comité International des Poids et Mesures, 82<sup>nd</sup> meeting (1993), Sèvres, Frankreich: BIPM
- [27] Wieser, M. E.: Atomic weights of the elements (IUPAC Technical Report). *Pure Appl. Chem.* **78**, (2006), S. 2051–2066
- [28] Schlegel, C., Gläser, M., Scholz, F., Mecke, M., Kiekenap, G., Thomsen-Schmidt, P., Hoffmann, K. P. and Ahbe, T.: The determination of the atomic mass constant with ion accumulation: status and perspectives. *Metrologia* **47**, (2010), S. 146–156
- [29] Bylander, J., Duty, P. and Delsing, P.: Current measurement by real-time counting of single electrons. *Nature* **434**, (2005), S. 361–362
- [30] Zimmermann, N. L. and Keller, M. W.: Electrical metrology with single electrons. *Meas. Sci. Technol.* **13**, (2003), S. 1237–1242
- [31] Ebbecke, J., Bastian, G., Blöcker, M., Pierz, K. and Ahlers, F. J.: Enhanced quantized current driven by surface acoustic waves. *Appl. Phys. Lett.* **77**, (2000), S. 2601–2603
- [32] Kneipp, K., Wang, Y., Kneipp, H., Perelman, L., Itzkan, I., Dasari, R. R. and Feld, M. S.: Single molecule detection using surface-enhanced Raman scattering (SERS). *Phys. Rev. Lett.* **78**, (1997), S. 1667–1670
- [33] International Vocabulary of Metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM), 2008, JCGM N 200:2008 & ISO/IEC GUIDE 99
- [34] Milton, M. J. T. and Quinn, T. J.: Primary methods for the measurement of amount of substance. *Metrologia* **38**, (2001), S. 289–296
- [35] Matschat, R., Kipphardt, H., Rienitz, O., Schiel, D., Gernand, W., Oeter D.: Traceability system for elemental analysis. *Accreditation and Quality Assurance* **10**, (2006), S. 633–639
- [36] Richter, W.: Primary methods of measurement in chemical analysis. *Accred. Qual. Assur.* **2**, (1997), S. 354–359
- [37] Henrion, A.: Reduction of systematic errors in quantitative analysis by isotope dilution mass spectrometry (IDMS): an iterative method. *Fresenius J. Anal. Chem.* **350**, (1994), S. 657–658
- [38] Stosch, R., Henrion, A., Schiel, D. and Güttler, B.: Surface-enhanced Raman scattering based approach for quantitative determination of creatinine in human serum. *Anal. Chem.* **77**, (2005), S. 7386–7392
- [39] Kaarls, R.: The international infrastructure in metrology in chemistry. *PTB-Mitteilungen* **115**, (2005), S. 283–288
- [40] Richtlinie der Bundesärztekammer zur Qualitätssicherung laboratoriums-medizinischer Untersuchungen. *Deutsches Ärzteblatt* **105**, (2008), S. A341–A355
- [41] Directive 98/79/EC of the European parliament and of the Council of 27 October 1998 on in vitro diagnostic medical devices. *Official Journal of the European Communities* L 331/1 (1998)
- [42] Quinn, T.: The Kilogram: The present state of our knowledge. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **40**, (1991), S. 81–85

- [43] Gläser, M.; Borys, M.; Ratschko, D.; Schwartz, R.: Redefinition of the kilogram and the impact on its future dissemination. *Metrologia* **47**, (2010), S. 419–428
- [44] Bureau international des poids et mesures (BIPM), 2006, CCM Report of the 9<sup>th</sup> Meeting (2005) to the CIPM Recommendation G1 <http://www.bipm.org/utis/common/pdf/CCM9.pdf>
- [45] Bureau international des poids et mesures (BIPM), 2010, CCM Report of the 12<sup>th</sup> meeting (2010) to the CIPM Recommendation G1, <http://www.bipm.org/utis/common/pdf/CCM12.pdf>
- [46] Mills, I. M., Mohr, P. J., Quinn, T. J., Taylor, B. T. and Williams, E. R.: Redefinition of the kilogram, ampere, kelvin and mole: a proposed approach to implementing CIPM recommendation 1 (CI-2005). *Metrologia* **43**, (2006), S. 227–246
- [47] Becker, P., de Bièvre, P., Fujii, K., Glaeser, M., Inglis, B., Luebbig, H. and Mana, G.: Considerations on future redefinitions of the kilogram, the mole and other units. *Metrologia* **44**, (2007), S. 1–14
- [48] Resolutions adopted by the General Conference on Weights and Measures (24<sup>th</sup> meeting), [http://www.bipm.org/utis/common/pdf/24\\_CGPM\\_Resolutions.pdf](http://www.bipm.org/utis/common/pdf/24_CGPM_Resolutions.pdf)
- [49] Bonse, U. and Hart, M.: An x-ray interferometer. *Appl. Phys. Lett.* **6**, (1965), S. 155–156
- [50] Kibble, B. P.: A measurement of the gyromagnetic ratio of the proton by the strom field method, in: *J. H. Sanders, A. H. Wapstra: Atomic Masses and Fundamental Constants vol. 5*, New York: Plenum, (1976), S. 545–551
- [51] Kibble, B. P., Smith, R. C. and Robinson, I. A.: The NPL Moving-Coil Ampere Determination. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **IM-32**, (1983), S. 141–143
- [52] Clothier, W.K., Sloggett, G. J., Bairnsfather, H., Curry, M. F. and Benjamin, D. J.: A Determination of the Volt. *Metrologia* **26**, (1989), S. 9–46
- [53] Funk, T. and Sienknecht, V.: Determination of the Volt with the Improved PTB Voltage Balance. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **40**, (1991), S. 158–161
- [54] Shiota, F., Miki, Y., Fujii, Y., Morokuma, T., Nezu, Y.: Evaluation of equilibrium trajectory of superconducting magnetic levitation system for the future kg unit of mass. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **49**, (2000), S. 1117–1121
- [55] Riski, K., Heikkinen, P., Kajastie, H., Manninen, J., Rossi, H., Nummala, K., Frantsuz, E. and Khavinson, V.: Design of a superconducting magnetic levitation system. *Proc. 17<sup>th</sup> Int. Conf. IMEKO TC 3, Istanbul, 17–21 September 2001*, (2001), S. 239–246
- [56] Gläser, M.: Tracing the atomic mass unit to the kilogram by ion accumulation. *Metrologia* **40**, (2003), S. 376–386
- [57] Deslattes, R. D., Henins, A., Bowman, H. A., Schoonover, R. M., Carroll, C. L., Barnes, I. L., Machlan, L. A., Moore, L. J. and Shields, W. R.: Determination of the Avogadro Constant. *Phys. Rev. Lett.* **33**, (1974), S. 463–466
- [58] Fujii, K., Waseda, A., Kuramoto, N., Mizushima, S., Becker, P., Bettin, H., Nicolaus, A., Kuetgens, U., Valkiers, S., Taylor, P., De Bièvre, P., Mana, G., Massa, E., Matyi, R., Kessler, E. G., Hanke, M.: Present status of the Avogadro constant determination from silicon crystals with natural isotopic composition. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **50**, (2005), S. 854–859
- [59] Andreas, B., Azuma, Y., Bartl, G., Becker, P., Bettin, H., Borys, M., Busch, I., Gray, M., Fuchs, P., Fujii, K., Fujimoto, H., Kessler, E., Krumrey, M., Kuetgens, U., Kuramoto, N., Mana, G., Manson, P., Massa, E., Mizushima, S., Nicolaus, A., Picard, A., Pramann, A., Rienitz, O., Schiel, D., Valkiers, S. and Waseda, A.: Determination of the Avogadro constant by counting the atoms in a <sup>28</sup>Si crystal. *PRL* **106**, (2011), 030801
- [60] Olsen, P. T., Cage, M. E., Phillips, W. D. and Williams, E. R.: The Realization of the Ampere at NBS. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **IM-29**, (1980), S. 234–237
- [61] Olsen, P. T., Bower, V. E., Phillips, W. D., Williams, E. R. and Jones, Jr., G. R.: The NBS Absolute Ampere Experiment. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **IM-34**, (1985), S. 175–181
- [62] Steiner, R. L., Williams, E. R., Liu, R. and Newell, D. B.: Uncertainty improvements of the NIST electronic kilogram. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **56**, (2007), S. 592–596
- [63] Robinson, I. A.: Towards the redefinition of the kilogram: a measurement of the Planck constant using the NPL Mark II watt balance. *Metrologia* **49**, (2012), S. 113–156
- [64] Steele, A. G., Meija, J., Sanchez, C. A., Yang, L., Wood, B. M., Sturgeon, R. E., Mester, Z., Inglis, A. D.: Reconciling Planck constant determinations via watt balance and enriched silicon measurements at NRC Canada. *Metrologia* **49**, (2012), S. L8–L10
- [65] Eichenberger, A., Jeckelmann, B., Richard, P.: Tracing Planck's constant to the kilogram by electromechanical methods. *Metrologia* **40**, (2003), S. 356–365
- [66] Mohr, P. J., Taylor, B. N. and Newell, D. B.: CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2006. *J. Phys. Chem. Ref. Data* **37**, (2008), 1187–1284
- [67] Schwartz, R.: Precision determination of adsorption layers on stainless steel mass standards by mass comparison and ellipsometry: II. Sorption phenomena in vacuum, *Metrologia* **31**, (1994), S. 129–136
- [68] Picard, A.; Barat, P.; Borys, M.; Firlus, M.; Mizushima, S.: State-of-the-art mass determination of <sup>28</sup>Si spheres for the Avogadro project. *Metrologia* **48** (2011), S112–S119
- [69] Taylor, B. N.: Molar mass and related quantities in the New SI. *Metrologia* **46**, (2009), S. L16–L19



# Stromstärke – Die SI-Basiseinheit Ampere

Franz Josef Ahlers<sup>1</sup> und Uwe Siegner<sup>2</sup>

## Gliederung

- 1 Die Definition des Ampere im SI
- 2 Die Darstellung des Ampere im SI
  - 2.1 Direkte Darstellung
  - 2.2 Indirekte Darstellung
- 3 Die Reproduzierung elektrischer Einheiten
  - 3.1 Der Josephson-Effekt und die Einheit Volt
  - 3.2 Der Quanten-Hall-Effekt und die Einheit Ohm
  - 3.3 Internationale Festlegungen
- 4 Die Neudefinition des Ampere
  - 4.1 Einzelelektronen-Stromquellen
  - 4.2 Das Quanten-Ampereometer
- 5 Das quantenmetrologische Dreieck
- 6 Zusammenfassung und Ausblick

## 1 Die Definition des Ampere im SI

Das Ampere, die Einheit der elektrischen Stromstärke, ist die SI-Basiseinheit im Bereich Elektrizität und Magnetismus. Bis zur Mitte des 20. Jahrhunderts wurde das Ampere auf der Grundlage elektrolytischer Prozesse definiert. Dieses sogenannte „internationale Ampere“ war definiert als die Stromstärke, bei der pro Sekunde aus einer Silbernitratlösung 1,118 mg Silber abgeschieden werden. Die heute gültige auf der Elektrodynamik beruhende Definition wurde auf der neunten Generalkonferenz der Meterkonvention im Jahr 1948 beschlossen. Sie lautet: *Die Basiseinheit 1 Ampere ist die Stärke eines zeitlich unveränderlichen elektrischen Stromes, der, durch zwei im Vakuum parallel im Abstand 1 Meter voneinander angeordnete, geradlinige, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigen Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 Meter Leiterlänge die Kraft  $2 \cdot 10^{-7}$  Newton hervorrufen würde.* Bild 1 illustriert die Definition der Basiseinheit Ampere.

In der Definition wird ausgenutzt, dass in der beschriebenen Anordnung die elektrodynamische Kraft  $F$  pro Leiterlänge  $l$  zwischen zwei geradlinigen parallelen Leitern im Abstand  $r$ , die vom Strom  $I$  durchflossen werden, im Vakuum

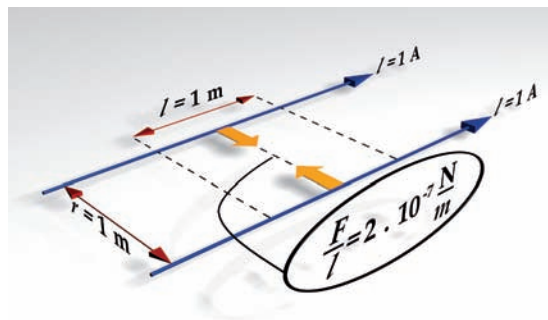


Bild 1: Schematische Darstellung der Ampere-Definition

$$\frac{F}{l} = \mu_0 \frac{I^2}{2\pi r}$$

beträgt. In dieser Gleichung ist  $\mu_0$  die magnetische Feldkonstante. Der Zahlenwert der magnetischen Feldkonstante wird durch die Definition des Ampere festgelegt:

$$\mu_0 = 2\pi \frac{F}{l I^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

Da durch die Definition des Meters der Zahlenwert für die Lichtgeschwindigkeit  $c$  festgelegt worden ist, ist nach der Maxwell-Beziehung  $\mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot c^2 = 1$  auch der Zahlenwert für die elektrische Feldkonstante  $\epsilon_0$  festgelegt.

In der Definition des Ampere wird eine ideale Anordnung beschrieben, die den Vorteil bietet, dass sich die Beziehung zwischen der Stromstärke und den mechanischen und dimensionellen Größen exakt angeben lässt. Die praktische Umsetzung der Definition, in der Metrologie *Darstellung* genannt, muss mit Messaufbauten erfolgen, die experimentell realisierbar sind. Die Darstellung des Ampere wird in Abschnitt 2 behandelt. Dabei wird unterschieden zwischen der *direkten Darstellung*, in der wie in der Definition die Stromstärke und eine mechanische Kraft in Beziehung gesetzt werden, und der *indirekten Darstellung*. In letzterer wird das Ohmsche Gesetz  $I = U/R$  ausgenutzt und das Ampere mit Hilfe der Darstellung der elektrischen Spannung  $U$  und des elektrischen Widerstands  $R$  dargestellt. In Abschnitt 2 wird beschrieben, wie die aus der Definition des Ampere folgende Festlegung des Zahlenwerts der elektri-

<sup>1</sup> Dr. Franz Josef Ahlers, Fachbereich „Elektrische Quantenmetrologie“  
E-Mail: franz-josef.ahlers@ptb.de

<sup>2</sup> Dr. Uwe Siegner, Abteilung „Elektrizität“  
E-Mail: uwe.siegner@ptb.de

schen Feldkonstante  $\epsilon_0$  die Verknüpfung zwischen indirekter Ampere-Darstellung und der Definition des Ampere sicherstellt.

Die nach wie vor gültige Definition des Ampere fußt auf mechanischen Größen. Ein grundsätzlich anderer Ansatz, das Ampere und die elektrischen Einheiten festzulegen, besteht in der Nutzung von Quanteneffekten in Festkörpern, die eine Beziehung zwischen elektrischen Größen und fundamentalen Konstanten der Physik vermitteln. Mithilfe des Josephson-Effekts [1] lässt sich die Spannung  $U$  und mithilfe des Quanten-Hall-Effekts [2] der Widerstand  $R$  auf die Elementarladung  $e$  und die Planckkonstante  $h$  zurückführen. Diese Effekte erlauben es, Volt, Ohm und unter Benutzung des Ohmschen Gesetzes das Ampere mit höchster Genauigkeit zu reproduzieren. Die Nutzung der Quanteneffekte hat große praktische Vorteile, ist aber nicht aus der Definition der Einheiten im SI ableitbar. Man spricht daher von der *Reproduzierung* der elektrischen Einheiten, nicht von ihrer Darstellung. Die Reproduzierung von Volt, Ohm und Ampere wird in Abschnitt 3 behandelt.

Die von den Gremien der Meterkonvention vorgeschlagene neue Definition des Ampere basiert auf der Elementarladung  $e$ . Damit wird der mit der Reproduzierung der elektrischen Einheiten beschrittene Weg konsequent fortgesetzt: weg von der Anbindung an mechanische Einheiten, hin zur Nutzung von Quanteneffekten und der nach heutiger Kenntnis universellen Fundamentalkonstanten. Die neue Definition des „Quanten-Ampere“ und der Stand der Forschung zu ihrer praktischen Umsetzung werden in Abschnitt 4 beschrieben. In Abschnitt 5 werden Konsistenztests behandelt, die das Ziel haben, die Umsetzung der neuen Definition des Ampere abzusichern. Der Artikel schließt mit einem Ausblick.

## 2 Die Darstellung des Ampere im SI

### 2.1 Direkte Darstellung

Die direkte Darstellung des Ampere, die heute nur noch von historischem Interesse ist, basiert auf einer realisierbaren Umsetzung der Ampere-Definition. Sie nutzt damit direkt die Festlegung des Wertes von  $\mu_0$ . Die „unendlich langen Leiter“ sind dabei durch endlich lange Leiter in Spulenanordnung ersetzt. Der Unterschied der beiden Geometrien ist exakt berechenbar. Die Kraft zwischen den vom Strom der Stärke  $I$  durchflossenen Spulen wird dadurch gemessen, dass sie in einer sogenannten „Stromwaage“ mit einer Gewichtskraft ins Gleichgewicht gebracht wird. Das grundsätzliche Problem eines solchen Experiments liegt darin, dass der Strom in Drähten mit endlichem Durchmesser fließt, die Stromdichte in den Drähten aber nicht unbedingt über den gesamten Querschnitt

konstant ist. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn es sich um verformte Drähte handelt, die z. B. zu Spulen gewickelt sind. Der in die Definitionsgleichung des Ampere eingehende Abstand zwischen den Strompfaden ist dann nicht identisch mit dem geometrisch bestimmten Abstand. Mit einem solchen Experiment wurden deshalb nur relative Unsicherheiten in der Größenordnung einiger  $10^{-6}$  erzielt [3].

### 2.2 Indirekte Darstellung

Die indirekte Darstellung des Ampere ist mit geringerer Unsicherheit möglich als die direkte. Man geht von der elektrischen Feldkonstante  $\epsilon_0$  aus, deren Zahlenwert aufgrund der Beziehung  $\mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot c^2 = 1$  über  $\mu_0$  und  $c$  indirekt ebenfalls festgelegt ist. Wie bereits erwähnt, macht man sich die Definitionsgleichung eines elektrischen Widerstands,  $R = U/I$ , zu Nutze, um das Ampere über die Einheit Ohm des elektrischen Widerstands  $R$  und die Einheit Volt der elektrischen Spannung  $U$  darzustellen. In welcher Weise der Zahlenwert von  $\epsilon_0$  dabei eingeht, der die Äquivalenz der indirekten mit der direkten Darstellung sicherstellt, ist im Folgenden beschrieben.

Entscheidend für die Möglichkeit,  $\epsilon_0$  mit geringer Unsicherheit zu nutzen, ist ein elektrostatisches Theorem, das von A. M. Thompson und D. G. Lampard im Jahre 1956 [4] gefunden wurde. Es ermöglicht den Bau von Kondensatoren, deren Kapazität  $C$  exakt aus einer einzigen Längenmessung bestimmt werden kann. Nach dem Theorem hängt  $C$  zwischen zwei Paaren symmetrisch über Kreuz angeordneter paralleler Metallzylinder, den Elektroden, nur von der Länge  $l$  der Zylinder und von  $\epsilon_0$  ab. In einem Experiment bestimmt man zur Vermeidung von Randeffekten nur die Änderung  $\Delta C$  der Kapazität bei einer Änderung  $\Delta l$  der elektrisch aktiven Länge des Kondensators, die man interferometrisch sehr genau bestimmen kann:

$$\Delta C = \epsilon_0 \frac{\ln 2}{\pi} \Delta l$$

Mit einem solchen „berechenbaren Kreuz-Kondensator“ (er wird auch als *Thompson-Lampard-Kondensator* bezeichnet) ist daher eine direkte Darstellung der Einheit Farad möglich. Eine Kapazität  $C$  bei Wechselstrom der Frequenz  $\omega$  stellt einen Blindwiderstand vom Wert  $1/\omega C$  dar, der in einer speziellen Wechselstrombrücke, einer sogenannten Quadraturbrücke, mit einem Wirkwiderstand verglichen werden kann. Damit ist auch ein Weg zur Ableitung der Widerstandseinheit gegeben. In der Praxis ist dafür eine ganze Kette von Präzisionsmessungen erforderlich. Sie werden jedoch sehr gut beherrscht, sodass die relative Unsicherheit der Ohm-Darstellung in der Größenordnung  $10^{-7}$  und besser liegt.

Für die indirekte Darstellung des Ampere wird neben der Einheit Ohm auch eine Darstellung der Einheit Volt benötigt. Dazu werden, in ähnlicher Weise wie beim Vergleich von elektrodynamischen und Gewichtskräften in der „Stromwaage“, in einer „Spannungswaage“ elektrostatische Kräfte zwischen an Spannung liegenden Kondensator-Elektroden mit Gewichtskräften verglichen. Bei der bis 1988 genutzten Anordnung der PTB werden, wie in Bild 2 stark vereinfacht dargestellt, als Elektroden zwei ineinander geschobene Zylinder benutzt, von denen der innere an einer Waage hängt. Die elektrostatische Kraft  $F_e$  wird von der Gewichtskraft  $F_m$  auf das Massestück  $m$  kompensiert ( $g$  Fallbeschleunigung am Ort der Waage). Verschiebt man den äußeren Zylinder vertikal um einen Weg  $\Delta z$ , so muss dabei die Gesamtenergie des Systems konstant bleiben. Daraus lässt sich die Beziehung zwischen der Kapazitätsänderung  $\Delta C$ , die durch die Verschiebung  $\Delta z$  verursacht wird, und der Spannung  $U$  ableiten:

$$U = \sqrt{\frac{2mg \cdot \Delta z}{\Delta C}}$$

Auch hier geht die mit einem berechenbaren Kondensator dargestellte Kapazität ein. Man benötigt für Kräfte von etwa 20 mN – entsprechend der Gewichtskraft einer Masse von 2 g – Spannungen von etwa 10 kV, die mit Spezialteilern auf 1 V herabgesetzt werden müssen. Mit dieser Waage wurde eine relative Gesamtunsicherheit von  $3 \cdot 10^{-7}$  bei der Darstellung des Volt erreicht [5]. Das Ampere lässt sich mit der indirekten Methode mit ähnlicher Unsicherheit darstellen.

Obwohl die indirekte Darstellung des Ampere die innerhalb des SI am genauesten mögliche ist, spielt auch sie in der Praxis seit mehr als 20 Jahren keine Rolle mehr. Verantwortlich ist die im nächsten Abschnitt beschriebene Möglichkeit der Rückführung elektrischer Einheiten auf Fundamental-

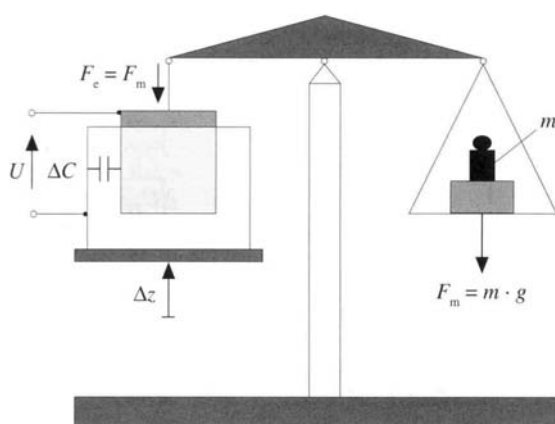


Bild 2:  
Prinzip der Spannungswaage der PTB zur Darstellung des Volt

konstanten, die eine Reproduzierung des Ampere mit deutlich geringeren Unsicherheiten erlaubt, als es für die Darstellung der Fall ist.

### 3 Die Reproduzierung elektrischer Einheiten

In allen Teilgebieten der Metrologie geht das Bestreben seit Längerem dahin, die Einheiten auf Fundamentalkonstanten zurückzuführen, da diese nach heutiger Kenntnis zeitlich und örtlich unveränderlich sind. Dazu sind Quanteneffekte erforderlich, die sicherstellen, dass physikalische Größen – abweichend von ihrem sonstigen Verhalten – nur bestimmte diskrete Werte annehmen. Voraussetzung für eine Nutzung von Quanteneffekten im Bereich der Elektrizität sind aufwendig hergestellte spezielle Bauelemente, tiefe Temperaturen und zum Teil auch extrem starke Magnetfelder. Die für die elektrischen Einheiten relevanten Effekte verknüpfen die Einheiten Volt (über den Josephson-Effekt) und Ohm (über den Quanten-Hall-Effekt) mit Kombinationen der Elementarladung  $e$  und der Planckkonstante  $h$ .

Wie bei der gerade beschriebenen indirekten Darstellung über die im SI dargestellten Einheiten Ohm und Volt lässt sich das Ampere daher auch indirekt reproduzieren, indem man es über die Messung von Widerstand und Spannung auf die  $h$ - und  $e$ -basierten Einheiten Ohm und Volt zurückführt.

#### 3.1 Der Josephson-Effekt und die Einheit Volt

Im Jahre 1962 sagte *Brian D. Josephson* den später nach ihm benannten Effekt zwischen schwach gekoppelten Supraleitern voraus [1]. Eine schwache Kopplung entsteht in einem sogenannten Josephson-Element z. B. durch die Verbindung zweier Supraleiter über eine sehr dünne Isolatorschicht. Fließt durch eine solche Anordnung ein Gleichstrom der Stärke  $I$  und strahlt man dabei zusätzlich eine Mikrowelle der Frequenz  $f$  ein, so treten in der Spannungs-Strom-Kennlinie Stufen konstanter Spannung auf, deren Wert proportional zur Frequenz ist:

$$U_n = n \cdot K_J^{-1} \cdot f$$

mit ( $n = 1, 2, \dots$ )

Die Größe  $K_J$  wird *Josephson-Konstante* genannt, und sie ist im Rahmen der zugrunde liegenden Theorie gegeben durch  $K_J = 2e/h$ . Ihr Wert beträgt etwa  $5 \cdot 10^{14}$  Hz/V.

Bei den für das Auftreten der Supraleitung erforderlichen tiefen Temperaturen kann man mit Frequenzen im Bereich von etwa 10 bis 70 GHz auf diese Art an *einem* Josephson-Element Spannungen von einigen 100  $\mu$ V erzeugen. Durch Reihen-

schaltung sehr vieler Josephson-Elemente kann die Spannung deutlich erhöht werden, allerdings ist dafür eine aufwendige Herstellungstechnologie erforderlich.

Die Entwicklung dieser Technologie wurde maßgeblich in der PTB vorangetrieben. Als eines von nur wenigen nationalen Metrologie-Instituten weltweit ist sie in der Lage, Josephson-Reihenschaltungen zu fertigen, mit denen Spannungen von bis zu 15 Volt bei einer relativen Unsicherheit von etwa  $10^{-9}$  reproduziert werden [6].

Die neueste in der PTB entwickelte Generation von Josephson-Schaltungen (Bild 3) nutzt Elemente, deren ‚Isolatorschicht‘ teilweise oder ganz aus normalleitendem Material besteht. An ihnen ist durch äußere Ansteuerung an einem Element gezielt die Spannung 0 oder  $\pm U_1$  einstellbar. Eine Reihenschaltung solcher Elemente aus Segmenten binär gestufter Längen 1, 2, 4, 8, usw. erlaubt es dann, mit hoher Auflösung fast beliebige, präzise Gleichspannungen im Bereich  $-10$  V bis  $+10$  V einzustellen [7].

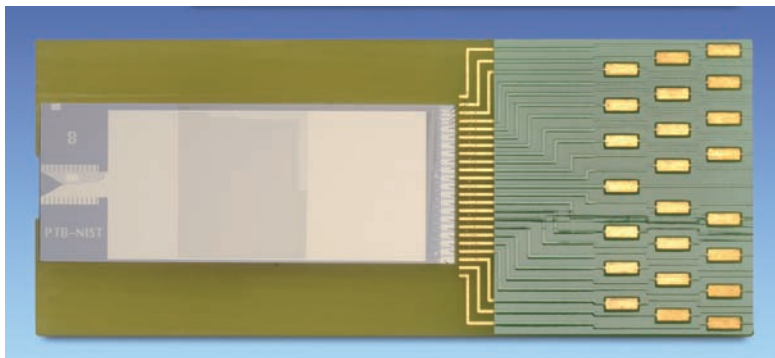


Bild 3: Programmierbare 10 Volt Josephson-Schaltung



Bild 4: Molekularstrahl-Epitaxie-Anlage (MBE) der PTB zur Herstellung von GaAs-Schichtkristallen für Quanten-Hall-Widerstände

Mit PTB-Technologie gefertigte Josephson-Schaltungen werden mittlerweile an vielen nationalen Metrologie-Instituten, genutzt sowie am BIPM, dem internationalen Büro für Maß und Gewicht.

### 3.2 Der Quanten-Hall-Effekt und die Einheit Ohm

Im Jahre 1980 fand *Klaus v. Klitzing* [2] eine neue Methode zur Realisierung von Widerstandswerten mit Hilfe eines an zwei-dimensionalen, d. h. extrem dünnen Leiterschichten auftretenden Effektes, die noch im selben Jahr von der PTB und von anderen nationalen Metrologie-Instituten aufgegriffen wurde. Die Entdeckung, für die er 1985 den Physik-Nobel-Preis erhielt, wurde an MOS-Feldeffekttransistoren (Metal-Oxide-Semiconductor) gemacht. Für metrologische Zwecke werden heute GaAs-GaAlAs-Schichtkristalle benutzt, die man z. B. mit einer Molekularstrahl-Epitaxie-Anlage herstellen kann. Die PTB verfügt als einziges nationales Metrologie-Institut weltweit über eine solche Anlage, die im Bild 4 dargestellt ist.

Durch die Quanten-Hall-Bauelemente (Bild 5) schickt man bei sehr tiefen Temperaturen (flüssiges Helium) einen Strom der Stärke  $I$  und legt gleichzeitig ein sehr starkes Magnetfeld senkrecht zur Leiterschicht an (magnetische Flussdichte etwa 10 Tesla, entsprechend dem mehr als 200 000fachen des Erdfeldes). Man erhält dann für den Hall-Widerstand  $R_H$ , das ist der Quotient aus Hall-Spannung und Stromstärke in der Probe, in der Widerstands-Magnetfeld-Kennlinie Stufen konstanten Widerstandes mit Werten

$$R_H = \frac{1}{i} R_K$$

mit ( $i = 1, 2, \dots$ )

Die Größe  $R_K$  wird *von-Klitzing-Konstante* genannt. Sie ist im Rahmen der zugrundeliegenden Theorie gegeben durch  $R_K = h/e^2$ . Ihr Wert beträgt etwa 26 k $\Omega$ . Die Stufen bei  $i = 2$ , etwa 13 k $\Omega$ , und bei  $i = 4$ , etwa 6,5 k $\Omega$ , sind besonders gut ausgeprägt. Die entsprechenden Widerstandswerte können mit einer relativen Unsicherheit von wenigen  $10^{-9}$  reproduziert werden [8].

### 3.3 Internationale Festlegungen

Um international Einheitlichkeit bei der Weitergabe der elektrischen Einheiten Volt und Ohm (und damit auch der Basiseinheit Ampere) im Rahmen der mittels Josephson- und Quanten-Hall-Effekt möglichen geringen Unsicherheiten zu erreichen, hat das Internationale Komitee für Maß und Gewicht im Oktober 1988 für die *Josephson-*

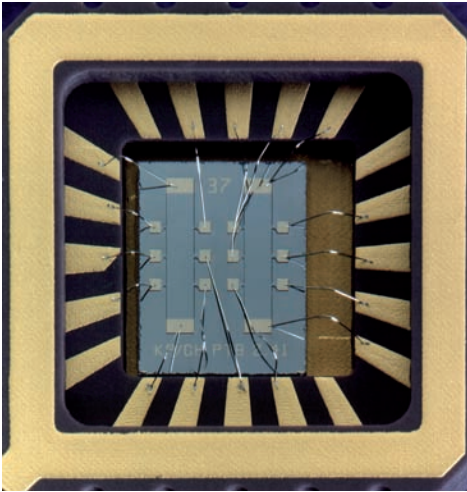


Bild 5:  
Quanten-Hall-Widerstand in einem Probenträger

Konstante  $K_J$  und für die *von-Klitzing-Konstante*  $R_K$  exakte Werte festgelegt und für die Bewahrung und Weitergabe der Einheiten empfohlen [9]. Um die festgelegten Werte von den nicht exakt bekannten Fundamentalkonstanten unterscheiden zu können, werden sie mit  $K_{J-90}$  und  $R_{K-90}$  bezeichnet. Sie betragen

$$K_{J-90} = 483\,597,9 \cdot 10^9 \text{ V}^{-1}\text{s}^{-1}$$

$$R_{K-90} = 25\,812,807 \, \Omega$$

Diese Werte wurden so festgelegt, dass sie nach den damals genauesten Messergebnissen mit den SI-Zahlenwerten übereinstimmten. Zum damaligen Zeitpunkt war das für  $K_{J-90}$  mit einer relativen Unsicherheit von  $4 \cdot 10^{-7}$  und für  $R_{K-90}$  mit einer Unsicherheit von  $2 \cdot 10^{-7}$  der Fall.

Seit dem 1.1.1990 werden  $K_{J-90}$  und  $R_{K-90}$  weltweit einheitlich für die Weitergabe der Einheiten Volt und Ohm benutzt. Dabei wird eine hervorragende Reproduzierbarkeit durch die Quanteneffekte garantiert.

Streng genommen sind die elektrischen Einheiten seit 1990 nicht mehr SI-Einheiten, sondern Einheiten in einem eigenen, auf Fundamentalkonstanten basierenden System. Die geplante Neudefinition des gesamten Systems der Einheiten wird diese nicht ganz befriedigende Situation auflösen.

#### 4 Die Neudefinition des Ampere

Die mehr als hundert Jahre alte Erkenntnis, dass elektrische Ladung in Form von Elektronen quantisiert ist, legt eine Ampere-Definition nahe, die dem Rechnung trägt. Entsprechend wird von den Gremien der Meterkonvention eine neue Definition befürwortet, in der die Größe des Ampere festgelegt wird, indem der Elementarladung  $e$  ein fester Zahlenwert in der Einheit „Ampere mal Sekunde“ zugewiesen wird. In dieser Definition wird bewusst keinerlei Hinweis auf die experimentelle Realisierung gegeben.

Dies geschieht in einer Empfehlung des beratenden Komitees für Elektrizität und Magnetismus (CCEM) [10], in der verschiedene Realisierungsmöglichkeiten (*mises-en-pratique*) aufgeführt sind. Eine Möglichkeit, das Ampere gemäß der neuen Definition darzustellen, basiert auf einer Quanten-Stromquelle, die einen Strom gemäß der Beziehung  $I = e \cdot f$  erzeugt. Alternativ kann man ein Quanten-Strommessgerät realisieren, das zur Messung eines Stroms der Stärke  $I$  den Josephson- und den Quanten-Hall-Effekt ausnutzt.

In den nächsten Abschnitten werden die technischen Grundlagen für die praktische Umsetzung der neuen Ampere-Definition erläutert.

#### 4.1 Einzelelektronen-Stromquellen

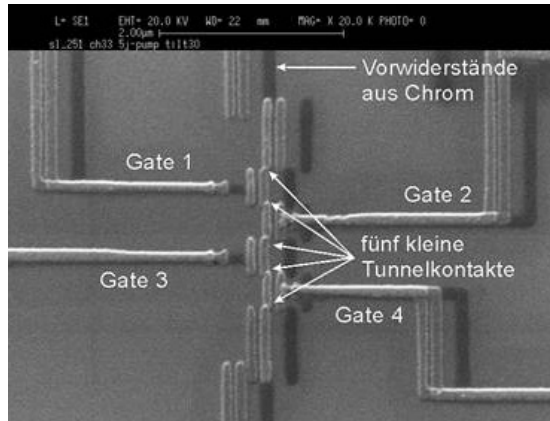
Seit Ende der 80er Jahre ist es vor allem aufgrund der Fortschritte in der Mikroelektronik möglich geworden, einzelne Elektronen gezielt zu manipulieren. Grundlage dafür ist der Einzel-Elektronen-Tunneleffekt (SET, Single Electron Tunnelling): Durch isolierende Barrieren getrennte, winzige Inseln aus Metallen oder Halbleitern, die deutlich kleiner sind als ein Mikrometer, haben eine sehr geringe elektrische Kapazität  $C$ . Die endlich große Energie  $e^2/C$ , die erforderlich ist, um ein Elektron auf die Insel zu bringen, kann dann bei Temperaturen im Millikelvinbereich durch die thermische Energie nicht mehr aufgebracht werden. Das quantenmechanische Tunneln durch die isolierenden Barrieren zwischen den Inseln ist also unterdrückt, ein Effekt, der als Coulomb-Blockade bezeichnet wird. Ändert man jedoch gezielt die potenzielle Energie der Inseln mit Hilfe von Steuerelektroden („Gates“), wird das Tunneln und damit der Transport der Elektronen auf die Insel wieder möglich. In einer Kette solcher Inseln kann man durch sequenzielles Ansteuern der Inseln mit Spannungspulsen, die mit der Frequenz  $f$  wiederholt werden, einen konstanten Strom mit dem Wert  $I = e \cdot f$  erzeugen [11]. In einer Schaltung mit 7 Barrieren konnten unter Idealbedingungen einzelne Elektronen mit einer Fehlerrate von nur  $1,5 \cdot 10^{-8}$  transportiert werden [12]. Im Prinzip hat man mit einer solchen Einzel-Elektronen-Pumpe genau das Bauelement, mit dem sich die neue Definition des Ampere umsetzen lässt.

Bei der in der PTB entwickelten Version einer solchen Pumpe (Bild 6) reichen bereits fünf Barrieren („Tunnelkontakte“), da zwei integrierte Vorwiderstände die Pump-Fehlerrate durch Unterdrückung unkontrollierter Tunnelereignisse verbessern. Mit dieser einfacher zu betreibenden Pumpe wird eine Fehlerrate von  $2 \cdot 10^{-7}$  erreicht [13].

Trotz der geringen Fehlerraten der gerade beschriebenen Einzelelektronenpumpen ist ihre Anwendung auf Spezialfälle begrenzt, da nur Ströme von einigen pA präzise realisiert werden



Bild 6:  
Rasterelektronenmikroskop-Aufnahme einer metallischen SET-Pumpe mit Vorwiderständen („R-Pumpe“). Die Pfeile zeigen auf die Tunnelbarrieren.



können. Um höhere Ströme im nA-Bereich mit kleinen Fehlerraten zu erzeugen, wurden in den letzten Jahren weltweit, aber vor allem in der PTB, alternative Ansätze zum kontrollierten Transport einzelner Ladungen entwickelt. Bild 7 zeigt eine Struktur, die noch eine gewisse Ähnlichkeit mit der in Bild 6 aufweist, aber bereits weniger komplex ist. Dies wird dadurch ermöglicht, dass nicht nur normalleitendes (N), sondern auch supraleitendes (S) Metall genutzt wird. Eine aufgrund der Supraleitung bestehende Energielücke sorgt dafür, dass trotz des einfacheren Aufbaus ein Einzelelektronentransport mit sehr geringer Fehlerrate erfolgt [14, 15].

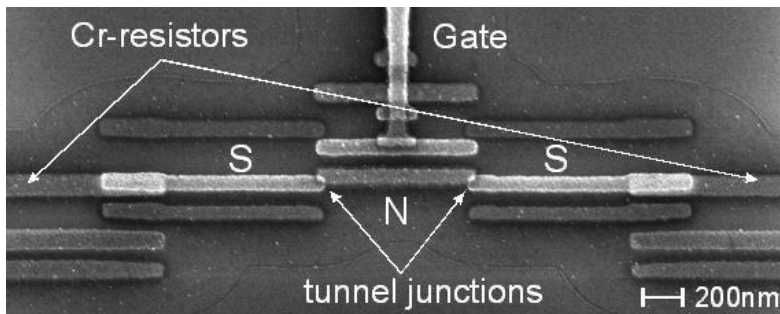


Bild 7:  
Rasterelektronenmikroskop-Aufnahme eines SNS-SET-Bauelements

Der zurzeit aussichtsreichste Ansatz für ein Einzelelektronen-Bauelement, das Ströme in nA-Bereich liefert, basiert aber auf Halbleitern. Bei ihnen sind die Höhe der Barrieren und damit die Tunnelraten elektrisch abstimmbare, wenn sie nach dem Prinzip eines Feldeffekttransistors angesteuert werden [16–19]. Bild 8 zeigt ein solches Bauelement. Eine schmale Leiterbahn (grün eingefärbt) wird von Elektroden gekreuzt, unter denen nach Anlegen einer Spannung eine Barriere für die Elektronen in der Leiterbahn entsteht. Für die Funktion sind nur zwei der drei gezeigten Elektroden notwendig, z. B. eine violette und die gelbe. Mit geeignet gewählten Gleichspannungen an den Elektroden und durch eine zusätzliche Wechselfrequenz der Frequenz  $f$  an der vorderen Elektrode wird auch hier ein Strom  $e \cdot f$  erzeugt. Die Frequenz  $f$ , und damit die erzeugte Stromstärke, kann bedeutend höher sein als bei den oben

beschriebenen metallischen Strukturen mit unveränderlichen Tunnelbarrieren aus Oxidmaterial. Bei einer Pumpfrequenz von 1 GHz wurde eine Stromstärke von 0,16 nA erreicht, deren Unsicherheit aufgrund einer theoretischen Modellierung auf  $10^{-7}$  abgeschätzt wurde [19]. Die Auswertung von Experimenten bei einer Pumpfrequenz von 0,3 GHz mit dem Modell aus Referenz [17] ergab eine Unsicherheit von  $10^{-9}$ .

Für die SNS-Bauelemente und für die Halbleiterpumpen wurde bereits erfolgreich die Parallelisierung mehrerer Transportkanäle demonstriert [20, 21]. Somit steht auch diese Option zur Verfügung, falls die mit den besten und modernsten Einzelelektronentransport-Bauelementen erzeugten Stromstärken sich in praktischen Anwendungen immer noch als zu klein erweisen sollten.

Um sicherzustellen, dass Einzelelektronenstromquellen eine vergleichbar hohe Reproduzierbarkeit wie Josephson- und Quanten-Hall-Elemente erreichen, wird man auf ein neues Konzept zurückgreifen. In diesem wird in geeigneten, allerdings deutlich komplexeren Schaltungen die Fehlerrate des Bauelements während des Betriebs auf der Ebene einzelner Elektronen überwacht und gegebenenfalls korrigiert [22]. Die technische Möglichkeit dafür liefert ebenfalls der Einzelelektronen-Tunneleffekt: Genau so, wie mit dem Anlegen einer elektrischen Spannung der Transport eines Elektrons auf eine Insel kontrolliert werden kann, verrät sich auch die Anwesenheit eines Elektrons auf der Insel durch eine messbare Änderung der Transporteigenschaften des Bauelements. Das Bauelement, das dies leistet, wird als Einzelelektronen-Detektor bezeichnet. Die Idee einer derartigen selbst-referenzierten Einzelelektronenpumpe wurde in der PTB konzipiert [22], wo sie zur Zeit auch praktisch umgesetzt wird.

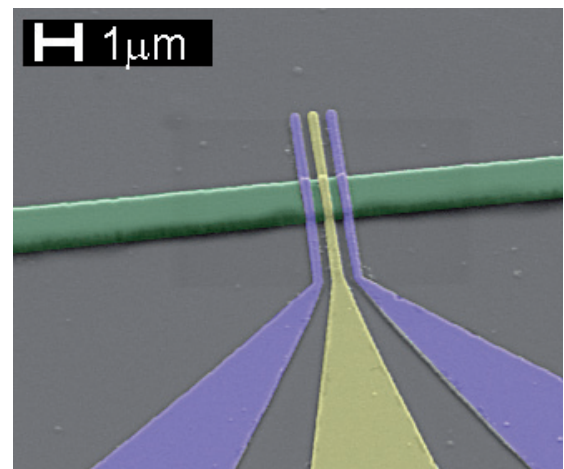


Bild 8:  
Rasterelektronenmikroskop-Aufnahme einer Halbleiter-SET-Pumpe. Steuerelektroden (violett, gelb) kreuzen eine schmale Leiterbahn aus Halbleiter-Material (grün).

## 4.2 Das Quanten-Ampereometer

Gemäß einer der vorgeschlagenen *mises-en-pratique* Varianten kann man das Ampere im zukünftigen SI auch dadurch bestimmen, dass man durch Vergleich mit dem Josephson-Effekt die Spannung  $U$  an einem gut bekannten Widerstand  $R$  misst, der von dem Strom  $I$  durchflossen wird. Wählt man für  $R$  z. B. einen auf der Stufe  $i = 2$  betriebenen Quanten-Hall-Widerstand, so gilt (für die Josephson-Spannungstufe  $n = 1$ ):

$$I = \frac{U}{R} = \frac{K_J^{-1} \cdot f}{R_K/2} = 2 \cdot (K_J R_K)^{-1} \cdot f$$

Wenn die Beziehungen  $K_J = 2e/h$  und  $R_K = h/e^2$  exakt gelten, ergibt sich dann die gleiche Beziehung  $I = e \cdot f$  wie bei der Quanten-Stromquelle.

Für Stromstärken im Bereich  $\mu\text{A}$  und größer ist solch eine Messung entweder direkt oder über einen gegen den Quanten-Hall-Effekt kalibrierten Widerstand mit geringer Unsicherheit möglich. Für viele technische Anwendungen, aber auch aus den im nächsten Abschnitt dargelegten Gründen, ist jedoch auch die Messung kleiner Stromstärken mit geringer Unsicherheit wichtig. Die dazu benötigten hohen Widerstandswerte haben aber eine erhöhte Messunsicherheit zur Folge, sodass man einen anderen Weg gehen muss.

Zunächst verstärkt man die geringe Stromstärke sehr präzise mit einem sogenannten Kryo-Strom-Komparator (CCC in der englischen Abkürzung). Bei einem CCC verursacht ein kleiner Strom in einer Spule mit hoher Windungszahl  $N$  einen magnetischen Fluss, der von einem genau  $N$ -mal so großen Strom in einer zweiten Spule aus nur einer Windung kompensiert wird. Ein supraleitendes Quanten-Interferometer (SQUID) dient dabei als empfindlicher Flussdetektor, mit dessen Hilfe der größere Strom exakt eingestellt wird.

Insgesamt besteht dann ein solches Quanten-Ampereometer aus einem stromverstärkenden CCC, einem präzise gegen einen Quanten-Hall-Widerstand kalibrierten, thermostatisierten Widerstand und einem Josephson-Voltmeter, mit dem die zu messende Spannung direkt mit einer Josephson-Spannung verglichen wird. Am LNE,

dem nationalen Metrologie-Institut Frankreichs, ist ein solches System seit mehreren Jahren im Aufbau [23]. Dabei sind eine Einzelektronen-Stromquelle und ein CCC räumlich nah zueinander in ein Tieftemperaturmesssystem integriert. Mit dem System wurde bei Stromstärken von wenigen pA bisher eine Messunsicherheit von etwa  $4 \cdot 10^{-6}$  erreicht. Zur Zeit wird in der PTB ein Quanten-Ampereometer nach dem Schema von Bild 9 aufgebaut, mit dem kleine Stromstärken aus beliebigen Quellen gemessen werden können.

## 5 Das quantenmetrologische Dreieck

Die Unsicherheit, mit der ein Quanten-Ampereometer die Stromstärke gemäß der neuen Definition rückgeführt auf die Elementarladung misst, hängt davon ab, wie exakt die Beziehungen  $K_J = 2e/h$  und  $R_K = h/e^2$  sind. Dies ist eine fundamentale Frage für die Darstellung und Weitergabe der elektrischen Einheiten in einem neuen quantenbasierten internationalen Einheitensystem. Die exzellente Reproduzierbarkeit des Josephson- [24] und des Quanten-Hall-Effekts [8] in verschiedenen Festkörpersystemen trägt nur bedingt zur Klärung dieser Frage bei, da eine allen experimentellen Realisierungen gemeinsame Abweichung von  $K_J = 2e/h$  bzw.  $R_K = h/e^2$  dadurch nicht ausgeschlossen werden kann. Eine direkte experimentelle Überprüfung ist erforderlich. Um den jetzigen Kenntnisstand substanziell zu verbessern, muss die Unsicherheit dabei von der Größenordnung  $10^{-8}$  sein [25]. Im jetzigen SI lässt sich eine derartige Unsicherheit durch die Messung von Josephson-Spannungen bzw. Quanten-Hall-Widerständen und den Vergleich mit den SI-Werten von  $e$  und  $h$  nicht erreichen. Daher wurde bereits in 1985 ein experimenteller Konsistenztest vorgeschlagen [26], der als quantenmetrologisches Dreieck bekannt ist.

Bild 10 illustriert das sogenannte direkte quantenmetrologische Dreieck schematisch. Im Experiment wird der Spannungsabfall, den ein Einzelektronenstrom beim Durchgang durch einen Quanten-Hall-Widerstand verursacht, verglichen mit der Josephson-Spannung, die man erwartet, wenn die Beziehungen  $K_J = 2e/h$  und  $R_K = h/e^2$  exakt richtig sind. Aus diesem Vergleich

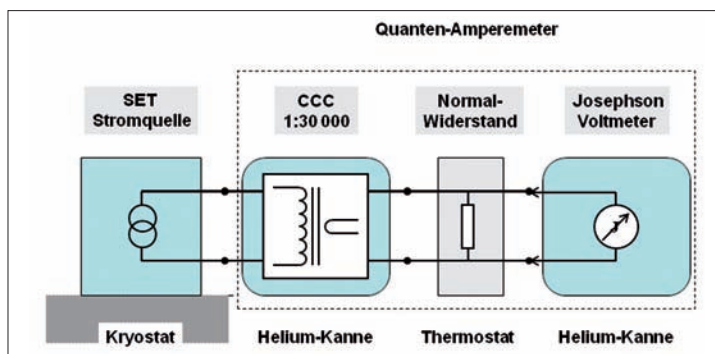


Bild 9:  
Schema eines Quanten-Ampereometers, das im gestrichelten Rahmen dargestellt ist. In der Skizze ist es mit einer Einzelektronen-Stromquelle verbunden

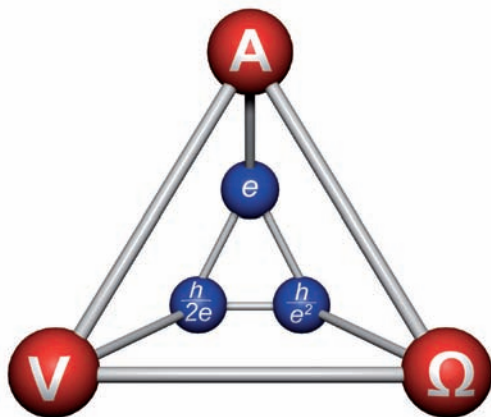


Bild 10:  
Schematische Darstellung des quantenmetrologischen Dreiecks

lassen sich Obergrenzen für etwaige Abweichungen von  $K_J$  von  $2e/h$ ,  $R_K$  von  $h/e^2$  sowie der von der Einzelelektronenstromquelle transportierten quantisierten Ladung von der Elementarladung  $e$  bestimmen.

Um eine relative Unsicherheit in der Größenordnung  $10^{-8}$  zu erreichen, muss die Einzelelektronenstromquelle Ströme in der Größenordnung 1 nA liefern. Ferner muss ein CCC verwendet werden, wie beim Quanten-Ampereometer. Beide Aufbauten, direktes quantenmetrologisches Dreieck und Quanten-Ampereometer, scheinen sich auf den ersten Blick zu ähneln. Es besteht aber ein grundlegender Unterschied. In dem Quanten-Ampereometer-Aufbau ist die Stromquelle das Messobjekt, dessen unbekannte Stromstärke bestimmt wird. Im direkten quantenmetrologischen Dreieck müssen die Eigenschaften der Einzelelektronenstromquelle genau bekannt sein. Insbesondere muss die Fehlerrate der Einzelelektronenstromquelle vor dem Experiment mit unabhängigen Methoden, wie der in Abschnitt 4.1 beschriebenen Einzelelektronendetektion, bestimmt werden. Am Aufbau des technisch höchst anspruchsvollen Experiments „direktes quantenmetrologisches Dreieck“ bzw. an der Entwicklung von Schlüsselkomponenten für das Experiment wird zur Zeit an den nationalen Metrologie-Instituten von Frankreich (LNE), Finnland (MIKES) und an der PTB gearbeitet. Es ist zu erwarten, dass die PTB mit ihrer Technologie der Halbleiter-Einzelelektronenpumpen auf diesem Gebiet wesentliche Beiträge leisten wird.

Eine alternative Variante des Experiments ist das sogenannte „indirekte quantenmetrologische Dreieck“. Für dieses Experiment können Einzelelektronenstromquellen verwendet werden, die Ströme im pA-Bereich erzeugen, wie metallische R-Pumpen. Mit diesen Quellen wird ein Kondensator mit einer Kapazität  $C$  von etwa 1 pF mit einer definierten Ladung  $Q$  von  $n$  Elektronen

aufgeladen. Die Kapazität wird, wie in Abschnitt 2.2 beschrieben, mit einer Quadraturbrücke auf die von-Klitzing-Konstante  $R_K$  zurückgeführt. Die Spannung  $U$  über den Kondensator, die von den  $n$  Elektronen erzeugt wird, misst man mithilfe eines Josephson-Spannungsnormals. Gemäß der Beziehung  $Q = C \cdot U$  können dann Elementarladung  $e$ ,  $R_K = h/e^2$  und  $K_J = 2e/h$  in Beziehung gesetzt werden. Das Experiment wurde im NIST, dem nationalen Metrologie-Institut der USA, durchgeführt [27]. Die Obergrenze für eine etwaige Abweichung von  $K_J$ ,  $R_K$  und  $e$  von den erwarteten Werten konnte zu  $9 \cdot 10^{-7}$  bestimmt werden [28]. Die PTB arbeitet zur Zeit an der Verifizierung und Verbesserung dieses Resultats [29].

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Die Geschichte des Ampere spannt einen Bogen von der Elektrochemie zur Elektrodynamik und weiter zur modernen Festkörperphysik. Damit verbunden ist die Abkehr von der Anbindung des Ampere an das Kilogramm. In der neuen Definition wird das Ampere auf der Basis der Elementarladung definiert werden. Möglich wird dies durch die Entdeckung makroskopischer Quanteneffekte in Festkörpern, die eine Verbindung zwischen elektrischen Größen und Fundamentalkonstanten der Physik schaffen. Diese Entwicklung hat auch Auswirkungen auf andere Gebiete der Metrologie. Die geplante Neudefinition des Kilogramm durch die Festlegung des Zahlenwerts der Planck-Konstante  $h$  wird motiviert durch die Wattwaage [30], einer Weiterentwicklung der in Abschnitt 2.1 beschriebenen Stromwaage, bei der der Josephson- und der Quanten-Hall-Effekt genutzt werden. Der Josephson- und der Quanten-Hall-Effekt sind inzwischen aus der Metrologie nicht mehr wegzudenken.

Die Nutzung des Einzelelektronentransports zur Darstellung des Quanten-Ampere ist noch nicht etabliert, sondern ist ein hochaktuelles Forschungsthema auf dem Gebiet der elektrischen Quantenmetrologie. Die wissenschaftlichen Fragestellungen auf diesem Gebiet stehen in einem engen Zusammenhang mit Themen im Bereich der Quantendynamik und Quanteninformationsverarbeitung in Festkörpern sowie der Nano- und Supraleitungselektronik. Es steht zu erwarten, dass die metrologische Forschung zum Quanten-Ampere nicht nur das neue internationale Einheitensystem untermauert, sondern auch wichtige Beiträge zu den genannten Gebieten leisten wird. ■

## Literatur

- [1] B. D. Josephson: Possible New Effects in Superconductive Tunnelling. *Phys. Lett.*, **1** (1962), S. 251–253
- [2] K. von Klitzing, G. Dorda und M. Pepper: New Method for High-Accuracy Determination of the Fine Structure Constant Based on Quantised Hall Resistance. *Phys. Rev. Lett.*, **45** (1980), S. 494–497
- [3] P. Vigoureux: A Determination of the Ampere. *Metrologia*, **1** (1965), S. 3–7
- [4] A. M. Thompson und D. G. Lampard: A New Theorem in Electrostatics and its Application to Calculable Standards of Capacitance. *Nature*, **177** (1956), S. 888
- [5] V. Sienknecht und T. Funck: Realization of the SI Unit Volt by Means of a Voltage Balance. *Metrologia*, **22** (1986), S. 209–212
- [6] R. Pöpel, J. Niemeyer, R. Fromknecht, W. Meier und L. Grimm: 1- and 10-V series array Josephson voltage standards in Nb/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Nb technology. *Journal of Applied Physics*, **68** (1990), S. 4294
- [7] F. Mueller, R. Behr, T. Weimann, L. Palafox, D. Olaya, P. D. Dresselhaus und S. P. Benz: 1 V and 10 V SNS Programmable Voltage Standards for 70 GHz. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **19** (2009), S. 981–986
- [8] B. Jeckelmann und B. Jeanneret: The quantum Hall effect as an electrical resistance standard. *Rep. Prog. Phys.*, **64** (2001), S. 1603–1655
- [9] T. J. Quinn: News from the BIPM. *Metrologia*, **26** (1989), S. 69–74
- [10] CCEM Dokument 09-05: Draft mise en pratique for the ampere and other electric units in the International System of Units (SI). <http://www.bipm.org/cc/CCEM/Allowed/26/CCEM-09-05.pdf>
- [11] C. Urbina, P. Lafarge, H. Pothier, D. Esteve und M. Devoret: Manipulating Electrons One by One. In: *Single-Electron Tunneling and Mesoscopic Devices*, Proc. SQUID 1991, Hrsg.: H. Koch und H. Lübbig, Springer, Berlin, Heidelberg, New York (1992), S. 23–44
- [12] J. M. Martinis, M. Nahum und H. D. Jensen: Metrological accuracy of the electron pump. *Phys. Rev. Lett.*, **72** (1994), S. 904
- [13] B. Camarota, S. V. Lotkhov, H. Scherer, Th. Weimann, P. Hinze und A. B. Zorin: Properties of shunt-protected tunnelling devices for the electron counting capacitance standard (ECCS) experiment at PTB. *Conference on Precision Electromagnetic Measurements digest*, (2010), S. 291–292
- [14] J. P. Pekola, J. J. Vartiainen, M. Möttönen, O.-P. Saira, M. Meschke und Dmitri V. Averin: Hybrid single-electron transistor as a source of quantized electric current. *Nature Physics*, **4** (2008), S. 120–124
- [15] S. V. Lotkhov, A. Kemppinen, S. Kafanov, J. P. Pekola und A. B. Zorin: Pumping properties of the hybrid single-electron transistor in dissipative environment. *Applied Physics Letters*, **95** (2009), 112507
- [16] M. D. Blumenthal, B. Kaestner, L. Li, S. Giblin, T. J. B. M. Janssen, M. Pepper, D. Anderson, G. Jones und D. A. Ritchie: Gigahertz quantized charge pumping. *Nature Physics*, **3** (2007), S. 343–347
- [17] B. Kaestner, V. Kashcheyevs, G. Hein, K. Pierz, U. Siegner und H. W. Schumacher: Robust single-parameter quantized charge pumping. *Applied Physics Letters*, **92** (2008), 192106
- [18] B. Kaestner, C. Leicht, V. Kashcheyevs, K. Pierz, U. Siegner und H. W. Schumacher: Single-parameter quantized charge pumping in high magnetic fields. *Applied Physics Letters*, **94** (2009), 12106
- [19] V. Kashcheyevs und B. Kaestner: Universal Decay Cascade Model for Dynamic Quantum Dot Initialization. *Physical Review Letters*, **104** (2010), S. 1–4
- [20] V. F. Maisi, Y. A. Pashkin, S. Kafanov, J.-S. Tsai und J. P. Pekola: Parallel pumping of electrons. *New Journal of Physics*, **11** (2009), 113057
- [21] P. Mirovsky, B. Kaestner, C. Leicht, A. C. Welker, T. Weimann, K. Pierz und H. W. Schumacher: Synchronized single electron emission from dynamical quantum dots. *Applied Physics Letters*, **97** (2010), 252104
- [22] M. Wulf und A. B. Zorin: Error accounting in electron counting experiments. *arXiv:0811.3927v1* (2008)
- [23] N. Feltin, L. Devoille, F. Piquemal, S. V. Lotkhov und A. B. Zorin: Progress in measurements of a single electron pump by means of a CCC. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, **52** (2003), S. 599–603
- [24] R. Behr, H. Schulze, F. Müller, J. Kohlmann und J. Niemeyer: Josephson arrays at 70 GHz for conventional and programmable voltage standards. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, **48**, (1999) 270–273
- [25] M. W. Keller: Current status of the quantum metrology triangle. *Metrologia*, **45** (2008), S. 102–109
- [26] K. K. Likharev und A. B. Zorin: Theory of Bloch-wave oscillations in small Josephson junctions. *J. Low Temp. Phys.*, **59** (1985), S. 347–382
- [27] M. W. Keller, A. L. Eichenberger, J. M. Martinis und N. M. Zimmermann: A capacitance standard based on counting electrons. *Science*, **285** (1999), S. 1706–1709
- [28] M. W. Keller, N. M. Zimmermann und A. L. Eichenberger: Uncertainty budget for the NIST electron counting capacitance standard, ECCS-1. *Metrologia*, **44** (2007), S. 505–512
- [29] H. Scherer, S. V. Lotkhov, G.-D. Willenberg und A. B. Zorin: Steps towards a capacitance standard based on single-electron counting at PTB. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, **54** (2005), S. 666–669
- [30] B. P. Kibble, I. A. Robinson und J. H. Belliss: A Realization of the SI Watt by the NPL Moving-coil Balance. *Metrologia*, **27** (1990), S. 173–192



# Temperatur – Die SI-Basiseinheit Kelvin

Joachim Fischer<sup>1</sup> und Jörg Hollandt<sup>2</sup>

## Gliederung

- 1 Die Temperatur
- 2 Zur Geschichte der Temperaturmessung
- 3 Die Internationale Temperaturskala von 1990 (ITS-90)
  - 3.1 Fixpunkte der ITS-90
  - 3.2 Interpolation zwischen den Fixpunkten
    - 3.2.1 Temperaturbereich von 0,65 K bis 24,5561 K
    - 3.2.2 Temperaturbereich von 13,8 K bis 1234,93 K (961,78 °C)
    - 3.2.3 Temperaturbereich oberhalb des Silbererstarrungspunktes 961,78 °C
- 4 Weitergabe der ITS-90
- 5 Die Vorläufige Tieftemperaturskala PLTS-2000 von 0,9 mK bis 1 K
- 6 Weiterentwicklung der Temperaturmessung
- 7 Neue Definition des Kelvin
  - 7.1 Methoden zur Bestimmung der Boltzmann-Konstante
    - 7.1.1 Akustisches Gasthermometer
    - 7.1.2 Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometer
    - 7.1.3 Strahlungsthermometer
    - 7.1.4 Rauschthermometer
    - 7.1.5 Doppler-Verbreiterungsthermometer
  - 7.2 Konsequenzen der Neudefinition
- 8 Zusammenfassung und Ausblick

## 1 Die Temperatur

Die Temperatur spielt nicht nur bei alltäglichen Dingen wie dem Wetter eine wichtige Rolle, sie ist auch eine entscheidende Kenngröße beim Klimawandel, in der medizinischen Diagnostik und Therapie, beim Energieumsatz in Motoren und Kraftwerken, und sie bestimmt den Ablauf von Lebensprozessen oder wirkt als Steuergröße in der Chemie. Deshalb gehört die Temperatur zu den meistgemessenen physikalischen Größen.

Für diese angewandten Messungen ist eine direkte Darstellung der Zustandsgröße Temperatur  $T$  gemäß den Grundgesetzen der *Thermodynamik* unter Einsatz sogenannter Primärthermometer wenig geeignet. Mit Primärthermometern lassen sich thermodynamische Temperaturen zwar mit Unsicherheiten messen, die für fast alle praktischen Anwendungen völlig ausreichend wären, jedoch ist ihr Einsatz so schwierig, aufwendig und

häufig langwierig, dass sie für praktische Zwecke, etwa zur Überwachung und Steuerung industrieller Produktionsprozesse, nicht in Frage kommen. Deshalb hat man die thermodynamische Temperaturskala in einem möglichst großen Bereich durch eine ständig weiterentwickelte und verbesserte *Internationale Temperaturskala* möglichst genau angenähert, die ein System von Messgeräten und -verfahren vorschreibt, das sich praktisch leichter handhaben lässt als die Primärthermometer und weltweit einheitliche Messungen gewährleistet.

## 2 Zur Geschichte der Temperaturmessung

Obwohl die Temperatur durch die menschliche Empfindung und alltägliche Beobachtungen schon immer erfahren werden konnte, dauerte es bis ins 16. Jahrhundert, ehe Galileo Galilei das erste Thermometer baute. Er nutzte die Wärmeausdehnung von Luft in einem mit einer Flüssigkeitssäule geschlossenen Glaskörper aus. Allerdings hatte sein Thermometer keine Skala oder gar an den Skalenstrichen befindliche Zahlenwerte. Erst Fahrenheit im Jahr 1724 und Celsius 1742 führten die ersten praktisch verwendbaren Temperaturskalen ein – durch die Verwendung von zwei reproduzierbaren Fixpunkten und die Unterteilung des Temperaturbereichs dazwischen in gleichmäßige Intervalle. Etwa zur gleichen Zeit perfektionierte Guillaume Amontons die Ideen Galileis und entwickelte das Gasthermometer konstanten Volumens, bei dem an der Druckerhöhung des Gases die Temperaturänderung abgelesen werden kann. Er schloss, dass die niedrigste erreichbare Temperatur bei verschwindendem Gasdruck herrschen müsse.

Die erste Aufgabe des Internationalen Büros für Maß und Gewicht (BIPM) war die Weitergabe von Prototypen des Meters an die Mitgliedstaaten der Meterkonvention von 1875. Um die Längenausdehnung der Meterkopien genau berücksichtigen zu können, wurden ihnen Quecksilberthermometer mitgegeben, die an einem präzisen, mit Wasserstoff gefüllten primären Gasthermometer kalibriert waren. Die Standard-Wasserstoff-Skala von 1887 ist damit die erste international vereinbarte Temperaturskala. Das zugrunde liegende Prinzip hat sich bis heute nicht verändert: Eine praktische

<sup>1</sup> Dr. Joachim Fischer, Fachbereich „Temperatur“  
E-Mail: joachim.fischer@ptb.de

<sup>2</sup> Dr. Jörg Hollandt, Fachbereich „Detektorradiometrie und Strahlungsthermometrie“  
E-Mail: joerg.hollandt@ptb.de

Temperaturskala mit genau reproduzierbaren Fixpunkten, die auf primären, auf thermodynamische Prinzipien beruhenden Thermometern zur Bestimmung der Temperaturen der Fixpunkte beruht. Die Wasserstoff-Skala von 1887 war nur im Bereich von  $-25\text{ °C}$  bis  $100\text{ °C}$  definiert und es dauerte bis zum Jahr 1927, als mit der Internationalen Temperaturskala von 1927 (ITS-27) die erste in einem ausgedehnten Temperaturbereich von  $-193\text{ °C}$  bis weit über  $1000\text{ °C}$  gültige Skala für breite Anwendungsgebiete in Technik und Wissenschaft zur Verfügung stand. Diese Skala weist bereits alle Merkmale der heutigen Internationalen Temperaturskala von 1990 (ITS-90) auf: berührend messende, elektrische Widerstandsthermometer für den Bereich tieferer Temperaturen und optisch messende Strahlungsthermometer darüber.

Die Existenz einer universellen, thermodynamischen Temperaturskala, die nicht von den Eigenschaften spezieller Thermometer abhängt, wurde von William Thomson, dem späteren Lord Kelvin, bereits 1848 erkannt. Er schlug 1854 vor, die Temperatureinheit mithilfe des Temperaturintervalls zwischen dem absoluten Nullpunkt und nur einem geeigneten Temperaturfixpunkt festzulegen. Es dauerte allerdings genau hundert Jahre, bis die 10. Generalkonferenz für Maß und Gewicht diesem Vorschlag folgte. Daher trägt die Temperatureinheit heute den Namen Kelvin. Als Fixpunkt wurde der Tripelpunkt des Wassers gewählt und dessen Temperatur auf  $273,16\text{ K}$  festgelegt [1]. Der Zahlenwert wurde so gewählt, dass das Kelvin möglichst genau mit dem zuvor gebräuchlichen Grad Celsius übereinstimmte, das bekanntlich ein Hundertstel der Temperaturdifferenz zwischen dem Siede- und Schmelzpunkt des Wassers bei Normaldruck war. Heute ist das Grad Celsius nur noch ein besonderer Name für das Kelvin bei der Angabe von Celsius-Temperaturen  $t$ :

$$t / \text{°C} = T / \text{K} - 273,15,$$

wenn  $t$  und  $T$  dieselbe Temperatur bezeichnen. Die Schmelztemperatur des Wassers bei Normaldruck liegt geringfügig unter der Tripelpunkttemperatur.

### 3 Die Internationale Temperaturskala von 1990 (ITS-90)

Die derzeit gültige Internationale Temperaturskala ITS-90 [1, 2, 3], die 1989 vom Internationalen Komitee für Maß und Gewicht (CIPM) verabschiedet wurde, löste am 1. Januar 1990 die vorherige IPTS-68 und deren Ergänzung für tiefe Temperaturen, die EPT-76, ab. Die IPTS-68 ersetzte die Skala IPTS-48, die auf die erwähnte ITS-27 folgte [3]. Temperaturen, die nach den Vor-

schriften der ITS-90 gemessen sind, werden durch den Index „90“ gekennzeichnet, also mit  $T_{90}$  oder  $t_{90}$  bezeichnet. Entsprechende Indices kennzeichnen die gemäß älterer Skalen gemessenen Temperaturen, z. B.  $T_{68}$ . Ein genauer Überblick über die Entwicklung der Temperaturskalen von 1887 bis heute findet sich in [4].

Die ITS-90 erstreckt sich von  $0,65\text{ K}$  bis zu den höchsten Temperaturen, die praktisch mit Hilfe des Planck'schen Strahlungsgesetzes messbar sind. Sie basiert auf 17 gut reproduzierbaren thermodynamischen Gleichgewichtszuständen, den definierenden *Fixpunkten*, denen bestimmte Temperaturwerte zugeschrieben sind (Tabelle 1). Diese sind Mittelwerte der an verschiedenen metrologischen Staatsinstituten bestimmten thermodynamischen Temperaturen, die zum Zeitpunkt ihrer Festlegung als beste verfügbare Werte angesehen wurden.

#### 3.1 Fixpunkte der ITS-90

Die definierenden Fixpunkte sind thermodynamische Gleichgewichtszustände zwischen den Phasen reiner Substanzen. Beim Schmelzpunkt des Galliums und den Metall-Erstarrungspunkten gelten die angegebenen Temperaturwerte für den normalen Atmosphärendruck  $p_{\text{atm}} = 101,325\text{ kPa}$ ; sie hängen aber nur schwach vom Druck ab ( $|dT/dp| < 1\text{ }\mu\text{K/Pa}$ ). Bild 1 zeigt schematisch das Druck-Temperatur-Diagramm von Wasser mit den Zustandsgebieten des Festkörpers (Eis), der Flüssigkeit und des Gases. Sie sind durch die *Schmelzdruckkurve*, die *Dampfdruckkurve* und die *Sublimationsdruckkurve* getrennt. Die drei Kurven treffen sich im *Tripelpunkt*. Er entspricht dem einzigen Zustand, bei dem die drei Phasen Gas, Flüssigkeit und Festkörper im thermodynamischen Gleichgewicht stehen. Die Dampfdruckkurve endet im *kritischen Punkt*; für höhere Drücke bzw. Temperaturen gibt es keine wohldefinierte Grenze zwischen Gas- und flüssiger Phase mehr, und beide werden unter der Bezeichnung Fluidphase zusammengefasst.

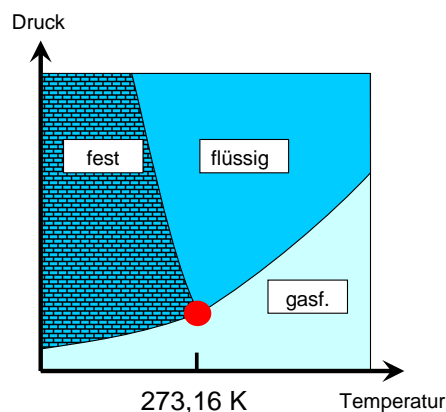


Bild 1: Schematisches  $(p, T)$ -Diagramm reinen Wassers

Tabelle 1: Definierende Fixpunkte der ITS-90

Gleichgewichtszustand bzw. -größe	$T_{90}$ in K	$t_{90}$ in °C	Standardmessunsicherheit $u(T)$ der thermodynamischen Temperatur $T$ in mK	Besterreichbare Standardunsicherheit der Fixpunktrealisierung der PTB in mK
Dampfdruck des Heliums	3 bis 5	– 270,15 bis – 268,15	0,3	0,2
Tripelpunkt des Gleichgewichtswasserstoffs	13,8033	– 259,3467	0,4	0,1
Dampfdruck des Gleichgewichtswasserstoffs	17,025 bis 17,045 und 20,26 bis 20,28	– 256,125 bis – 256,105 und – 252,89 bis – 252,87	0,5	0,3
Tripelpunkt des Neons	24,5561	– 248,5939	0,5	0,15
Tripelpunkt des Sauerstoffs	54,3584	– 218,7916	1	0,1
Tripelpunkt des Argons	83,8058	– 189,3442	2	0,1
Tripelpunkt des Quecksilbers	234,3156	– 38,8344	2	0,13
<b>Tripelpunkt des Wassers (TPW)</b>	<b>273,16</b>	<b>0,01</b>	<b>0 (Definition des Kelvin)</b>	<b>0,06</b>
Schmelzpunkt des Galliums	302,9146	29,7646	1	0,12
Erstarrungspunkt des Indiums	429,7485	156,5985	3	0,4
Erstarrungspunkt des Zinns	505,078	231,928	5	0,4
Erstarrungspunkt des Zinks	692,677	419,527	13	0,65
Erstarrungspunkt des Aluminiums	933,473	660,323	25	1,0
Erstarrungspunkt des Silbers	1234,93	961,78	40	1,5
Erstarrungspunkt des Goldes	1337,33	1064,18	50	10
Erstarrungspunkt des Kupfers	1357,77	1084,62	60	15

### 3.2 Interpolation zwischen den Fixpunkten

In der ITS-90 sind für mehrere Temperaturbereiche und -unterbereiche verschiedene Interpolationsverfahren vorgeschrieben, um dem Anwender soviel Freiheit bei der Realisierung der Skala zu lassen, wie mit den Anforderungen an eine Skala hoher Reproduzierbarkeit zu vereinigen ist. So ist  $T_{90}$  in allen Unterbereichen mit einer Ausnahme so definiert, dass keine Kalibrierungen der interpolierenden Normalthermometer an außerhalb liegenden Fixpunkten erforderlich sind. Als Ausnahme müssen Platin-Widerstandsthermometer, die oberhalb des Neon-Tripelpunkts bei 24,5 K eingesetzt werden sollen, auch am Wasserstoff-Tripelpunkt bei 13,8 K kalibriert werden. Die Unterbereiche sind allerdings nicht beliebig wählbar; z. B. muss auch ein Hochtemperatur-Widerstandsthermometer, das nur zwischen 933 K und 1235 K eingesetzt werden soll, im gesamten Bereich von 273,16 K bis

1235 K kalibriert werden. Bild 2 gibt einen schematischen Überblick über die Temperaturbereiche und die jeweiligen Interpolationsinstrumente der ITS-90.

Der Preis für diese Flexibilität ist ein gewisses Maß an Mehrdeutigkeit ("non-uniqueness"): Einerseits sind in bestimmten Temperaturbereichen unterschiedliche Interpolationsverfahren oder -instrumente verwendbar, oder verschiedene Exemplare eines vorgeschriebenen Interpolationsinstrumentes (beispielsweise Platin-Widerstandsthermometer) können unterschiedliche Eigenschaften aufweisen, die durch das vorgeschriebene Kalibrierverfahren nicht vollständig erfasst werden. Andererseits können auch mit ein und demselben Normalthermometer unterschiedliche Werte derselben Temperatur bestimmt werden, je nachdem, ob es für die Verwendung in einem engeren oder ausgedehnteren Unterbereich an wenigen oder vielen Fixpunkten kalibriert wurde.



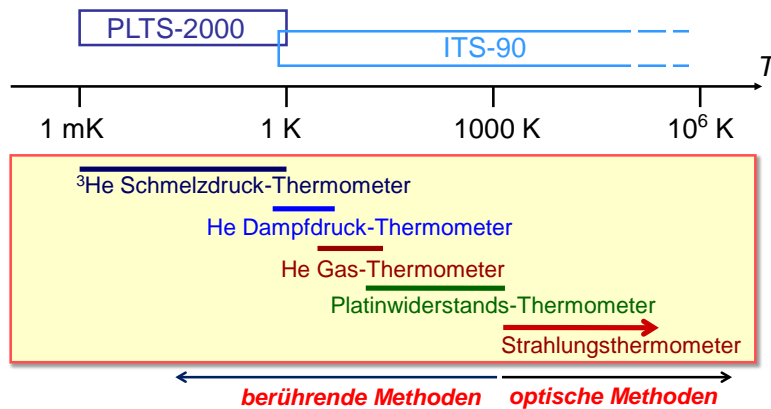


Bild 2: Temperaturbereiche der ITS-90 und der PLTS-2000 sowie Interpolationsinstrumente

Die entsprechenden Standardmessunsicherheiten werden in Kauf genommen, denn typische Werte liegen für Platin-Widerstandsthermometer höchstens bei etwa 0,5 mK und sind damit kleiner als die Unsicherheit der Darstellung der ITS-90, die durch die Messbeständigkeit der Interpolationsinstrumente und durch die Reproduzierbarkeit der Realisierung der definierenden Fixpunkte bestimmt wird. Typische Werte dafür sind im Temperaturbereich des Widerstandsthermometers etwa 0,5 mK bei 13,8 K, 5 mK bei 933 K (660 °C) und 10 mK bei 1235 K (962 °C) und für Messungen mit dem Spektralstrahlungsthermometer rund 0,07 K bei 1235 K, 0,45 K bei 2500 K und 0,7 K bei 3200 K.

### 3.2.1 Temperaturbereich von 0,65 K bis 24,5561 K

Zwischen 0,65 K und 5 K wird  $T_{90}$  mit Hilfe eines *Dampfdruckthermometers* aus dem Dampfdruck des  $^3\text{He}$  (0,65 K bis 3,2 K) oder  $^4\text{He}$  (1,25 K bis 5 K) bestimmt. Die Temperaturen berechnen sich aus drei in der ITS-90 vorgeschriebenen Dampfdruckgleichungen, deren Koeffizienten je nach Gas und Temperaturbereich festgelegt sind.

Im Temperaturbereich von 3,0 K bis 24,5561 K dient ein spezielles *Gasthermometer* mit  $^3\text{He}$  oder  $^4\text{He}$  zur Interpolation. Die Temperaturen berechnen sich aus vorgeschriebenen Gleichungen, deren Konstanten durch Kalibrierung bei drei Fixpunkttemperaturen bestimmt werden (Wasserstoff- und Neontripelpunkt sowie eine Temperatur zwischen 3 K und 5 K, die aus dem Dampfdruck des Heliums ermittelt wird).

Oberhalb von 13,8033 K kann auch das *Platin-Widerstandsthermometer* eingesetzt werden.

### 3.2.2 Temperaturbereich von 13,8 K bis 1234,93 K (961,78 °C)

In diesem Temperaturbereich dienen *Platin-Widerstandsthermometer* besonderer Bauart als Interpolationsinstrumente. Die Temperatur wird aus dem *Widerstandsverhältnis*

$$W(T_{90}) = R(T_{90})/R(273,16 \text{ K})$$

berechnet, wobei  $R(T_{90})$  und  $R(273,16 \text{ K})$  die gemessenen elektrischen Widerstände bei der Temperatur  $T_{90}$  bzw. am Wassertripelpunkt sind. Für die Realisierung der ITS-90 sind nur Thermometer mit einem Messwiderstand aus sehr reinem Platin geeignet, das frei von mechanischen Spannungen ist. Es gibt keine Platin-Widerstandsthermometer, die für den gesamten Temperaturbereich von 13 K bis 1235 K geeignet sind. Heute sind drei unterschiedliche Bauarten in Gebrauch:

- Kapsel-Thermometer mit einem nur etwa 60 mm langen Schutzrohr aus Platin, Edelstahl oder Glas werden vor allem bei tiefen Temperaturen verwendet, da sie sich gut in Kryostaten einbauen lassen. Sie sind aufgrund der notwendigen Metall-Glas-Durchführung bis etwa 200 °C verwendbar; ihr Widerstand am Wassertripelpunkt beträgt i. A. rund 25 Ω.
- Thermometer für den Temperaturbereich von 83 K bis 800 K haben ein Schutzrohr aus Quarzglas oder Inconel mit einer Länge von etwa 600 mm und einem Durchmesser von etwa 7 mm. Der Messwiderstand ist üblicherweise wie beim Kapsel-Thermometer aufgebaut, der Widerstand am Wassertripelpunkt beträgt ebenfalls 25 Ω. Diese Thermometer lassen sich leicht in Bäder einbauen, ohne dass der Thermometerkopf mit dem Anschluss der Zuleitungen erwärmt bzw. gekühlt wird.
- Thermometer für hohe Temperaturen wurden speziell für den Temperaturbereich 500 °C bis 962 °C entwickelt. Die Schutzrohre bestehen heute ausschließlich aus Quarzglas. Für den Messwiderstand wird erheblich dickerer Draht als bei den beiden anderen Thermometertypen verwendet, um größere Stabilität bei hohen Temperaturen zu erreichen. Dadurch ergibt sich ein vergleichsweise geringer Widerstand (meist etwa 0,25 Ω am Wassertripelpunkt).

Aus den gemessenen Widerstandsverhältnissen  $W(T_{90})$  wird die Temperatur nach folgendem Verfahren bestimmt: Für die Temperaturbereiche 13,8033 K bis 273,15 K und 0 °C bis 961,78 °C ist je eine Referenzfunktion definiert, die die Temperaturabhängigkeit des Widerstandsverhältnisses  $W_r(T_{90})$  eines bestimmten Platin-Widerstandsthermometers beschreibt, das als Referenzthermometer ausgewählt wurde. Für jedes Thermometer muss durch Kalibrierung eine Abweichungsfunktion  $W(T_{90}) - W_r(T_{90})$  bestimmt werden. Je

nach Temperaturbereich gelten drei verschiedene Abweichungsfunktionen, deren Koeffizienten aus den Messwerten des Widerstandes an den definierten Fixpunkten bestimmt werden. Temperaturen zwischen den Fixpunkten lassen sich mithilfe der Abweichungsfunktion und der Referenzfunktion leicht berechnen, wobei je nach den individuellen Eigenschaften der Thermometer in gewissen Grenzen unterschiedliche Werte resultieren (sog. Typ 3 der „non-uniqueness“).

### 3.2.3 Temperaturbereich oberhalb des Silbererstarungspunktes 961,78 °C

Temperaturen oberhalb des Silbererstarungspunktes werden auf der Grundlage des Planck'schen Strahlungsgesetzes mit dem Spektralstrahlungsthermometer gemessen, indem – idealerweise bei einer Vakuum-Wellenlänge  $\lambda$  – die spektralen Strahldichten  $L_\lambda(\lambda, T_{90})$  und  $L_\lambda(\lambda, T_{90,ref})$  eines Hohlraumstrahlers der Temperatur  $T_{90}$  und eines Fixpunkt-Hohlraumstrahlers mit der bekannten, festgelegten Temperatur  $T_{90,ref}$  verglichen werden und  $T_{90}$  aus dem gemessenen Strahldichteverhältnis gemäß

$$\frac{L_\lambda(\lambda, T_{90})}{L_\lambda(\lambda, T_{90,ref})} = \frac{\exp\left(c_2 / [\lambda T_{90,ref}]\right) - 1}{\exp\left(c_2 / [\lambda T_{90}]\right) - 1}$$

berechnet wird. Für die 2. Planck'sche Strahlungskonstante  $c_2 = hc/k$  wird dabei der Wert  $0,014388 \text{ m} \cdot \text{K}$  benutzt. Der Fixpunkt-Hohlraumstrahler kann wahlweise bei der Temperatur des Silber- ( $T_{90,ref} = 1234,93 \text{ K}$ ), Gold- ( $T_{90,ref} = 1337,33 \text{ K}$ ) oder Kupfererstarungspunktes ( $T_{90,ref} = 1357,77 \text{ K}$ ) betrieben werden. Dabei stellt der Hohlraumstrahler in sehr guter Annäherung den im Planck'schen Strahlungsgesetz beschriebenen Schwarzen Strahler dar.

## 4 Weitergabe der ITS-90

Die Interpolationsinstrumente der ITS-90 sind zwar erheblich einfacher zu verwenden als Primärthermometer zur Bestimmung thermodynamischer Temperaturen, aber auch sie sind nur begrenzt für die Praxis, etwa den industriellen Einsatz, tauglich. Immerhin kann im Temperaturbereich von 13,8 K (Wasserstoff-Tripelpunkt) bis 933 K (660 °C, Aluminium-Erstarungspunkt) die ITS-90 mit robusten Platin-Widerstandsthermometern weitergegeben werden, die an Fixpunkten kalibriert sind. Die anderen in der ITS-90 definierten Normalthermometer wie das Helium-Dampfdruckthermometer, das interpolierende Gasthermometer und auch das Platin-Widerstandsthermometer für hohe Temperaturen sind nicht als praktische Messinstrumente geeignet.

Deshalb müssen in den entsprechenden Messbereichen *Sekundärthermometer* kalibriert werden [5].

Im Temperaturbereich von 0,65 K bis etwa 30 K sind das vielfach *Rhodium-Eisen-Widerstandsthermometer*, die dort zu den besten Präzisionsmessgeräten gehören. Bei etwas geringeren Anforderungen an die Messunsicherheit eignen sich auch *Widerstandsthermometer* mit Sensorelementen aus Materialien mit negativem Temperaturkoeffizienten (Germanium, Cernox u. a.) oder *Halbleiterdioden*.

Im Temperaturbereich von 600 °C bis 1560 °C verwendet man trotz der verhältnismäßig großen Messunsicherheit von 0,3 K bis 1,0 K das *Platin-Rhodium/Platin-Thermoelement*. In den letzten Jahren ist im Zusammenhang mit der Weiterentwicklung der Spannungsmesstechnik mit dem *Platin/Palladium-Thermoelement* ein neues Thermoelement entwickelt worden, das hervorragend bis 1200 °C verwendbar (Standardmessunsicherheit geringer als 0,2 K) und gut für die Weitergabe der Temperaturskala geeignet ist.

Untersuchungen an sogenannten *industriellen Widerstandsthermometern* haben gezeigt, dass mehrere Bauarten bis 800 °C sehr reproduzierbare Ergebnisse liefern und daher für die Weitergabe der Skala geeignet sind, wenn keine zu kleine Unsicherheit gefordert wird.

Für Temperaturen über 962 °C wird die ITS-90 mittels kalibrierter *Wolfram-Bandlampen* und *Spektralstrahlungsthermometern* weitergegeben.

## 5 Die Vorläufige Tieftemperaturskala PLTS-2000 von 0,9 mK bis 1 K

Ähnlich wie die IPTS-68, die Vorgängerin der ITS-90, durch die vorläufige Temperaturskala EPT-76 zu tiefen Temperaturen hin ergänzt wurde, hat das Internationale Komitee für Maß und Gewicht im Oktober 2000 mit der *Provisional Low Temperature Scale from 0.9 mK to 1 K, PLTS-2000*, eine solche Ergänzung auch für die ITS-90 beschlossen [6]. Die neue Skala, die vor allem in der Tieftemperatur-Grundlagenforschung und bei den Herstellern von Tieftemperaturkryostaten Anwendung findet und an deren Entstehung die PTB wesentlichen Anteil hatte, überlappt mit dem unteren Teil der ITS-90, die bis zu 0,65 K herunter reicht (Bild 2). Hier sei angemerkt, dass durch genaue Messung der Temperaturabhängigkeit des  $^3\text{He}$ -Dampfdrucks bei Temperaturen um 1 K und darunter in der PTB die Abweichungen der ITS-90 von der thermodynamischen Temperaturskala und von der PLTS-2000 in diesem Temperaturbereich analysiert werden konnten. Als Resultat dieser Untersuchungen wurde die neue  $^3\text{He}$ -Dampfdruckskala PTB-2006 [7] für den Temperaturbereich von 0,65 K bis 3,2 K aufgestellt, die die Probleme der ITS-90 an ihrem unteren Ende beseitigt und konsistent mit der PLTS-2000 ist.

Die PLTS-2000 befolgt wie die ITS das Prinzip, die aufwendigen Messungen thermodynamischer Temperaturen auf Phasenübergänge reiner Substanzen abzubilden, die im Labor einfacher zu realisieren sind. Die neue Skala beruht auf der Realisierung des Phasengleichgewichts zwischen der flüssigen und festen Phase einer Probe des leichteren Heliumisotops  $^3\text{He}$ . Die international vereinbarte Beziehung  $p(T_{2000})$  zwischen der Temperatur  $T_{2000}$  und dem  $^3\text{He}$ -Schmelzdruck  $p$  ist durch ein Polynom mit 13 Koeffizienten festgelegt, um im gesamten, sich über drei Dekaden in der Temperatur erstreckenden Bereich den Schmelzdruck hinreichend genau zu beschreiben. Die relative Standardmessunsicherheit der PLTS-2000 bezüglich der thermodynamischen Temperatur beträgt 0,05 % bei 1 K, steigt mit fallender Temperatur auf 0,2 % bei 0,1 K und 0,3 % bei 0,025 K an, und erreicht dann 2 % bei der tiefsten Temperatur von 0,0009 mK. Der Schmelzdruck hat bei  $T_{2000} = 315,24$  mK ein Minimum  $p_{\text{min}} = 2,93113$  MPa sowie im Bereich um 1 mK noch drei weitere Fixpunkte für Druck und Temperatur, die ebenfalls per Definition [6] festgelegt sind (Tabelle 2): den Übergang von der normalflüssigen zur supraflüssigen „A“-Phase bei der Temperatur  $T_A$ , den „A-B“-Übergang in der Sup-

raflüssigkeit bei  $T_{A-B}$  und den Néel-Übergang in der festen Phase bei  $T_{\text{Néel}}$ . Bild 3 zeigt den Verlauf des  $^3\text{He}$ -Schmelzdrucks mit der Temperatur sowie die Lage der Fixpunkte über der logarithmischen Temperaturachse. Obwohl die Empfindlichkeit des Schmelzdrucks mit Annäherung an das Minimum zu Null strebt und in dessen direkter Umgebung keine Schmelzdruckthermometrie möglich ist, hat das Minimum den großen Vorteil, bei einer vergleichsweise hohen Temperatur einen eingebauten Fixpunkt für die Druckkalibrierung bereitzustellen.

So lässt sich die PLTS-2000 mit einem  $^3\text{He}$ -Schmelzdruckthermometer in jedem Labor realisieren, das die entsprechenden tiefen Temperaturen erzeugen kann. Kernstück eines jeden Schmelzdruckthermometers ist der Schmelzdrucksensor, in dem die Druckmessung kapazitiv über die Auslenkung einer Sensormembran erfolgt. Zur *In-situ*-Druckkalibrierung des Schmelzdrucksensoren können die Fixpunkte der PLTS-2000 genutzt werden. Aufgrund mechanischer Nichtlinearitäten des Drucksensors ist im Allgemeinen die Verwendung von mindestens zwei Fixpunkten zur Druckkalibrierung erforderlich. Für Tieftemperaturanlagen, mit denen nur das Minimum und nicht die drei Fixpunkte unterhalb von 0,0025 K erreichbar sind, kommt dann eine direkte Kalibrierung gegen ein Drucknormal in Frage, die aber sehr aufwendig und teuer ist. Eine effektive und kostengünstige Alternative stellt die Kalibrierung des Schmelzdrucksensors mit Hilfe kalibrierter supraleitender Referenzpunktproben dar, die aber letztlich zu einer moderat erhöhten Unsicherheit führt. Weitere detaillierte Informationen zum Aufbau eines  $^3\text{He}$ -Schmelzdruckthermometers und zur Realisierung der PLTS-2000 sind in [8] zu finden.

Das für  $p(T_{2000})$  festgelegte Polynom berücksichtigt Messungen des amerikanischen National Institute of Standards and Technology (NIST), der University of Florida und der PTB. Wegen noch vorhandener Abweichungen zwischen den Messergebnissen insbesondere bei den niedrigsten Temperaturen unter 7 mK wurde dort ein Mittelungsprozess vorgenommen. Deshalb hat das CIPM die Skala zunächst als „vorläufig“ bezeichnet und zu weiteren Messungen zur Vorbereitung einer endgültigen Festlegung aufgefordert. Die PTB ist gegenwärtig das einzige metrologische Staatsinstitut weltweit, das die PLTS-2000 im gesamten Definitionsbereich realisiert und über Kalibrierungen an Kunden weitergibt. Die Weitergabe erfolgt durch die Kalibrierung von Widerstandsthermometern (Germanium, Cernox, Rutheniumoxid u. a.) und von supraleitenden Referenzpunktproben (W, Be,  $\text{Ir}_{1-x}\text{Rh}_x$ , Ir,  $\text{AuAl}_2$ ,  $\text{AuIn}_2$ , Cd, Zn, Mo), wobei letztere die geringsten Kalibrierunsicherheiten ermöglichen.

Tabelle 2: Fixpunkte der PLTS-2000

Fixpunkt	$p$ in MPa	$T_{2000}$ in mK
Minimum der $^3\text{He}$ -Schmelzdruckkurve	2,931 13	315,24
Übergang von der normalflüssigen zur supraflüssigen A-Phase	3,434 07	2,444
Übergang zwischen der supraflüssigen A- und B-Phase	3,436 09	1,896
Néel-Übergang im festen $^3\text{He}$	3,439 34	0,902

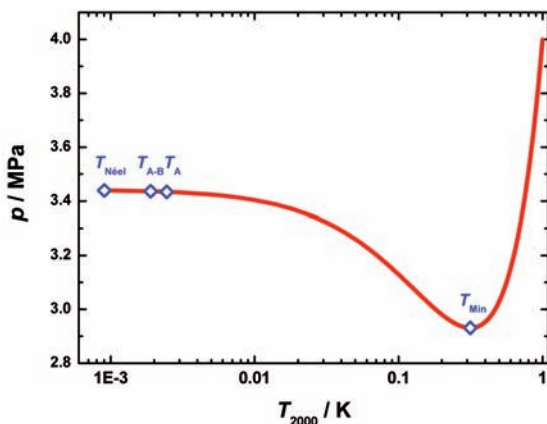


Bild 3: Schmelzdruck  $p$  von  $^3\text{He}$  als Funktion der Temperatur  $T_{2000}$ . Die blauen Rauten markieren die Fixpunkte der PLTS-2000.

## 6 Weiterentwicklung der Temperaturmessung

Auch wenn die ITS-90 eine sehr gute Annäherung an die thermodynamische Temperaturskala darstellt und auf absehbare Zeit die weltweite Vergleichbarkeit von Temperaturmessungen ausreichend gewährleisten dürfte, wird an vielen Stellen, vor allem in nationalen Metrologieinstituten, an Verbesserungen der Temperaturmessung, an der zuverlässigen Erfassung, Untersuchung und Minimierung von Unsicherheitsbeiträgen sowie vor allem auch an der Verbesserung und Vereinfachung der Weitergabe gearbeitet. Als Beispiele seien hier stichwortartig die Themen einiger aktueller PTB-Arbeiten aufgeführt:

- Entwicklung praktisch handhabbarer Primärthermometer für den Bereich ultratiefer Temperaturen [9].
- Untersuchung des Einflusses von Verunreinigungen und der Isotopenzusammensetzung auf Fixpunkttemperaturen; abgeschlossen ist bereits die Präzisierung der Definition des Wasserstoff-Tripelpunkts in der ITS-90 bezüglich der Isotopenzusammensetzung (Deuteriumanteil) [10]. Die Untersuchungen der Metallerstarrungspunkte der ITS-90 bezüglich Verunreinigungen mit dem Ziel ihrer auf das SI-Einheitensystem rückführbaren Charakterisierung dauern an [11, 12].
- Aufklärung der Diskrepanzen zwischen ITS-90- und thermodynamischen Temperaturen im Temperaturbereich zwischen dem Neon-Punkt (24,556 K) und dem Tripelpunkt des Wassers [13].
- Radiometrische Bestimmung immer niedrigerer thermodynamischer Temperaturen mit geringen Unsicherheiten (derzeit z. B. 15 mK bei 460 °C) [14].
- Kalibrierung von Strahlungsthermometern und Thermographiekameras für Temperaturen bis hinab zu – 150 °C, u. a. für die Rückführung satellitengestützter Messungen auf das SI-Einheitensystem [15].
- Untersuchung und Charakterisierung von Hochtemperatur-Thermoelementen [16].
- Bestimmung der thermodynamischen Temperaturen neuartiger Hochtemperatur-Fixpunkte oberhalb von 1100 °C (Schmelz- und Erstarrungspunkte von Metall- oder Metallcarbidge-Kohlenstoff-Eutektika) mit Unsicherheiten von derzeit z. B. 200 mK für den Ru-C-Fixpunkt bei ca. 1950 °C [17].

## 7 Neue Definition des Kelvin

Die Temperatureinheit Kelvin ist der 273,16te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes von Wasser [1]. Diese Definition leitet

die Einheit aus einer eher zufällig ausgewählten Materialeigenschaft ab. Bei ihrer praktischen Realisierung sind damit Einflüsse der Isotopenzusammensetzung und der Reinheit des verwendeten Wassers von wesentlicher Bedeutung. Hierdurch ist die Stabilität der Realisierung über Raum und Zeit gefährdet.

Das *Comité International des Poids et Mesures* (CIPM) hat 2005 den nationalen Metrologieinstituten empfohlen, für das Kelvin – wie auch für das Kilogramm, das Ampere und das Mol – geeignete Vorschläge vorzulegen, damit diese vier Basiseinheiten gemeinsam neu definiert werden können [18]. Ziel ist es, die Basiseinheiten künftig über Naturkonstanten zu definieren und sie damit unabhängig von Maßverkörperungen, sogenannten Artefakten, oder speziellen Messvorschriften zu machen. Da die thermodynamische Temperatur  $T$  in allen fundamentalen Gesetzen stets in der Kombination  $kT$  als „thermische Energie“ auftritt, ist die Boltzmann-Konstante  $k$  die festzulegende Naturkonstante. Durch Festlegung ihres Wertes wird das Kelvin direkt von der Energieeinheit Joule abgeleitet (ähnlich wie seit 1983 die Längeneinheit Meter durch Festlegung des Wertes der Lichtgeschwindigkeit von der Zeiteinheit Sekunde).

Es besteht derzeit keine Notwendigkeit, die Struktur des Internationalen Einheitensystems zu verändern und andere Basiseinheiten zu wählen [19]. Das Kelvin sollte also nicht aus diesem System verschwinden. Eine neue Definition sollte sowohl für die tägliche Anwendung in Entwicklung und Produktion als auch für die Grundlagenforschung von Nutzen sein. Um Rekalibrierungen und Umrechnungen zu vermeiden, sollte keine nachweisbare Diskontinuität in der Größe der Einheit entstehen. Die Unsicherheit des Wertes der relevanten Naturkonstanten sollte somit vergleichbar mit der Unsicherheit der bisherigen Realisierung sein.

Der derzeit international akzeptierte Wert [20] von  $1,3806504 \cdot 10^{-23}$  J/K für die Boltzmann-Konstante besitzt eine relative Standardunsicherheit von  $1,7 \cdot 10^{-6}$ . Dieser Wert und seine Unsicherheit beruhen im Wesentlichen auf einer einzigen Messung mit Hilfe der akustischen Gasthermometrie am NIST im Jahre 1988. Eine einzige Messung wird aber nicht als ausreichende Basis für eine Festlegung des Zahlenwerts angesehen. Deshalb wurde auf zwei Workshops in der PTB in Berlin mit den Experten aller wichtigen Metrologieinstitute ein Konzept diskutiert und ein Zeitplan erarbeitet, um einen auf mehrere unterschiedliche Methoden abgestützten Wert von  $k$  zu erhalten [21]. Die dafür gebräuchlichen primärthermometrischen Methoden werden im Folgenden mit den erreichten und zu erwartenden Unsicherheiten dargestellt.

### 7.1 Methoden zur Bestimmung der Boltzmann-Konstante

Da die mittlere mikroskopische thermische Energie  $kT$  nicht direkt experimentell zugänglich ist, müssen zur Bestimmung von  $k$  am Tripelpunkt von Wasser makroskopische Größen gemessen werden, die mit der thermischen Energie eindeutig korreliert sind [22]. Tabelle 3 gibt einen Überblick über derartige Abhängigkeiten, in denen  $T$  nur mit anderen *messbaren* Größen und bekannten Konstanten in Verbindung steht. Für ideale Gase ist die thermische Energie proportional zur mittleren kinetischen Energie der Gasteilchen. In einem abgeschlossenen Volumen ist diese Energie über den Gasdruck und die Teilchenzahl messbar. Der Druck  $p$  wird bei vernachlässigbarer Wechselwirkung zwischen den Teilchen durch die Zustandsgleichung des idealen Gases beschrieben. Das auf diesem Gesetz beruhende Thermometer ist das klassische Gasthermometer, das jedoch für absolute Messungen eine zu große Unsicherheit aufweist.

Andererseits kann die sich bei konstantem Druck mit der Temperatur ändernde Dichte über die Dielektrizitätskonstante oder den Brechungsindex ermittelt werden. Auch die Schallgeschwindigkeit in einem Gas dient als Temperaturindikator (akustisches Gasthermometer). Laserspektroskopie liefert aus der Doppler-Verbreiterung von Absorptionslinien die kinetische Energie der absorbierenden Atome. Verwendet man die Leitungselektronen eines metallischen Widerstandsmaterials als „Messsubstanz“, eignet sich das elektrische Johnson-Rauschen nach der Nyquist-Formel zur Thermometrie. Schließlich emittiert ein isothermer Hohlraum, in dem die Lichtquanten mit den Wänden im thermischen Gleichgewicht sind, Strahlung, die nach dem Planck'schen Strahlungsgesetz nur durch die Temperatur festgelegt ist und durch das Spektralstrahlungsthermometer gemessen wird. In der Tabelle 3 sind auch die zu erwartenden Messunsicherheiten für die Bestimmung von  $k$  aufgeführt. Eine kompakte Darstellung aller gängigen Methoden findet sich in dem Übersichtsartikel [22].

Tabelle 3:  
Übersicht über die Primärthermometer, die für die Bestimmung der Boltzmann-Konstante  $k$  in Frage kommen, mit den zu erwartenden relativen Unsicherheiten. ( $T$  Temperatur,  $u_0$  Schallgeschwindigkeit im Grenzfall verschwindenden Drucks und sehr niedriger Frequenz,  $\gamma_0 = c_p/c_v$  Verhältnis der spezifischen Wärmen,  $M$  Mol-Masse des Gases,  $R$  molare Gaskonstante,  $p$  Druck,  $\epsilon$  Dielektrizitätskonstante,  $\epsilon_0$  elektrische Feldkonstante,  $\alpha_0$  statische elektrische Polarisierbarkeit,  $c_0$  Lichtgeschwindigkeit im Vakuum,  $h$  Planck'sches Wirkungsquantum,  $L_\lambda$  spektrale Strahlendichte,  $\lambda$  Wellenlänge,  $\nu$  Frequenz,  $\langle U^2 \rangle$  mittlere quadratische Rauschspannung,  $R_{el}$  elektrischer Widerstand,  $n$  Brechzahl,  $\Delta\nu_D$  Doppler-Breite einer Spektrallinie der Frequenz  $\nu_0$ ,  $m$  Atommasse)

Primärthermometrische Methode	Physikalisches Gesetz	Erzielbare relative Standardmessunsicherheit
Akustisches Gasthermometer	$u_0 = \sqrt{\frac{\gamma_0 RT}{M}}$	$1 \cdot 10^{-6}$
Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometer	$p = kT \frac{(\epsilon - \epsilon_0)}{\alpha_0}$	$2 \cdot 10^{-6}$
Spektrales Strahlungsthermometer	$L_\lambda = \frac{2hc_0^2}{\lambda^5} \left[ \exp\left(\frac{hc_0}{\lambda kT}\right) - 1 \right]^{-1}$	$50 \cdot 10^{-6}$
Johnson-Rauschthermometer	$\langle U^2 \rangle = 4kTR_{el} \Delta\nu$	$5 \cdot 10^{-6}$
Brechungsindex-Gasthermometer	$p = kT \frac{(n^2 - 1)\epsilon}{\alpha_0}$	$10 \cdot 10^{-6}$
Doppler-Verbreiterungsthermometer	$\Delta\nu_D = \sqrt{\frac{2kT}{mc_0^2}} \nu_0$	$10 \cdot 10^{-6}$

### 7.1.1 Akustisches Gasthermometer

In einem Gas hängen eine Reihe von Messgrößen von der Temperatur ab. Da die Gesetzmäßigkeiten in der Regel für ideale Gase abgeleitet sind und die Wechselwirkung zwischen den Gasteilchen für die Bestimmung von  $k$  nicht ausreichend genau bekannt ist, werden die Messungen durch Extrapolation auf verschwindenden Druck so durchgeführt, dass die Näherung des idealen Gases genügt. Zur Bestimmung von  $k$  im NIST wurde die Schallgeschwindigkeit  $u_0$  des Edelgases Argon bei der Temperatur des Wassertripelpunktes mit einem Kugelresonator (Bild 4) ermittelt und  $k$  aus der entsprechenden Formel in Tabelle 3 berechnet, wobei man  $R$  durch  $kN_A$  ersetzt ( $N_A$  Avogadro-Konstante).

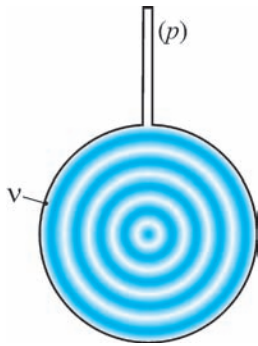


Bild 4: Akustisches Gasthermometer mit Kugelresonator. Aus den Resonanzfrequenzen  $\nu$  und dem Volumen wird die Schallgeschwindigkeit  $u_0$  abgeleitet.

Kugelresonatoren sind jetzt auch in anderen Instituten im Einsatz [22]. Die Resonatorabmessungen wurden am NIST durch Füllung mit Quecksilber bekannter Dichte ermittelt. Heute wird der Resonator mit Hilfe von Mikrowellenresonanzen ausgemessen. Außer der Bestimmung der Abmessungen und dem Anschluss an die Tripelpunkttemperatur resultieren wesentliche Unsicherheitsbeiträge aus der Abhängigkeit der Molmasse von der Isotopenzusammensetzung, der Reinheit des Messgases, der Extrapolation auf verschwindenden Druck und der Position der Schallgeber und -empfänger. Mit der gegenwärtigen Messtechnik ist bei diesem Verfahren eine Unsicherheit von  $1 \cdot 10^{-6}$  erreichbar.

### 7.1.2 Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometer

Die Bestimmung der Dielektrizitätskonstante von Helium wird in der Thermometrie bei tiefen Temperaturen schon seit Längerem benutzt und ist, verglichen mit der Messung des Brechungsindex, das ausgereiftere und eher Erfolg versprechende Verfahren mit den weitaus kleineren erzielbaren Unsicherheiten.

Für ein ideales Gas ist die Dielektrizitätskonstante gegeben durch  $\epsilon = \epsilon_0 + \alpha_0 \cdot N/V$  ( $\alpha_0$  statische elektrische Polarisierbarkeit der Gasteilchen,  $N/V$  deren Teilchenzahldichte). Durch Kombination

mit der Zustandsgleichung bekommt man den in Tabelle 3 angegebenen Zusammenhang zwischen  $p$  und  $\epsilon$ . Große Fortschritte bei der Ab-initio-Berechnung der Polarisierbarkeit von Helium, deren Unsicherheit in den letzten Jahren deutlich unter  $1 \cdot 10^{-6}$  reduziert werden konnte, haben diese Methode konkurrenzfähig gemacht. Um  $\epsilon$  zu messen, wird das Messgas in geeignete Kondensatoren gefüllt. Wegen der sehr niedrigen Polarisierbarkeit von Helium sind aber absolute Messungen nicht möglich. Deshalb wird der Messkondensator abwechselnd mit Helium gefüllt und evakuiert und  $\epsilon$  aus der relativen Änderung der Kapazität abgeleitet (Bild 5).

Aus dem linearen Anteil der Funktion von  $\epsilon(p)$  wird schließlich  $k$  ermittelt. Eine erhebliche Fehlerquelle bei dieser Methode resultiert aus der

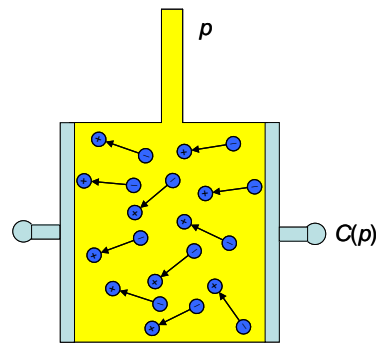


Bild 5: Zentrales Element des in der PTB eingesetzten Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometers ist der Messkondensator, der hier mit Heliumgas mit dem Druck  $p$  befüllt ist und dessen relative Kapazitätsänderung  $(C(p) - C(0))/C(0)$  gemessen wird.

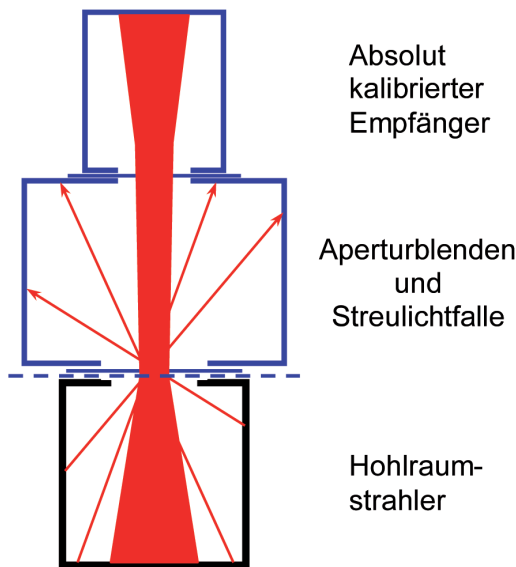
Deformation des Messkondensators durch den Gasdruck. Druck- und Kapazitätsmessung müssen ebenfalls bis an die Grenzen des Machbaren verbessert werden. Die Abschätzung aller Beiträge lässt eine mit der akustischen Gasthermometrie vergleichbare Gesamtmessunsicherheit von etwa  $2 \cdot 10^{-6}$  erwarten. Dies wird durch die Ergebnisse gestützt, die bei Messungen im Tieftemperaturbereich von 2,5 K bis 36 K und am Tripelpunkt von Wasser [34] erzielt wurden.

### 7.1.3 Strahlungsthermometer

Die Strahlungsthermometrie basiert auf der emittierten Strahlungsleistung eines „Schwarzen Körpers“, die unabhängig von Material und Form des Körpers nur von der Temperatur und von Naturkonstanten abhängt. Primäre Thermometrie setzt eine absolute Bestimmung der Strahlungsleistung voraus (Bild 6). Zur Bestimmung der Temperatur wird dann das Planck'sche Strahlungsgesetz (Tabelle 3) verwendet.

Strahlungsleistungsmessungen mit einer relativen Standardmessunsicherheit von  $1 \cdot 10^{-4}$  beruhen auf dem elektrischen Substitutionsradiometer als Primärnormal für optische Leistungsmessung. Bei einem elektrischen Substitutionsradiometer erhöht die in einem Empfängerhohlraum absorbierte Strahlung dessen Temperatur. In einer zweiten

Bild 6:  
Das Strahlungsthermometer basiert auf dem Zusammenhang zwischen emittierter Strahlungsleistung eines Schwarzen Körpers (Hohlraumstrahlers) und seiner Temperatur. Die Flächen der Aperturblenden und deren Abstand sowie der Emissionsgrad des Schwarzen Körpers müssen unabhängig voneinander ermittelt werden.



Messung wird bei geschlossener Eingangsapertur dieselbe Temperaturerhöhung durch elektrische Heizleistung erzeugt, die sich sehr genau bestimmen lässt. Um die benötigte Nachweisempfindlichkeit zu erreichen, muss die Wärmekapazität des Hohlraums möglichst klein sein. Dies erreicht man durch Kühlung auf Temperaturen in der Nähe der Siedetemperatur von flüssigem Helium (4,2 K). Man nennt diese absoluten Empfänger deshalb Kryoradiometer.

Der Vorteil des spektralen Strahlungsthermometers besteht darin, dass mit einem Filter ein Spektralbereich ausgewählt werden kann, innerhalb dessen sich die Absorption und die anderen optischen Eigenschaften des Hohlraumempfängers sehr genau bestimmen lassen. Da aber nur ein Teil des emittierten Spektrums gemessen wird, ist die Intensität im Detektor niedrig. Außerdem muss die Durchlasskurve des Filters außerordentlich genau vermessen werden. Es ist deshalb nicht zu erwarten, dass die Messunsicherheit auch bei größter experimenteller Sorgfalt weiter als auf einige  $10^{-5}$  gedrückt werden kann. Die Strahlungsthermometrie wird aber bei der Temperaturmessung nach der Neudefinition des Kelvin eine wichtige Rolle spielen.

#### 7.1.4 Rauschthermometer

Auch durch die Beobachtung von statistischen oder Quanteneffekten kann die Temperatur eines Objekts bestimmt werden. Angewandt in der Thermometrie wird schon seit vielen Jahren die Rauschthermometrie, die mit Hilfe der Nyquist-Formel (Tabelle 3) die Temperatur aus dem mittleren Quadrat der Rauschspannung bestimmt, die an einem elektrischen Widerstand abfällt. Als Parameter müssen der elektrische Widerstandswert der Probe am Wassertripelpunkt sowie die Verstärkung und Bandbreite der Messelektronik genau ermittelt werden.

Die Rauschthermometrie ist bisher bei sehr tiefen und sehr hohen Temperaturen gut etabliert. Bei hohen Temperaturen nutzt sie die größeren Messsignale und ist somit weniger anfällig gegen Störungen. Bei tiefen Temperaturen kann man hochempfindliche supraleitende Detektoren einsetzen und die kleinen Signale mit ausreichender Dynamik nachweisen. Im Bereich um den Wassertripelpunkt muss man zu besonderen elektronischen Schaltungen, wie alternierend schaltenden digitalen Korrelatoren, und zum Vergleich mit bekannten Referenzrauschquellen greifen, um Verstärkung und Bandbreite stabil zu halten und den Einfluss von Driften sowie Empfänger- und Leitungsrauschen zu eliminieren. Ein entsprechendes Projekt wird derzeit vom NIST und dem Measurement Standards Laboratory in Neuseeland verfolgt. Die lange Messzeit, die für geringe Messunsicherheiten benötigt wird, stellt das Hauptproblem dar. Um bei einer Bandbreite von 20 kHz eine Messunsicherheit in der Größenordnung von  $1 \cdot 10^{-5}$  zu erreichen, ist eine Messzeit von ca. fünf Wochen erforderlich. Damit sind der Bestimmung der Boltzmann-Konstante klare Grenzen gesetzt.

#### 7.1.5 Doppler-Verbreiterungsthermometer

Eine weitere Methode zur Bestimmung von  $k$  durch Laserspektroskopie wurde erst jüngst vorgeschlagen [22]. Sie beruht auf der Messung der Doppler-Verbreiterung einer Absorptionslinie durch die Bewegung von Gasteilchen in einer Zelle bei homogener Temperatur. Aus der Breite des Absorptionsprofils, das mit durchstimmbarer Laserstrahlung abgetastet wird, erhält man die Information über die Temperatur (Tabelle 3). Der Vorteil dieser Methode besteht darin, dass man keine absolute Radiometrie benötigt, da die Strahlungsleistung die Halbwertsbreite außer durch Aufheizeffekte nicht beeinflusst.

An der Université Paris Nord wurden bisher Experimente an einer Ammoniaklinie bei 30 THz mit einem CO<sub>2</sub>-Laser durchgeführt. Durch Auswertung von 2000 einzelnen Absorptionsprofilen konnte eine relative Standardmessunsicherheit des Wertes von  $k$  von etwa  $3,8 \cdot 10^{-5}$  abgeschätzt werden. In einem zweiten Projekt kooperieren in Italien die Second University of Naples und das Polytechnic of Milan. Hierbei wird hochauflösende Spektroskopie an einer CO<sub>2</sub>-Linie mit einem Diodenlaser im nahen Infrarotbereich eingesetzt. Die relative Messunsicherheit liegt derzeit bei  $1,6 \cdot 10^{-4}$ . Ein drittes Experiment befindet sich am Institut Dansk Fundamental Metrology in der Entwicklung. Durch enorme Schwierigkeiten bei der Unterscheidung der Doppler-Verbreiterung von anderen, durch Wechselwirkung der Teilchen hervorgerufenen Linienformänderungen ist eine Verringerung der Unsicherheit unter  $1 \cdot 10^{-5}$  unwahrscheinlich.

## 7.2 Konsequenzen der Neudefinition

Die Formulierung der Neudefinition des Kelvin wird folgendermaßen lauten [19]: Das Kelvin, K, ist die Einheit der thermodynamischen Temperatur; seine Größe ist so festgelegt, dass die Boltzmann-Konstante exakt den Wert  $1,3806X \cdot 10^{-23}$  J/K besitzt. Ein Kelvin ist damit diejenige Änderung der thermodynamischen Temperatur  $T$ , die einer Änderung der thermischen Energie  $kT$  um exakt  $1,3806X \cdot 10^{-23}$  Joule entspricht. Diese Formulierung steht in Analogie zu der 1983 gewählten Meterdefinition. Beide Formulierungen sind praktisch äquivalent.

Welche Konsequenzen hat eine solche Neudefinition? Zunächst werden, wie bereits erwähnt, die praktischen Auswirkungen nicht spektakulär ausfallen, ja, sie dürfen gar nicht zu spüren sein, damit das bisherige internationale Messwesen ungestört weiter funktionieren und die weltweit arbeitsteilige Entwicklung und Produktion der Industrie unbeeinträchtigt fortgesetzt werden kann. Alles andere würde enorme Kosten verursachen. Damit dies erreicht wird, arbeitet das Konsultativkomitee für Thermometrie des CIPM bereits an einer „mise en pratique“, einer Umsetzungsempfehlung, die sowohl Empfehlungen zur direkten Messung der thermodynamischen Temperatur  $T$  als auch die definierenden Texte der weiterhin gültigen Internationalen Temperaturskalen ITS-90 und PLTS-2000 [23, 24] sowie eine Diskussion der Unterschiede  $T - T_{90}$  und  $T - T_{2000}$  mit deren Unsicherheiten enthält. Dabei sind  $T_{90}$  und  $T_{2000}$  Temperaturwerte, die entsprechend den jeweiligen Skalenvorgaben bestimmt werden. Durch dieses Vorgehen werden direkte thermodynamische Temperaturmessungen weit vom Wassertripelpunkt entfernt zugelassen, z. B. bei hohen Temperaturen, wo das Strahlungsthermometer sowohl als Interpolationsinstrument der ITS-90 als auch als primäres Thermometer verwendet werden kann. Damit können die Messunsicherheiten, die beispielsweise bei den höchsten Fixpunkten der ITS-90 bei 1358 K fast tausendmal größer sind als die Reproduzierbarkeit des Wassertripelpunkts, künftig erheblich reduziert werden.

Im praktisch wichtigen Temperaturbereich um den Wassertripelpunkt wird die ITS-90 ihre Berechtigung behalten. Allerdings wird der Wassertripelpunkt, der derzeit per Definition mit einer exakten Temperatur versehen ist, seine herausgehobene Position verlieren. Er ist dann ein Temperaturfixpunkt wie jeder andere mit genau der Messunsicherheit, die die Boltzmann-Konstante zum Zeitpunkt ihrer Festlegung besitzt. Die oben genannte relative Messunsicherheit von  $1 \cdot 10^{-6}$  entspricht 0,27 mK.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Bild 7 zeigt zusammenfassend veröffentlichte Bestimmungen der Boltzmann-Konstante seit 1988. Die seinerzeitige Bestimmung durch das NIST mit akustischer Gasthermometrie (AGT) bildet die Basis des derzeit akzeptierten Werts. Motiviert durch die Empfehlung des CIPM von 2005 sind in der Folge zahlreiche neue Experimente aufgebaut worden. Brechungsindex-Gasthermometrie (RIGT) am NIST [25] lieferte 2007 einen Zahlenwert mit einer relativen Standardmessunsicherheit von  $9 \cdot 10^{-6}$ . Aus Messungen mit einer nicht angepassten Tieftemperaturversion des Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometers (DCGT) der PTB kann ein vorläufiger Wert der Boltzmann-Konstante mit einer relativen Unsicherheit von  $3,0 \cdot 10^{-5}$  abgeleitet werden. Erste Doppler-Verbreiterungs-Messungen (DBT, UniNa) der italienischen Gruppe ergaben wie erwähnt Unsicherheiten von  $1,6 \cdot 10^{-4}$  [26]. Die Doppler-Absorptionskurven (DBT, LPL) an der Universität Paris Nord wurden nacheinander mit zwei verschiedenen Linienprofilen ausgewertet und 2009 und 2010 veröffentlicht. Der relative Unterschied im Wert der Boltzmann-Konstante von  $3,7 \cdot 10^{-5}$  verdeutlicht bei denselben Eingangsdaten die erheblichen Probleme beim Verständnis der Linienvorm. Ein vollständiges Unsicherheitsbudget ist nicht veröffentlicht, kann jedoch zu etwa  $3,8 \cdot 10^{-5}$  abgeschätzt werden [27]. Die bisher genauesten, neueren, 2009 und 2010 veröffentlichten Werte der Boltzmann-Konstante ergaben die ähnlich aufgebauten akustischen Gasthermometer (AGT) am französischen Staatsinstitut LNE [28, 29], am italienischen INRiM [30] und am britischen NPL [31]. Die relativen Standardmessunsicherheiten betragen jeweils  $2,7 \cdot 10^{-6}$  bzw.  $1,2 \cdot 10^{-6}$ ,  $7,5 \cdot 10^{-6}$  und  $3,1 \cdot 10^{-6}$ . Erste veröffentlichte Werte erzielten

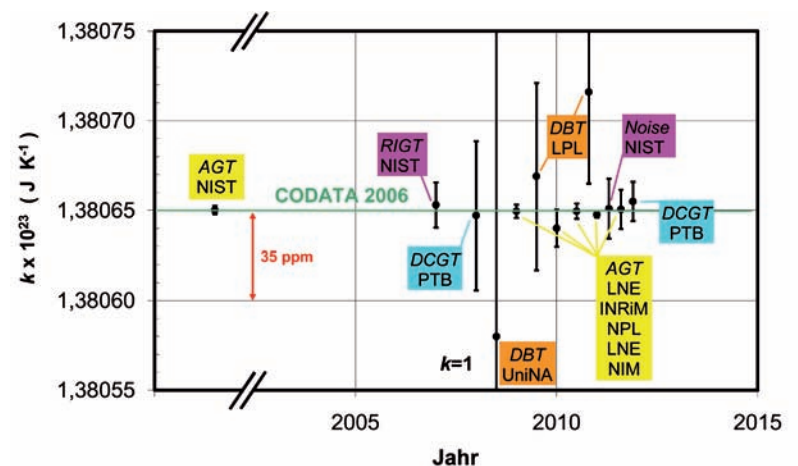


Bild 7: Übersicht über Bestimmungen der Boltzmann-Konstante  $k$  bzw. der universellen Gaskonstante  $R = k \cdot N_A$  seit 1988. Erläuterung der Abkürzungen im Text. Die Balken bezeichnen die Standardmessunsicherheiten. Die grüne Linie gibt den international von CODATA empfohlenen Zahlenwert von  $k$  an.



das Rauschthermometrie-Experiment (noise) am NIST [32], das erst kürzlich begonnene akustische Gasthermometrie-Experiment am chinesischen Staatsinstitut NIM [33] und das neue Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometer der PTB am Wassertripelpunkt [34]. Die relativen Standardmessunsicherheiten wurden jeweils zu  $12,1 \cdot 10^{-6}$ ,  $7,9 \cdot 10^{-6}$  und  $7,9 \cdot 10^{-6}$  abgeschätzt.

Die Grafik verdeutlicht, dass bislang keine *unabhängige* Methode die Messungen des NIST auf dem erforderlichen Unsicherheitsniveau bestätigen konnte. Daher hat das internationale Konsultativkomitee für Thermometrie (CCT) dem CIPM 2010 empfohlen, mindestens zwei weitere Ergebnisse, gewonnen mit unabhängigen Methoden, vor einer Neudefinition des Kelvin abzuwarten. Auch wegen der Diskrepanzen bei der Bestimmung der Planck-Konstante zur Neudefinition des Kilogramms ist das CIPM dieser Empfehlung gefolgt und hat die Neudefinition der Einheiten Kilogramm, Ampere, Mol und Kelvin zwar im Prinzip gebilligt, jedoch muss mit der Umsetzung gewartet werden, bis genügend übereinstimmende Messungen vorliegen.

Das CCT erwartet nun für 2013 einen gemittelten Wert für  $k$  mit einer relativen Standardmessunsicherheit von  $1 \cdot 10^{-6}$ , der auf verschiedenen Experimenten mit mindestens zwei unterschiedlichen Methoden (akustisches Gasthermometer und Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometer) beruht. Außerdem sollten das Rauschthermometer und vielleicht auch das Doppler-Verbreiterungsthermometer eine zusätzliche Absicherung liefern können, wenn auch mit größeren Unsicherheiten. Es steht damit genügend Zeit zur Verfügung, um die viel versprechenden Potenziale der verschiedenen Messmethoden zu nutzen.

Aufgrund der erheblichen Fortschritte bei der Entwicklung der beschriebenen Primärthermometer kann dann die Boltzmann-Konstante so exakt bestimmt werden, dass die Neudefinition des Kelvin durch einmalige Festlegung ihres Zahlenwertes möglich wird. Die wesentlichen Konsequenzen der Neudefinition des Kelvin sind langfristiger Natur, da eine Naturkonstante anstelle einer Maßverkörperung zum Maßstab erhoben wird. Das Maßsystem wäre hierdurch zeitlich unbegrenzt stabil. Dieses Ziel lohnt die weltweite Anstrengung. ■

## Literatur

- [1] H. Preston-Thomas: *Metrologia* **27** (1990), S. 3–10. Bezugsquelle: Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), Pavillon de Breteuil, 92310 Sèvres Cedex, France, oder <http://www.bipm.org/en/publications/its-90.html>
- [2] Supplementary Information for the International Temperature Scale of 1990. BIPM 1997 (Nachdruck der ersten Ausgabe 1990), ISBN 92-822-2111-3. Bezugsquelle: BIPM, s. [1]
- [3] T. J. Quinn: *Temperature*, Academic Press, London, 2<sup>nd</sup> edition, 1990, ISBN 0-12-569681-7
- [4] J. Seidel, B. Fellmuth, J. Fischer, J. Hollandt, E. Tegeler: *Temperatur – die SI-Basiseinheit „Kelvin“*. PTB-Mitteilungen **113** (2003), S. 18–27
- [5] Techniques for Approximating the International Temperature Scale of 1990. BIPM 1997 (Nachdruck der ersten Ausgabe 1990), ISBN 92-822-2110-5. Bezugsquelle: BIPM, s. [1]
- [6] BIPM Proc.-Verb. Com. Int. Poids et Mesures (89e session 2000), 68 (2001), S. 128 (englische Übersetzung). Bezugsquelle BIPM, s. [1], oder: [http://www.bipm.org/en/committees/cipm/publications\\_cc.html](http://www.bipm.org/en/committees/cipm/publications_cc.html)
- [7] J. Engert, B. Fellmuth, K. Jousten: A new <sup>3</sup>He vapour-pressure based temperature scale from 0.65 K to 3.2 K consistent with the PLTS-2000. *Metrologia* **44** (2007), S. 40–52
- [8] Supplementary Information for the Realization of the PLTS2000. BIPM 2007. Bezugsquelle: BIPM, s. [1], oder: [http://www.bipm.org/en/committees/cc/cct/publications\\_cc.html](http://www.bipm.org/en/committees/cc/cct/publications_cc.html)
- [9] J. Engert, J. Beyer, D. Drung, A. Kirste, D. Heyer, A. Fleischmann, C. Enss, H.-J. Barthelmeß: Practical noise thermometers for low temperatures. *J. Phys: Conf. S.* **150** (2009), 012012
- [10] B. Fellmuth, L. Wolber, Y. Hermier, F. Pavese, P. P. M. Steur, I. Peroni, A. Szmyrka-Grzebyk, L. Lipinski, W. L. Tew, T. Nakano, H. Sakurai, O. Tamura, D. Head, K. D. Hill, A. D. Steele: Isotopic and other influences on the realization of the triple point of hydrogen. *Metrologia* **42** (2005), S. 171–193
- [11] CCT-WG1: B. Fellmuth, D. Ripple, M. de Groot, Y. Hermier, K. D. Hill, P. P. M. Steur, A. Pokhodun, M. Matveyev, P. Bloembergen: Methodologies for the estimation of uncertainties and the correction of fixed-point temperatures attributable to the influence of chemical impurities. Working document of the Comité Consultatif de Thermométrie, CCT/05-08. Bezugsquelle: BIPM, s. [1]
- [12] S. Rudtsch, T. Gusarova, A. Aulich, M. Fahr, J. Fischer, H. Kipphardt, R. Matschat, U. Panne: Procedure for the Impurity-related Correction at the Indium Fixed Point. *Int. J. Thermophys* **32** (2011), S. 293–302
- [13] C. Gaiser, B. Fellmuth, N. Haft: Dielectric-constant gas-thermometry scale from 2.5 K to 36 K with <sup>3</sup>He, <sup>4</sup>He and neon. *Int. J. Thermophys* **31** (2010), S. 1428–1437
- [14] N. Noulkhow, R. D. Taubert, P. Meindl, J. Hollandt: Infrared filter radiometers for thermodynamic temperature determination below 660 °C. *Int. J. Thermophys.* **30** (2009), S. 131–143
- [15] J. Hollandt, R. Friedrich, B. Gutschwager, D. R. Taubert, J. Hartmann: High-accuracy radiation thermometry at the National Metrology Institute

- of Germany, the PTB. High Temperatures – High Pressures **35/36** (2005), S. 379–415
- [16] *F. Edler*: Material problems in using high temperature thermocouples. *Int. J. Thermophys* **32** (2011), S. 1418–1428
- [17] *K. Anhalt, J. Hartmann, D. Lowe, G. Machin, M. Sadli, Y. Yamada*: Thermodynamic temperature determinations of Co-C, Pd-C, Pt-C and Ru-C eutectic fixed-points cells. *Metrologia* **43** (2006), S. S78–S83
- [18] Recommendation 1 (CI-2005) of the CIPM (englischer Text: [www.bipm.org/cc/CIPM/Allowed/94/CIPM-Recom1CI-2005-EN.pdf](http://www.bipm.org/cc/CIPM/Allowed/94/CIPM-Recom1CI-2005-EN.pdf))
- [19] *I. M. Mills, P. J. Mohr, T. J. Quinn, B. N. Taylor, E. R. Williams*: Redefinition of the kilogram, ampere, kelvin and mole: a proposed approach to implementing CIPM recommendation 1 (CI-2005). *Metrologia* **43** (2006), S. 227–246
- [20] *P. J. Mohr, B. N. Taylor, D. B. Newell*: CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2006. *Rev. Mod. Phys.* **80** (2008), S. 633–730
- [21] *B. Fellmuth, J. Fischer* (Hrsg.): Talks of the 221. PTB Seminar “Workshop on Progress in Determining the Boltzmann Constant”, Bericht PTB-Th-3, Braunschweig, 2007, ISBN 978-3-86509-684-5
- [22] *B. Fellmuth, Ch. Gaiser, J. Fischer*: Determination of the Boltzmann Constant – status and prospects. *Meas. Sci. Technol.* **17** (2006), S. R145–R159
- [23] *Mise en pratique for the definition of the kelvin*. Bezugsquelle: BIPM, s. [1], oder: [http://www.bipm.org/utis/en/pdf/MeP\\_K.pdf](http://www.bipm.org/utis/en/pdf/MeP_K.pdf)
- [24] *D. C. Ripple, R. Davis, B. Fellmuth, J. Fischer, G. Machin, T. Quinn, P. Steur, O. Tamura, D. R. White*: The Roles of the *Mise en Pratique* for the Definition of the Kelvin. *Int. J. Thermophys.* **31** (2010), S. 1795–1808
- [25] *J. W. Schmidt, R. M. Gavioso, E. F. May, and M. R. Moldover*: Polarizability of Helium and Gas. *Metrology. Phys. Rev. Lett.* **98** (2007) 254504
- [26] *G. Casa, A. Castrillo, G. Galzerano, R. Wehr, A. Merlone, D. Di Serafino, P. Laporta and L. Gianfrani*: Primary Gas Thermometry by Means of Laser-Absorption Spectroscopy: Determination of the Boltzmann Constant. *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 200801
- [27] *C. Lemarchand, K. Djerroud, B. Darquié, O. Lopez, A. Amy-Klein, C. Chardonnet, Ch. J. Bordé, S. Briaudeau, C. Daussy*: Determination of the Boltzmann Constant by Laser Spectroscopy as a Basis for Future Measurements of the Thermodynamic Temperature. *Int. J. Thermophys.* **31** (2010) S. 1347–1359
- [28] *L. Pitre, C. Guianvarc’h, F. Sparasci, A. Guillou, D. Truong, Y. Hermier, M. Himbert*: An improved acoustic method for the determination of the Boltzmann constant at LNE-INM/CNAM. *C. R. Physique* **10** (2009) S. 835–848
- [29] *L. Pitre, F. Sparasci, D. Truong, A. Guillou, L. Risegari, M. E. Himbert*: Measurement of the Boltzmann Constant  $k_B$  using a Quasi-Spherical Acoustic Resonator. *Int. J. Thermophys.* **32** (2011) im Druck
- [30] *R. M. Gavioso, G. Benedetto, P. A. Giuliano Albo, D. Madonna Ripa, A. Merlone, C. Guianvarc’h, F. Moro, and R. Cuccaro*: A determination of the Boltzmann constant from speed of sound measurements in helium at a single thermodynamic state. *Metrologia* **47** (2010) S. 387–409
- [31] *G. Sutton, R. Underwood, L. Pitre, M. de Podesta, S. Valkiers*: Acoustic Resonator Experiments at the Triple Point of Water: First Results for the Boltzmann Constant and Remaining Challenges. *Int. J. Thermophys.* **31** (2010) S. 1310–1346
- [32] *S. P. Benz, A. Pollarolo, J. Qu, H. Rogalla, C. Urano, W. L. Tew, P. D. Dresselhaus, D. R. White*: An electronic measurement of the Boltzmann constant. *Metrologia* **48** (2011) S. 142–153
- [33] *J. T. Zhang, H. Lin, X. J. Feng, J. P. Sun, K. A. Gillis, M. R. Moldover, Y. Y. Duan*: Progress toward redetermining the Boltzmann constant with a fixed-path-length cylindrical resonator. *Int. J. Thermophys.* **32** (2011), S. 1297–1329
- [34] *B. Fellmuth, J. Fischer, C. Gaiser, O. Jusko, T. Priruenrom, W. Sabuga, T. Zandt*: Determination of the Boltzmann constant by dielectric-constant gas thermometry. *Metrologia* **48** (2011) im Druck

Sensoren für Extrem-Applikationen  
Transducer for toughest applications



[www.hjk.de](http://www.hjk.de)



HJK Sensoren + Systeme  
Gewerbering 13  
DE – 86504 Merching

Tel. +49 (0)8233-77 963-00  
Fax +49 (0)8233-77 963-11  
info@hjk.de  
<http://www.hjk.de>

Ihr kompetenter Partner für die Druckmessung



# Lichtstärke – Die SI-Basiseinheit Candela

Armin Sperling<sup>1</sup> und Georg Sauter<sup>2</sup>

## Gliederung

- 1 Erzeugung und Messung von Licht im Wandel der Zeit
- 2 Hellempfindlichkeitsgrad und weitere visuelle Bewertungsfunktionen
- 3 Realisierung und Darstellung der Si-Basiseinheit Candela heute
- 4 Zukünftige Entwicklungen und Anforderungen an die Weitergabe photometrischer Größen

### 1 Erzeugung und Messung von Licht im Wandel der Zeit

Als Licht bezeichnen wir den kleinen ausgewählten Teil des elektromagnetischen Spektrums, der über das menschliche Auge als Helligkeit und Farbe wahrgenommen wird. Obwohl Licht für den Menschen unbedingt lebensnotwendig ist, hat man erst ziemlich spät angefangen, Licht zu messen – und das, obwohl dem Menschen aufgrund der herausragenden Bedeutung des Gesichtssinns zur Wahrnehmung und Bewertung seiner Umwelt ein gutes Werkzeug, nämlich das Auge selbst, zur Verfügung stand. Einen der Gründe hierfür nannte Johann Heinrich Lambert (1728–1777), der Begründer der Photometrie (Lichtmesstechnik), schon 1760 in seiner bedeutenden Arbeit „*Photometria, sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae*“ und zwar in der betäublichen Feststellung, dass es im Gegensatz zur Temperaturmessung keine Messgeräte in der Photometrie gibt, die in der Lage sind, Licht absolut zu messen. „Lichtmengen“, wie man unspezifisch sagte, konnten bis zur Mitte des 20. Jahrhundert lediglich durch den unmittelbaren Vergleich mit einer „Referenzlichtquelle“ bewertet werden.

Eine technische Vorrichtung für eine derartige Aufgabe brachte Bouguer (1698–1758) in Frankreich im November des Jahres 1725 erstmals zur Anwendung. Dieses erste „Photometer“ nutzte dieses Vergleichsprinzip. Es erlaubte es, Licht einer Testlampe in Relation zum Licht einer Referenzlampe zu bewerten, und verwendete den direkten simultanen visuellen Vergleich des Helligkeitsein-

drucks. Dazu wurden die beiden Lampen nebeneinander positioniert. Sie beleuchteten in geringem Abstand je eins von zwei nebeneinander angeordneten und mit halbtransparentem Papier überspannten Löchern. Ein Steg zwischen den Löchern in Richtung der Lampen verhinderte, dass Licht der jeweils anderen Lampe auf ein Loch fallen konnte. Die Öffnungen der Löcher definierten zusammen mit dem Abstand von der Lampe jeweils einen Raumwinkel, unter dem das Licht der Lampen beobachtet wurde. Die „Messgröße“ für diese Geometrie wird heute Lichtstärke genannt [1].

Mit der *Photometria* von Lambert, aber natürlich auch mit den grundlegenden Erkenntnissen von Newton (1642–1726) zur Physik des Lichtes waren zwar die theoretischen und auch praktischen Grundlagen für die Lichtmesstechnik gelegt. Die Quantität von Licht war jedoch lediglich unter wissenschaftlichen Aspekten von Bedeutung, z. B. in der Astronomie. Im Bereich der allgemeinen Beleuchtung gab man sich mehr oder weniger mit dem Vorhandensein von Licht zufrieden. Dies änderte sich erst, als technisch anspruchsvollere künstliche Lichtquellen entwickelt wurden, die gegeneinander verglichen werden mussten.

So forcierte die beginnende Industrialisierung Mitte des 18. Jahrhunderts die Entwicklung immer effizienterer Lichtquellen – von Kienspan und Wachskerzen über verschiedene Ausführungen von Öllampen bis hin zu Steinkohlegas-Lampen. Anfang des 19. Jahrhunderts wurden erstmals Gaslaternen für die Straßenbeleuchtung und die Beleuchtung von Fabrikhallen eingesetzt: Deren lichttechnischer Wirkungsgrad konnte durch ständige Weiterentwicklung, insbesondere nach der Einführung des Auer Glühstrumpfes durch den Österreicher Carl Freiherr Auer von Welschbach im Jahr 1885, immer weiter gesteigert werden. Ab Mitte des 19. Jahrhunderts kamen zwar die ersten elektrischen Lichtquellen (Metallfadenlampen mit Platinfaden und Kohlestift bzw. Kohlefadenlampe) auf, diese konnten jedoch in ihrem Wirkungsgrad, ihrer Lebensdauer und ihrem Preis noch nicht wirklich konkurrieren. Dies änderte sich

<sup>1</sup> Dr. Armin Sperling,  
Arbeitsgruppe  
„Photometrie“  
E-Mail:  
armin.sperling@  
ptb.de

<sup>2</sup> Dr. Georg Sauter,  
E-Mail:  
georg.sauter@ptb.de

ab 1879, beginnend in Amerika mit den Erfindungen und Patenten von Thomas Alva Edison (1847–1931) über hochohmige Kohlefadenlampen, die er bis zum Ende des Jahrhunderts sukzessiv verbesserte. In Europa patentierte Carl Auer von Welschbach die ersten brauchbaren Metallfadenlampen mit Glühfäden aus Osmium (1890) und Wolfram (1898). Das Gasglühlicht mit Auer Glühstrumpf konnte aufgrund seiner hervorragenden Lichtausbeute dem elektrischen Licht in der Allgemeinbeleuchtung noch längere Zeit Paroli bieten. Dennoch war der Siegeszug der elektrischen Beleuchtung nicht aufzuhalten. Anfang des 20. Jahrhunderts waren es im öffentlichen Bereich z. B. als Straßenbeleuchtung meist Bogenlampen. Mit der Entwicklung der Niederdruckentladungslampen – insbesondere der Leuchtstofflampe – standen ab 1930 effiziente und sehr einfach zu handhabende Lichtquellen zur Verfügung. Als Lichtquellen mit hoher Leistung folgten Quecksilberdampf-Hochdrucklampen 1931 und später insbesondere Halogen-Metallampfen. Diese Entwicklung hat sich bis ins letzte Jahrzehnt mit den Licht-Emittierenden Dioden (LEDs) basierend auf Halbleitern und sogar organischen Halbleitern (OLEDs) fortgesetzt.

Schon bei den Öllampen wurde oft mithilfe von Reflektoren das von der Flamme emittierte Licht in die benötigte Richtung gelenkt und durch umschließende verglaste Laternen die Lichtquelle gegen Einflüsse von außen geschützt und zugleich auch die Brandgefahr durch die offene Flamme verringert. Für alle folgenden Lampentypen dienen den Laternen entsprechende Leuchten als mechanische Halter mit einer Fassung für die Lampen. Leuchten enthalten außerdem immer die zur Versorgung erforderlichen Einbauten und weitere optisch wirkende Mittel (z. B. Reflektor, Linse, Diffusor), mit denen die typeigene richtungsabhängige Verteilung der Lichtstärke einer Lampe in eine für die vorgesehene Anwendung optimierte Verteilung gewandelt wird. Außerdem ist die Lebensdauer einer Leuchte viel länger als die einer Lampe. Der Austausch war deshalb meist sehr einfach gehalten.

So ist damals und heute nicht nur das Licht in eine Richtung, sondern die Verteilung der Lichtstärken in alle Richtungen und insbesondere deren Integral über den gesamten Raumwinkel wirtschaftlich und technisch besonders wichtig. Die dem Integral zugehörige Größe heißt Lichtstrom. Schon 1900 beschrieb F. R. Ulbricht (1849–1923) ein „Kugelphotometer“, das genau diese Integration leistet. Bis heute liefert die „Ulbricht-Kugel“ (engl. *integrating sphere*) in vielfältiger Variation die Messgröße Lichtstrom. Die Ulbricht-Kugel besteht aus einer innen mattweiß beschichteten Hohlkugel mit der zu charakterisierenden Lampe im Zentrum. Das Lampenlicht wird diffus an der

Kugelwand vielfach reflektiert und dadurch so homogen verteilt, dass die Messung der indirekten Beleuchtungsstärke an einer beliebigen Stelle der Kugelwand proportional zum Lichtstrom ist. Die Ulbricht-Kugel ist daher für schnelle Messungen gut geeignet. Fundamental wird die Verteilung der Lichtstärken mit einem Goniophotometer nacheinander in allen Richtungen gemessen und abschließend numerisch zum Lichtstrom integriert – ein heute bevorzugtes Messverfahren, wenn kleinste Messunsicherheiten erreicht werden müssen.

Es hätte nahegelegen, die Lichtstromeinheit „Lumen“ – wegen ihrer herausragenden Bedeutung – als SI-Basiseinheit der Photometrie zu verwenden. Dies wurde tatsächlich auch erwogen, als die noch heute gültige Definition der SI-Basiseinheit der Lichtstärke beschlossen wurde. Doch die Integration über den gesamten Raumwinkel hätte zusätzliche Beiträge zur Messunsicherheit der Basiseinheit zur Folge gehabt. Dies konnte durch die Deklaration der Candela als SI-Basiseinheit der Lichtstärke vermieden werden.

Parallel zur Entwicklung der verschiedenen Technologien der Lichterzeugung wurde auch die Lichtmesstechnik zunehmend wichtiger. Beginnend in den letzten beiden Dekaden des 19. Jahrhunderts waren die treibenden Kräfte für die Weiterentwicklung der Lichtmesstechnik sowohl im europäischen Ausland als auch im damaligen Deutschen Kaiserreich die technischen Vereine und die Vereinigungen der Gasfachleute. Das Hauptproblem war hierbei zunächst, eine geeignete Referenzlampe zu entwickeln, die hinreichend stabil Licht erzeugte und reproduzierbar genug war, um als Normal (engl. *standard*) bzw. Repräsentant einer Lichteinheit zu dienen. Hier setzten die verschiedenen Staaten unterschiedliche Konzepte ein.

Die ersten Normale waren Wachskerzen. Sie eigneten sich bezüglich Konstanz und Reproduzierbarkeit im 18. Jahrhundert am besten. Die durch sie verkörperte Einheit nannte man daher auch einfach „Kerze“. Im 19. Jahrhundert kamen dann verschiedene Öllampen zum Einsatz, die vor der Entdeckung des Petroleums tierische oder pflanzliche Öle, wie Rapsöl, verbrannten. Eine derartige Normallampe mit Runddocht wurde um 1800 in Paris von Bertrand Guillaume Carcel (1750–1812) entwickelt und in Frankreich eingesetzt. Die Lichtstärke der Carcellampe betrug ungefähr 10 Kerzen. Obwohl die Abmessungen der Lampe genau festgelegt waren, war die Einheit stark von der Qualität des verwendeten Sommerrapsöls abhängig, von dem über eine uhrwerkgetriebene Pumpe bei Betrieb eine definierte Menge verbrannt werden musste. Der Engländer A. G. Vernon Harcourt (1834–1919) entwickelte 1877 die Pentanlampe, die als photometrisches Normal in England

eingesetzt wurde. Sie hatte in ihrer ursprünglichen Bauform eine Lichtstärke von etwa einer Kerze. Auch bei diesem dochtlosen Flammennormal wurde die Bauform und Geometrie sowie das verwendete Material sehr genau vorgegeben. Ein anderer Weg wurde um 1909 nach Einführung der Kohlefadenlampe in den USA, England und Frankreich beschritten. Hier etablierte man über mehrere Sätze von Kohlefadenlampen, die untereinander verglichen wurden, eine gemeinsame Einheit, die „Internationale Kerze“, die 1921 der „Internationalen Beleuchtungskommission“ CIE zur allgemeinen Verwendung vorgeschlagen wurde [2].

In Deutschland schlug Friedrich von Hefner-Alteneck, ein Mitarbeiter von Werner von Siemens, 1884 ein Flammennormal vor (siehe Bild 1), welches alle anderen bis dahin bekannten an Zuverlässigkeit und Handhabbarkeit übertraf.



Bild 1:  
Hefner-Lampe

Dieses später als Hefner-Lampe bezeichnete Lichtnormal wurde außerhalb Deutschlands auch noch in Österreich und in den skandinavischen Ländern eingesetzt. Die Hefner-Lampe wurde unter genau definierten Bedingungen betrieben, die wie folgt festgelegt waren:

*Als Lichteinheit dient die (in horizontaler Richtung ausgestrahlte) Lichtstärke einer in ruhig stehender, reiner atmosphärischer Luft frei brennenden Flamme, welche aus dem Querschnitt eines massiven mit Amylzetat gesättigten Dochtes aufsteigt,*

*der ein kreisrundes Dochtöhrchen aus Neusilber von 8 mm innerem und 8,3 mm äußerem Durchmesser und 25 mm freistehender Länge vollkommen ausfüllt, bei einer Flammenhöhe von 40 mm vom Rande des Dochtöhrchens aus und wenigstens 10 Minuten nach dem Anzünden gemessen [3].*

Maßgeblich beteiligt am Fortschritt der Lichtmesstechnik war die damals noch junge Physikalisch-Technische Reichsanstalt, die bereits 1888, ein Jahr nach ihrer Gründung, vom Deutschen Verein für Gas- und Wasserfachmänner gebeten wurde, bei der Berechnung des allgemein anerkannten Lichtmaßes mitzuwirken und ein international anerkanntes Lichthauptnormal herzustellen. Otto Lummer (1860–1925), Eugen Brodhun (1860–1938) und Emil Liebenthal (geb. 1859) nahmen sich dieser Aufgabe an. Während Lummer und Brodhun die Entwicklung wesentlich leistungsfähigerer visueller Photometer für die Bestimmung der Lichtstärke von Lampen vorantrieben (siehe Bild 2), übernahm Liebenthal die Prüfung und Beglaubigung der Hefner-Lampe und legte 1893 fest, dass zur vollständigen Definition der Einheit der Lichtstärke die Hefner-Lampe bei 760 mm Barometerstand und einer Luftfeuchtigkeit von 8,8 Litern auf 1 cbm trockener, kohlendioxidfreier Luft brennen muss [3, 4].

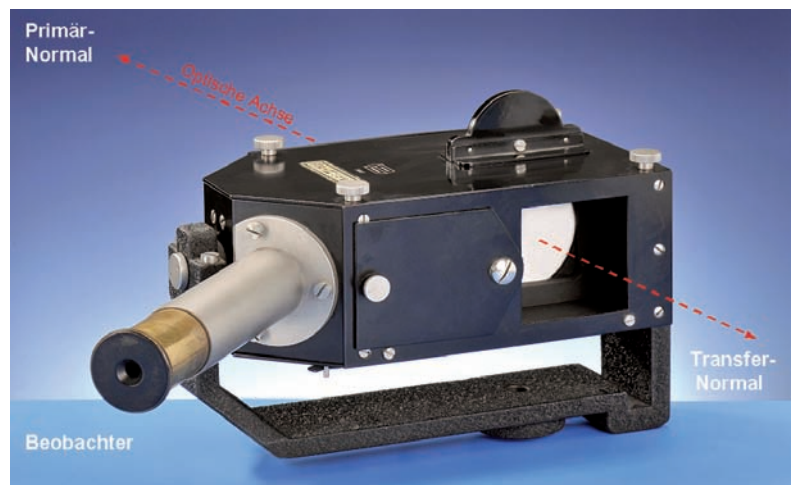


Bild 2:  
Lummer-Brodhun-Kontrastphotometer

Die Hefner-Lampe war damit ein reines Primärnormal mit immer gleichen Eigenschaften. Sie repräsentierte die Lichtstärkeeinheit, die allgemein Hefnerkerze [HK] genannt wurde, mit einer relativen Messunsicherheit von 1,5 % und hatte in Deutschland von 1896 bis 1941 Gültigkeit [5].

Eine andere Entwicklung ging in Frankreich von J. L. G. Violle (1841–1923) aus. Sie führte zur Violle-Einheit und verwendete direkt die Oberfläche geschmolzenen Platins als Lichtquelle. Diese Einheit wurde 1889 zwar vom 2. International Elec-

trical Congress als „decimal candle“ vorgeschlagen, jedoch wenige Jahre später durch die Hefner-Kerze ersetzt, da sich die Reflexionseigenschaften der Oberfläche als nicht stabil genug erwiesen. Die grundlegende Idee, die hohe Temperatur geschmolzenen Platins auszunutzen, wurde in den USA aufgegriffen. Dort wurde der Erstarrungspunkt geschmolzenen Platins zur Stabilisierung der Temperatur eines Hohlraumstrahlers verwendet, dessen Strahlung als Lichtstärkeeinheit dienen konnte.

Dieser Vorschlag wurde von der „Internationalen Beleuchtungskommission“ (CIE) dem „Internationalen Komitee für Maß und Gewicht“ (CIPM) vorgetragen und dort durch die Gründung eines speziellen Labors für die Photometrie beim BIPM (Bureau International des Poids et Mesures) unterstützt sowie schließlich 1937 als Lichtstärkeeinheit „Neue Candela“ zur Einführung im Jahr 1941 beschlossen [6]. Verzögert durch den 2. Weltkrieg, wurde der Beschluss erst 1948 weltweit verwirklicht und legte die erste und einzige international gültige Definition zur Realisierung der Einheit der Lichtstärke als „Primär-Normal“, nunmehr mit dem Namen „Candela“, fest. Die Candela-Definition 1948 nach geringer Modifikation 1967 lautet:

*1 Candela ist die Lichtstärke senkrecht zu 1/600 000 m<sup>2</sup> der Oberfläche eines Schwarzen Strahlers bei der Temperatur des beim Druck 101 325 m<sup>-1</sup> kg<sup>-2</sup> erstarrenden Platins.*

Bei der Einführung des „Internationalen Einheitensystems“ (SI) im Jahre 1960 wurde diese Definition der SI-Basis-Einheit „Candela“ für die Lichtstärke beschlossen und sie legte den Schwarzen Strahler im Bad des erstarrenden Platins als „Primär-Normal“ für die Lichtstärke fest. Allerdings musste zur Realisierung ein solcher Strahler wirklich aufgebaut und betrieben werden (Bild 3). Das ist ein Aufwand, der nur von wenigen Nationalen Metrologischen Instituten (NMI) geleistet werden konnte.

Schon bald gab es daher das Bestreben, mit anderen Verfahren zur Realisierung der Lichtstärke-Einheit zu gelangen. In der Definition steht nicht der Wert der Temperatur des erstarrenden Platins, sondern nur die Wirkung bei eben dieser Temperatur. Falls jedoch die Temperatur bekannt ist, so kann mit Hilfe der Planck-Funktion die spektrale Verteilung der Hohlraumstrahlung berechnet werden und eine Realisierung über radiometrische Verfahren ermöglicht werden. Der Temperaturwert schien lange hinreichend gut bekannt zu sein, denn die Internationale praktische Temperaturskala (IPTS68) lieferte  $T_{Pt} = 2045$  K. Untersuchungen 1972 lieferten dagegen den Wert  $T_{Pt} = 2040,75$  K, wodurch sich eine radiometrisch basierte Realisierung der Lichtstärke-Einheit um 2,2 % vergrößerte [7].

Wegen der großen wirtschaftlichen Bedeutung der photometrischen Einheiten war eine solche Diskrepanz nicht hinzunehmen, und nach intensiven Untersuchungen und langen Beratungen wurde schließlich die Definition der Candela geändert. Dabei gab es zwei wesentliche Ziele. Die Einheit selbst sollte nicht geändert werden und die Realisierung sollte auf vielen unterschiedlichen Wegen ermöglicht werden. Dazu beschloss die Generalkonferenz beim CIPM 1979:

*Die Candela ist die Lichtstärke in einer bestimmten Richtung einer Strahlungsquelle, welche monochromatische Strahlung der Frequenz  $540 \cdot 10^{12}$  Hertz aussendet und deren Strahlstärke in dieser Richtung 1/683 Watt durch Steradian beträgt.*

Beim flüchtigen Lesen wird diese Definition gelegentlich wie die Festlegung eines „Primär-Normals“, jetzt mit monochromatischer Strahlung, interpretiert, was sie definitiv nicht ist. In den „Principles governing Photometry“ [8], empfohlen vom Comité Consultatif de Photométrie et Radiométrie (CCPR) und 1983 durch das CIPM veröffentlicht, ist der Umgang mit dieser Definition erklärt: Sie legt ausschließlich den Umrechnungsfaktor  $K_{Def} = 683$  cd sr/W zwischen photometrischen und radiometrischen Größen an der Stelle genau einer Wellenlänge  $\lambda_{Def} = 555,016$  nm entsprechend der Frequenz von  $540 \cdot 10^{12}$  Hz fest. Das bedeutet als wichtigste Konsequenz, die SI-Basiseinheit ist nicht mehr unabhängig, sondern muss zur Realisierung rückgeführt werden, z. B. auf das Watt.

Deshalb wird dann gelegentlich diskutiert, diese SI-Basiseinheit zu streichen. Das aber würde zur Änderung aller Werte photometrischer und lichttechnischer Größen führen, da im kohärenten SI-Einheitensystem der Faktor 1/683 nur durch eine eigene Basiseinheit implementiert werden kann.

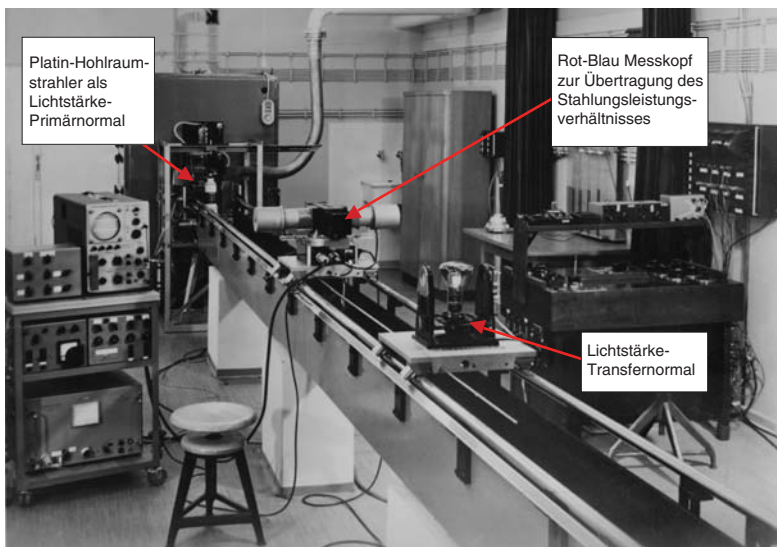


Bild 3: Messaufbau zur Realisierung und Weitergabe der Candela mit dem Platin-Primärnormal (um 1967)

Als weiterer Grund wird gelegentlich behauptet, die photometrischen Einheiten seien physiologisch durch den Hellempfindlichkeitsgrad des menschlichen Auges geprägt. Dies ist – wie auch die Zusammenfassung der historischen Entwicklungen zeigt – nicht so: Alle bisherigen Definitionen zur Realisierung der Einheit der Lichtstärke einschließlich der heute gültigen, wurden erstellt, ohne den Hellempfindlichkeitsgrad  $V(\lambda)$  auch nur zu erwähnen. Die Einheitsdefinition würde daher selbst für Lebewesen oder Empfänger, deren Hellempfindlichkeitsgrad von dem des Menschen abweicht, ihren Sinn bewahren – vorausgesetzt, deren lichtempfindliche Sensoren hätten bei  $\lambda_{\text{Def}} \cong 555 \text{ nm}$  eine messbare Empfindlichkeit. Die Bewertungsfunktion  $V(\lambda)$  und andere bekommen erst dann Bedeutung, wenn die Größe Lichtstärke bewertet werden soll oder wenn die Werte photometrischer Größen aus spektraleradiometrischen Verteilungen berechnet werden sollen. Dies ist ein möglicher Weg, jedoch nicht der einzige.

Gelegentlich ist auch das Verhältnis der in der Vergangenheit verwendeten Lichtstärkeeinheiten von Interesse. Die Angabe ist etwas schwierig, da die definierten Quellen unterschiedliche Lichtfarben hatten und sich diese auf den Wert des Verhältnisses auswirken. Die Lichtfarbe von Temperaturstrahlern kann durch die Verteilungstemperatur  $T_V$  gekennzeichnet werden, und für den Bereich  $2000 \text{ K} \leq T_V \leq 2600 \text{ K}$  und die Definitionen „Internationale Kerze“ [IK], „Hefner Kerze“ [HK] und „Candela“ [cd] gelten die Verhältnisse [9]:

$$\frac{\text{IK}}{\text{HK}} = 1,11 \dots 1,17 \quad \text{und}$$

$$\frac{\text{cd}}{\text{HK}} = 1,107 \dots 1,166 \quad \text{und}$$

$$\frac{\text{cd}}{\text{IK}} = 0,981$$

## 2 Hellempfindlichkeitsgrad und weitere visuelle Bewertungsfunktionen

Bis zur Mitte des 20. Jahrhunderts wurde Licht ausschließlich durch visuelle Photometrie, also vergleichend zwischen Test- und Referenzlampe, gemessen – mit dem Auge als Empfänger. Die Bewertung der Lichtqualität erfolgte so ganz automatisch mit dem einzig verfügbaren Empfänger, dem Auge und seiner spektralen Empfindlichkeit. Jetzt stehen physikalische Empfänger zur Verfügung, mit denen optische Strahlung gemessen werden kann. Inzwischen wird in der Photometrie und in der Lichtmesstechnik ausschließlich mit physikalischen Empfängern gemessen. Um deren Funktion der spektralen Empfindlichkeit an die

des Auges anzupassen, wurde es wichtig, den Hellempfindlichkeitsgrad  $V(\lambda)$ , d. h. die relative spektrale Empfindlichkeit des Auges, zu bestimmen.

Erste Untersuchungen des Hellempfindlichkeitsgrades mit nur wenigen Probanden wurden 1924 von der CIE veröffentlicht und zeigten einen glockenförmigen Verlauf für Wellenlängen zwischen 360 nm und 830 nm mit einem Maximum bei 555 nm. Genauere Untersuchungen verdeutlichten schnell, dass wenigstens zwei Kriterien unterschieden werden müssen: die Größe des betrachteten Gesichtsfeldes und der Bereich der Helligkeit. Dies hat ganz wesentlich mit dem Aufbau des menschlichen Auges und dem Vorgang des Sehens zu tun. Außerdem konnte eine deutliche Streuung zwischen verschiedenen Probanden festgestellt werden, so z. B. auch zwischen jüngeren und älteren Menschen.

Um dennoch wenigstens im Mittel Hellempfindlichkeitsgrade angeben zu können, wurden sogenannte Beobachter unterschieden: Der 2°-Beobachter  $K(\lambda) = K_m \cdot V(\lambda)$  für das Sehen bei kleinen Objekten und der 10°-Beobachter  $V_{10}(\lambda)$  für ausgedehnte Szenarien. Außerdem wird das Sehen im photopischen Bereich  $V(\lambda)$ , also bei Tageslicht, unterschieden vom Sehen bei sehr geringer Helligkeit, dem skotopischen Bereich  $K'(\lambda) = K'_m \cdot V'(\lambda)$  der Helligkeiten. Der Bereich dazwischen heißt mesopisch, doch bisher ist international noch kein Beobachter verbindlich für diesen Bereich definiert worden. Die skotopische Bewertungsfunktion  $V'(\lambda)$  hat wieder einen glockenförmigen Verlauf im Spektralbereich zwischen 380 nm und 780 nm mit einem Maximum bei 508 nm. Wegen der erheblich höheren Empfindlichkeit schneiden sich die beiden Bewertungsfunktionen  $K(\lambda_{\text{Def}}) = K'(\lambda_{\text{Def}})$  nahe beim Maximum der  $V(\lambda)$ -Funktion, d. h. bei der in der Candela-Definition angegebenen Wellenlänge  $\lambda_{\text{Def}} = 555,016 \text{ nm}$ . Das ist der wesentliche Grund dafür, dass die Candela-Definition gleichermaßen für beide Bewertungen gilt und so eben gerade unabhängig von der Bewertungsfunktion ist (Bild 4).

Im photopischen Bereich der Helligkeiten können Farben erkannt werden, die durch Empfindlichkeiten entsprechend den Normspektralwertfunktionen  $\bar{x}(\lambda)$ ,  $\bar{y}(\lambda)$ ,  $\bar{z}(\lambda)$  beschrieben werden, mit der Nebenbedingung  $\bar{y}(\lambda) \equiv V(\lambda)$ . Im Gegensatz zum Farbsehen werden im skotopischen Bereich nur Grautöne gesehen, aber mit einer etwa 2,5-fach größeren Empfindlichkeit.

Die Untersuchungen und Festlegungen von Bewertungsfunktionen fallen in den Verantwortungsbereich der CIE, während alle Definitionen der Einheiten und die Verwendung der Bewertungsfunktionen vom CIPM verantwortet werden und dort in den „Principles governing Photometry“ vorgeschrieben sind. Die photopische Lichtstärke  $I_v$  („v“ für visuell) mit der Einheit cd für den



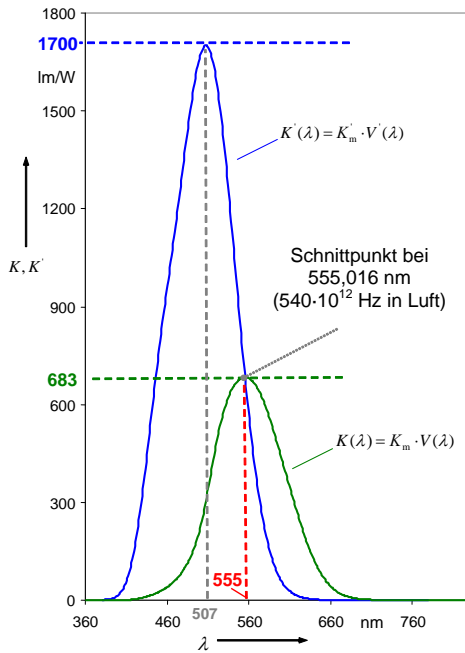


Bild 4: Strahlungsäquivalent für photopische und skotopische Hellempfindlichkeit

2°-Beobachter einer Lichtquelle mit der spektralen Verteilung der Strahlstärke  $I_{e,\lambda}(\lambda)$  („e“ für energetisch) kann aus der Bewertung mit  $V(\lambda)$  und dem Faktor  $K_{Def} = 683 \text{ cd sr/W}$  aus der Definition der Candela für die Wellenlänge  $\lambda_{Def} = 555,016 \text{ nm}$  berechnet werden.

$$I_v = K_m \cdot \int_0^\infty I_{e,\lambda}(\lambda) \cdot V(\lambda) \cdot d\lambda \quad \text{mit}$$

$$K_m = \frac{K_{Def}}{V(\lambda_{Def})} \approx 683 \frac{\text{cd sr}}{\text{W}}$$

Ebenso kann die skotopische Lichtstärke  $I'_v$  mit derselben Einheit cd berechnet werden.

$$I'_v = K'_m \cdot \int_0^\infty I_{e,\lambda}(\lambda) \cdot V'(\lambda) \cdot d\lambda \quad \text{mit}$$

$$K'_m = \frac{K_{Def}}{V'(\lambda_{Def})} \approx 1700 \frac{\text{cd sr}}{\text{W}}$$

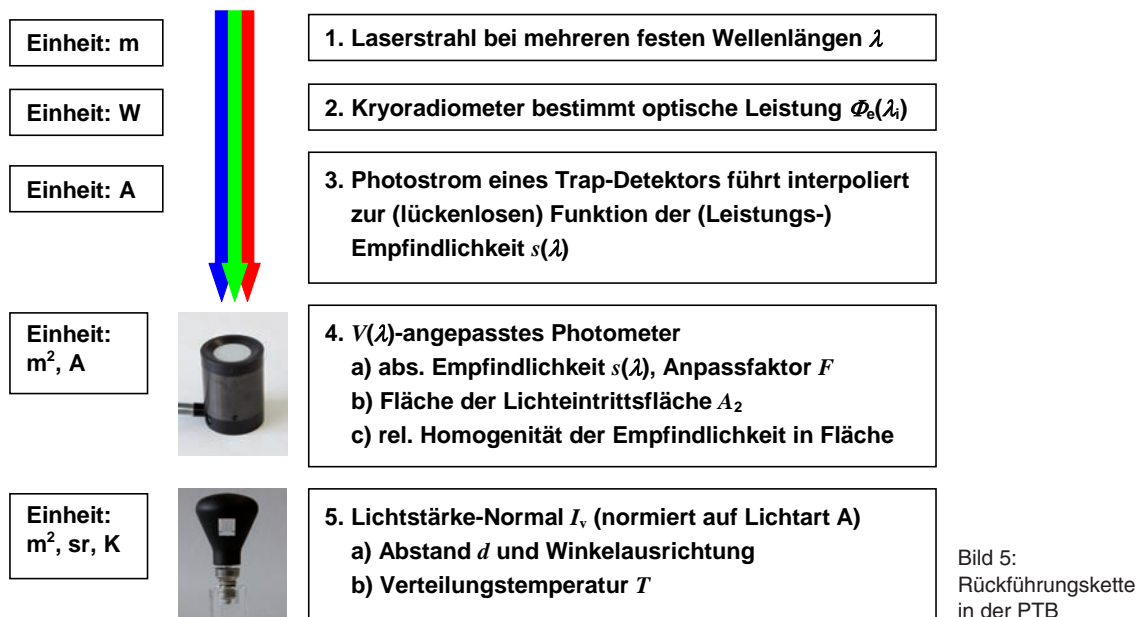
Hier ist der Hinweis wichtig, dass die Einheit nicht zwischen den verschiedenen Bewertungen unterscheidet. Da aufgrund der unterschiedlichen Wertebereiche eine eindeutige Zuordnung der Lichtstärke für skotopische und photopische Beleuchtungssituationen gegeben ist, erübrigt sich im Prinzip eine besondere Kennzeichnung der Lichtstärke. Darum sind Formulierungen wie „skotopische Candela“ definitiv falsch, es ist allenfalls erlaubt, von einem skotopischen Lichtstärkewert mit der Einheit Candela zu berichten, um die zurzeit im Allgemeinen unübliche Verwendung der Bewertungsfunktion  $V(\lambda)$  zu unterstreichen.

### 3 Realisierung und Darstellung der SI-Basiseinheit Candela heute

Oft wird der Einheit der Lichtstärke eine Sonderstellung unter den 7 SI-Basiseinheiten zugeschrieben, da sie ja „im Wesentlichen durch eine physiologische Komponente, der Hellempfindlichkeit des menschlichen Auges“, geprägt sei. Hier wird nicht zwischen Größe und Einheit unterschieden – ein wichtiger Sachverhalt, der im vorstehenden Abschnitt erklärt wurde. Festzuhalten ist jedoch, dass natürlich alle SI-Basiseinheiten eine „physiologische“ Komponente enthalten, da ihr Sinn ja gerade darin besteht, die Umwelt für den Menschen mit seinem Ereignishorizont und seinen Schnittstellen zu naturwissenschaftlichen oder technischen Vorgängen metrologisch in einer zusammenhängenden Form beschreibbar zu gestalten, und zwar mit Einheiten, die diesen menschlichen Dimensionen angemessen sind.

Die Candela-Definition war gerade so erfolgt, dass die Lichtstärke-Einheit nicht verändert wurde. Deshalb kann praktisch mit dem Schwarzen Strahler im Bad des erstarrenden Platins auch mit der neuen Definition der Candela die zugehörige Lichtstärke realisiert werden. Jetzt können aber auch Hohlraumstrahler mit beliebiger Temperatur verwendet werden oder sogar Strahler, deren spektrale Strahlstärke z. B. rückgeführt auf radiometrische Normale gemessen wurde.

In der PTB wird ein Weg verfolgt, der zunächst recht kompliziert erscheint, jedoch die Beiträge zur Messunsicherheit minimiert. Eine Anordnung mit Lasern, die in ausgesuchten Wellenlängenbereichen bei genau bestimmbareren Wellenlängen sehr konstante Strahlung emittiert, bestrahlt wechselweise einen sogenannten „Trap-Detektor“ und ein Kryoradiometer. Das Kryoradiometer kann die optische Strahlungsleistung eines Lasers direkt mit einer elektrischen Leistung vergleichen. Ein Vergleich der über das Kryoradiometer bestimmten elektrischen Leistung mit dem gemessenen Photostrom des Trap-Detektors ergibt die Empfindlichkeit des Trap-Detektors für die Wellenlänge des Lasers als Quotient aus seinem Photostrom und der zuvor bestimmten Leistung der Laserstrahlung. Dieser Vorgang wird für Laserstrahlung zu hinreichend vielen Wellenlängen wiederholt und ergibt schließlich mithilfe eines physikalischen Modells des verwendeten Trap-Detektors die Funktion der spektralen Empfindlichkeit des Trap-Detektors. Über einen weiteren Vergleich wird mit diesem nun als Transfornormal fungierenden radiometrischen Empfänger im nächsten Schritt im homogenen Strahlungsfeld von z. B. durchstimmbaren Lasern die spektrale Empfindlichkeit  $s(\lambda)$  von photometrischen Empfängern für die lichttechnische Größe „Beleuchtungsstärke“ (mit der abgeleiteten Einheit  $\text{lux} = \text{cd sr/m}^2$ ) bestimmt. Die relative Empfind-



lichkeitsfunktion solcher Photometer ist durch geeignete Glasfilter sehr gut an  $V(\lambda)$  angepasst. Aus der Beleuchtungsstärke, die eine spezielle Normallampe auf der Empfängerfläche eines in dieser Form kalibrierten Photometers erzeugt, wird für geeignete Geometrien die Lichtstärke der Normallampe für genau festgelegte Betriebsbedingungen bestimmt, und zwar mit kleinstmöglicher Messunsicherheit der Werte (Bild 5). Über die letzten beiden Schritte findet die in der Definition der Candela enthaltene Transformation einer leistungsbezogenen Größe zu der über ein Raumwinkelement definierten Größe der Lichtstärke statt.

In der PTB wird eine in dieser Weise über ein Netzwerk von Photometern realisierte Lichtstärke-Einheit einmal im Jahr verglichen. Dies geschieht mit der über ein Netzwerk von vielen (zurzeit 22 Stück) Normallampen bewahrten Einheit, um die Güte und die Vertrauenswürdigkeit sowohl der Realisierung als auch der Bewahrung zu prüfen. Die Daten der *national* realisierten und bewahrten Einheit sind über mehrere Jahrzehnte rückverfolgbar und stellen auch die Basis der Einträge zur Photometrie in den sogenannten CMC-Listen (Calibration and Measurement Capabilities) des BIPM dar. Mit weiteren Photometern und Normallampen wird parallel dazu der *internationale* Referenzwert für die Lichtstärkeeinheit bewahrt, der über einen weltweiten Vergleich im Rahmen eines sogenannten „CCPR-key comparison“ gefunden wurde, bei dem die PTB als Pilot-Labor fungierte. Schließlich werden an Industrie und Forschung kalibrierte Photometer und Lichtquellen der verschiedensten Art als Transfornormale für die Basiseinheit Candela und weiterer abgeleiteter photometrischer SI-Einheiten weitergegeben, wobei hier besonders kleine Messunsicherheiten durch Substitutionsverfahren erreicht werden.

#### 4 Zukünftige Entwicklungen und Anforderungen an die Weitergabe photometrischer Größen

War die Photometrie des letzten Jahrhunderts bis 1979 geprägt von der Suche nach einer adäquaten Realisierung der Einheit der Lichtstärke und deren geeignetsten Definition, so stehen heute Fragen einerseits nach der Rückführbarkeit (engl. traceability) und andererseits nach spezielleren photometrischen „Beobachtern“ im Vordergrund, die das Sehen des Menschen noch genauer beschreiben.

Moderne Beleuchtungssysteme sind zunehmend dadurch gekennzeichnet, dass nicht nur Lichtquellen mit hoher Lichtausbeute (z. B. Leuchtdioden (LEDs), Energiesparlampen, Halogenglühlampen) verwendet werden, sondern dass auch die Lichtverteilung durch berechnete Reflektoroptiken optimiert wird. Um dies zu ermöglichen, ist es unbedingt erforderlich, die winkelabhängige Strahlungsverteilung der Lichtquellen zu kennen und deren photometrischen Größen sehr genau zu charakterisieren bzw. zu spezifizieren. Hierzu sind Messwerte mit sehr kleinen Unsicherheiten erforderlich, was aufgrund der normativen Vorgaben im Beleuchtungswesen die Frage nach der korrekten Rückführung der verwendeten Einheiten aufwirft, d. h. also nach der Rückverfolgbarkeit im Rahmen einer lückenlosen Kalibrierkette mit ihren beigeordneten Messunsicherheiten. Dies gilt insbesondere auch für die neu eingeführten Messverfahren basierend auf Digitalkameras, die dem Nutzer ortsauflösende Informationen über photometrische Größen liefern. Erschwerend kommt hier hinzu, dass die Messgeräte der klassischen Photometrie im Allgemeinen für die CIE-Normlichtart A kalibriert sind – entsprechend dem

„gelblichen“ Licht einer Glühlampe oder genauer wie das Licht eines Hohlraumstrahlers mit der Temperatur von 2856 K. Dies kann zu großen Messabweichungen führen, insbesondere bei der Messung des Lichtes von Energiesparlampen oder von Leuchtdioden, welches nur einzelne ausgeprägte spektrale Farbanteile (z. B. Rot, Grün und Blau) enthält. Zur Korrektur solcher Abweichungen sind zusätzlich spektral aufgelöste Messungen des Lichtspektrums notwendig. Spektrale Messungen sind unumgänglich, wenn neben Farbort und ähnlichster Farbtemperatur auch der Farbwiedergabe-Index des Lichtes einer Lichtquelle bestimmt werden soll. Technologiebedingt ist dies essenziell bei Beleuchtungssystemen, die auf Leuchtdioden basieren. Die Messunsicherheit bei spektral auflösenden Messungen wird jedoch meistens sehr unterschätzt, und für absolute Messungen ist eine korrekte Rückführung zurzeit noch sehr problematisch, da einige Beiträge zur Messunsicherheit durch die Wirkung von Korrelationen nur schwer zugänglich sind.

Die Industrie hilft sich in diesen Fällen zunehmend damit, „Prüfverfahren“ zu definieren, die mit einem vorgegebenen Messmittel unter genau definierten Prüfbedingungen einen Messwert erzielen, dessen „Einheit“ durch die Prüfbedingung mit einer gewissen Genauigkeit in einem Toleranzbereich realisiert wird. Beispiele aus der Vergangenheit sind hier das *ANSI-LUMEN*, welches ein Maß für den gerichteten Lichtstrom eines Projektors ist, oder die mittlere Lichtstärke  $I_{LED,A}$  oder  $I_{LED,B}$ , die ein gewisses Maß für die Lichtstärke einer einzelnen LED unter definierten Messbedingungen darstellt. Derartige „Kenngrößen“ sind nicht auf die von der SI-Basiseinheit Candela abgeleiteten Einheiten für Lichtstrom und Lichtstärke etc. rückgeführt, und die Werte dieser Kenngrößen lassen sich nicht ineinander umrechnen. Diese Kennwerte sind lediglich geeignet, ähnliche Produkte unterschiedlicher Hersteller unter definierten Bedingungen untereinander zu vergleichen. Der multidimensionalen Eigenschaft des Lichtes ist es jedoch geschuldet,

dass derartige Prüfverfahren in der Photometrie und Farbmessstechnik für den Nutzer nur sehr bedingt von Nutzen sind, da die Randbedingung ihrer Anwendung im Allgemeinen nicht in allen metrologischen Dimensionen mit der Prüfungsbedingung übereinstimmt.

War es früher hinreichend, den Gesamtlichtstrom einer Lichtquelle zu erfassen, benötigen die Lampen- und Leuchtendesigner heute zunehmend die sogenannten Strahlenkörper der Lichtquellen. Diese Strahlenkörper (engl. ray files) geben die auf der Quelle existierende örtlich aufgelöste und winkelabhängige Leuchtdichteverteilung der Strahlung wieder (Bild 6).

Strahlenkörper können direkt in Computersimulationen genutzt werden, um die Strahlungsverteilung einer neuen Leuchte absolut zu berechnen, d. h. die Optimierung von Lichtquelle + Reflektor/ Optik + Gehäuse für die geplante Anwendung. Aufwendiger Prototypenbau wird damit stark reduziert. Sowohl in der PTB als auch in anderen nationalen Metrologieinstituten und internationalen Gremien wird heute mit Nachdruck daran gearbeitet, normative Randbedingungen und noch offene metrologische Fragen für die Rückführung und Messunsicherheitsberechnung von Strahlenkörpern zu klären.

Neben diesen messtechnischen Anforderungen bei der Rückführung auf die SI-Basiseinheit Candela werden in den internationalen Gremien für die Zukunft auch Änderungen und Erweiterungen in der Formulierung der Candela-Definition und deren Ausführungsbestimmung (franz. mises en pratique) diskutiert.

Eine angedachte Reformulierung der Definition der SI-Basiseinheiten könnte unter anderem erreichen, dass die derzeit oft als Ausführungsbestimmung formulierten Basiseinheiten durch einen ausschließlichen Bezug auf Naturkonstanten beschrieben werden. In Zukunft würde deutlicher zwischen der Definition der Einheit und ihrer Realisierung unterschieden. In der Definition der Candela würde dann z. B. lediglich gefordert, dass das photometrische Strahlungsäquivalent bei der

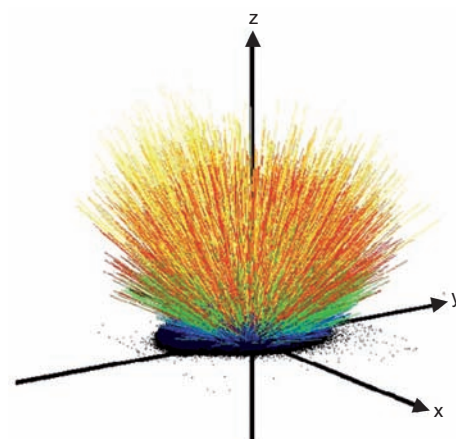
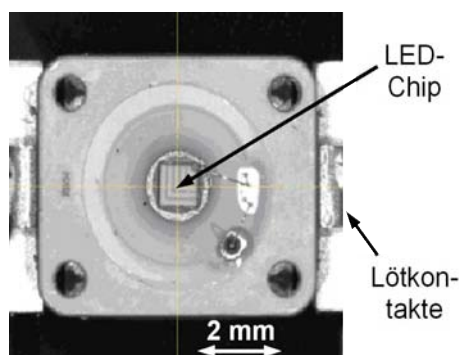


Bild 6: LED-Chip einer Hochleistungs-LED und zugehöriger Strahlenkörper

Frequenz von  $540 \cdot 10^{12}$  Hz gerade 683 Lumen pro Watt beträgt. In der Candela-Definition würde damit das photometrische Strahlungsäquivalent als festgelegter Umrechnungsfaktor eine Quasi-Naturkonstante darstellen. Der Bezug zu einer Quelle würde in der Einheitsdefinition – wie genau genommen auch jetzt schon – fehlen. Die Randbedingungen für die Realisierung würden vollständig in den zugehörigen Ausführungsbestimmungen erläutert werden.

In diesem Zusammenhang sind auch derzeitige Bestrebungen zu nennen, den Wert des photometrischen Strahlungsäquivalents statt auf das Watt, durch abgeleitete SI-Einheit für Leistung, zusätzlich auf eine Zahl von Photonen pro Sekunde zurückzuführen, deren Energie ( $h\nu$ ) der Frequenz  $\nu = 540 \cdot 10^{12}$  Hz entspricht. Eine derartige Umwandlung, die oft auch „Quantum-Candela“ genannt wird, würde jedoch an der Natur des Strahlungsäquivalents als Quasi-Naturkonstante nichts ändern. Der Sinn einer derartigen Darstellung ist jedoch zumindest fragwürdig, berücksichtigt man die Verwirrung in der Photometrie, die z. B. durch eine photonenbezogene statt leistungsbezogene Angabe der Effizienz einer Lichtquelle hervorgerufen würde.

Bezüglich der Ausführungsbestimmung zur Candela wird derzeit die Einbeziehung weiterer photometrischer Beobachter diskutiert. Zur Diskussion stehen hier insbesondere der mesopische Beobachter für Messgrößen im Bereich des Dämmerungssehens, der  $10^\circ$ -Beobachter und auch die Einführung von Beobachtern, die die altersabhängige Veränderung der Hellempfindlichkeit des menschlichen Auges berücksichtigen.

Eine entsprechende Empfehlung zur Darstellung mesopischer Größen wurde bereits von der CIE veröffentlicht [10] und wird derzeit vom CCPR geprüft. Da die zukünftige mesopische Bewertungsfunktion genauso wie die existierenden photopischen und skotopischen Bewertungsfunktionen unterschiedliche Wirkungen der Lichtstärke eindeutig abbilden, ist wegen der Überschneidung der Wertebereiche eine besondere Kennzeichnung der photometrischen Messwerte für diese Bereiche erforderlich. An den Einheiten ändert sich jedoch nichts.

Aber auch für die anderen oben genannten Beobachter wird die adäquate Anwendung neuer Bewertungsfunktionen von der Industrie und den Planungsbüros erwartet. Ziel ist hier eine für den Kunden transparente Beschreibung des technisch Machbaren für bestimmte, häufig angefragte Randbedingungen. Wie bereits oben angedeutet, muss in all diesen Fällen die Definition der Einheit und der Name unverändert bleiben. Da aber die zur Diskussion stehenden Beobachter für identische Lichtsituationen (Beleuchtungs- oder Signalanwendung) unterschiedliche quantitative

Bewertungen ergeben, wird es zwingend notwendig, entweder immer den Gültigkeitsbereich der gemessenen photometrischen Messwerte mit anzugeben oder aber stattdessen dimensionslose Anpassungsfaktoren zu bestimmen, die dem bisherigen Normal-Beobachter als möglicher Korrekturwert beigeordnet werden. In welcher Form dies letztendlich realisiert wird, ist zur Zeit noch offen.

Festzuhalten bleibt, dass – ähnlich wie bei den anderen sechs SI-Basiseinheiten – die wachsenden messtechnischen Möglichkeiten auf der einen Seite und die steigenden Anforderungen aus der Industrie aufgrund des technologischen Fortschritts auf der anderen Seite eine Anpassung der Candela und ihrer Ausführungsbestimmungen an die aktuellen Bedürfnisse wünschenswert machen. Bei allen möglichen Änderungswünschen in Bezug auf die SI-Basiseinheit Candela sowie der von ihr abgeleiteten Einheiten hat jedoch die Kohärenz, die Stabilität und die Eindeutigkeit des Einheitensystems für alle Nutzer im Vordergrund zu stehen. ■

## Literaturverzeichnis

- [1] *Walsh, John W. T.*: Photometry. London : Constable and Company Ltd., 1958.
- [2] Photometric Standards and the Unit of Light, Notes on Applied Science, No. National Physical Laboratory, Teddington : National Physical Laboratory, 1961, Bd. No. 24.
- [3] *Lux, H.*: Das moderne Beleuchtungswesen. Leipzig : Verlage B. G. Teubner, 1914.
- [4] *Cahan, D.*: Die Physikalisch-Technische Reichsanstalt 1887–1918. [Hrsg.] *J. Bortfeldt, W. Hauser, H. Rechenberg*: Forschen–Messen–Prüfen, 100 Jahre Physikalisch-Technische Reichsanstalt/Bundesanstalt 1887–1987.: Physik Verlag, 1987.
- [5] *Korte, H.*: Die Einheit Lichtstärke. Zeitschrift für Instrumentenkunde **70**, (1962), S. 139
- [6] BIPM. Le Bureau International des Poids et Mesures. Sèvres : Bureau International des Poids et Mesures, 1975, ISBN 92-822-2031-1.
- [7] *Bauer, G.*: Die Candela. Die SI Basiseinheiten, Definition, Entwicklung, Realisierung. PTB-Mitteilungen **85**, (1975) Heft1
- [8] BIPM. Principles Governing Photometry. Sèvres : Bureau International des Poids et Mesures, 1983
- [9] *Reeb, Otto*: Grundlagen der Photometrie. Karlsruhe: Verlag G. Braun, 1962
- [10] CIE. CIE191:2010 Recommended System for Mesopic Photometry Based on Visual Performance. Vienna : CIE, 2010.



# Naturkonstanten und das „neue SI“

Jörn Stenger<sup>1</sup> und Bernd R. L. Siebert<sup>2</sup>

## Gliederung

Zusammenfassung

- 1 Einführung
- 2 Allgemeine Anforderungen an ein Einheitensystem
- 3 Ein hypothetisches, minimales Einheitensystem
- 4 Fundamentalkonstanten
- 5 Diskussion und Schlussfolgerung

Anhang

Literaturangaben

## Zusammenfassung

Das Internationale Komitee für Maß und Gewicht (CIPM) hat empfohlen, die sieben Basiseinheiten des Internationalen Einheitensystems (SI) durch eine exakte Festlegung von Naturkonstanten neu zu definieren. Art und Anzahl dieser Naturkonstanten sind in einem gewissen Rahmen der erforderlichen Konsistenz und Vollständigkeit frei wählbar. Die nach einer intensiven internationalen Diskussion getroffene Auswahl der Naturkonstanten, ihre Abhängigkeiten untereinander und die Unsicherheiten, mit denen sie gemäß der bestehenden SI-Definition gemessen werden können, werden diskutiert.

### 1 Einführung

Messen heißt stets vergleichen. Bei jedem Messvorgang wird das Ergebnis als Teil oder Vielfaches einer bekannten Referenz ausgedrückt, auf die sich die Kalibrierung der Messvorrichtung bezieht. Diese Referenz muss auf Einheiten rückführbar sein, damit der Wert einer gemessenen Größe als Vielfaches einer Einheit darstellbar ist. Daher müssen Einheiten nicht nur definiert, sondern auch für die Anwendung (Weitergabe) realisiert werden. Einheiten kann man grundsätzlich auf verschiedene Arten festlegen und realisieren:

- Artefakte, wie z. B. das Urkilogramm
- Materialparameter, wie z. B. der Tripelpunkt von Wasser für die Einheit Kelvin,
- idealisierte Messvorschriften, wie z. B. beim Ampere
- Naturkonstanten, wie etwa die Lichtgeschwindigkeit bei der Einheit Meter.

Im Falle einer Definition über ein Artefakt entspricht die Definition bereits der Realisierung. Das ist zwar konzeptionell einfach und anschaulich, hat aber den Nachteil, dass es grundsätzlich keine Vergleiche mit anderen primären Realisierungen geben kann und möglicher Verlust, Beschädigung oder jegliche Art von Veränderungen ein Risiko darstellen. Die anderen drei oben genannten Arten der Einheitsdefinition sind zunehmend abstrakt beziehungsweise idealisiert. Bei ihnen sind Realisierungen von den Definitionen konzeptionell getrennt, sodass grundsätzlich an jedem Ort und zu jeder Zeit die Einheit dargestellt werden kann. Zudem erlauben Vergleiche zwischen primären Realisierungen die Überprüfung ihrer Qualität.

Grundsätzlich erschwert ein zunehmender Abstraktionsgrad zwar die Realisierung, erlaubt aber auch stabilere und genauere Messungen. Die Einheitsdefinitionen auf der Basis der Festlegung von Naturkonstanten entsprechen einem Idealzustand, da Driften ausgeschlossen sind und keine Materialparameter eingehen. Es muss allerdings auch möglich sein, die entsprechende Einheit für die praktische Anwendung zu realisieren. Konzeption des sogenannten „neuen SI“ ist es, alle Basiseinheiten und damit indirekt auch alle abgeleiteten Einheiten nur noch über die Festlegung von Naturkonstanten zu definieren und ihre Realisierung und Weitergabe mithilfe sogenannter *mises en pratique* zu regeln.

Ein Blick in die Geschichte der Metrologie zeigt, wie sich dieser konsequente Ansatz entwickelt hat. Für mehrere Einheiten wurden sukzessive Neudefinitionen weg von Artefakten und Materialparametern vorgenommen. Dies geschah immer dann, wenn die Nachteile aufgrund von Driften oder unzulänglich bekannten Materialparametern zu gravierend geworden waren.

Ein Beispiel ist die Sekunde. Sie wurde früher als Bruchteil der Dauer eines Sonnentages und später als Bruchteil der Zeit festgelegt, die die Erde während des Jahres 1900 zur Umkreisung der Sonne benötigte, nachdem genauere Messungen gezeigt hatten, dass die Dauer der Sonnentage nicht immer gleich lang ist. Die Zeit, die die Erde zur Umkreisung der Sonne braucht, hängt ab von den Massen der Sonne, der Erde, des Mondes sowie anderen Massen und weiteren Parametern,

<sup>1</sup> Dr. Joern Stenger,  
Mitglied des Präsidiums  
E-Mail:  
joern.stenger@ptb.de

<sup>2</sup> Dr. Bernd R. L.  
Siebert  
E-Mail:  
bernd-r-l.siebert@t-online.de

die nicht invariant sind. Die „astronomische“ Sekunde war im Rahmen der obigen Kategorisierung über Materialparameter definiert. Sie hatte den Vorteil, dass sie in jedem entsprechend ausgerüsteten Labor überall auf der Erde dargestellt werden konnte, jedoch den Nachteil einer inhärenten Drift. Im Jahr 1968 schließlich wählte man den Bezug auf eine Naturkonstante, in dem die Sekunde als ein Vielfaches der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Cäsium-133-Atomen entsprechenden Strahlung definiert wurde.

Am Beispiel der Einheit Meter sieht man die Entwicklungsschritte von Artefakten hin zu einer Naturkonstanten besonders klar. Ausgehend von einer Vielzahl von höchstens punktuell vergleichbaren unabhängigen Artefakten, wie z. B. an Marktplätzen angebrachten Ellen, versuchte man mit der Definition des Meters durch ein „primäres“ Artefakt, das einem Vierzigmillionstel des Erdumfangs am Äquator entsprechen sollte, eine internationale Harmonisierung durchzuführen. Als auch die so erreichbaren Unsicherheiten unzureichend geworden waren, bezog man im Jahr 1960 das Meter auf eine Naturkonstante. So wurde das Meter als Vielfaches der Wellenlänge der von  $^{86}\text{Kr}$ -Atomen beim Übergang vom Zustand  $5d_5$  zum Zustand  $2p_{10}$  ausgesandten ausbreitenden Strahlung im Vakuum gewählt. Mit der Cäsium-basierten Definition der Sekunde waren nun zwei Basiseinheiten im Wesentlichen auf gleiche Weise definiert worden, nämlich über die Frequenzen atomarer Übergänge. Meter und Sekunde sind über die fundamentale Beziehung  $c = \lambda \nu$  miteinander verknüpft. Mit der Annahme, dass die Lichtgeschwindigkeit  $c$  in allen realistisch denkbaren Skalenbereichen für Meter und Sekunde konstant ist, wurde das Meter schließlich 1983 über die Festlegung der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum an die mit sehr viel geringerer Unsicherheit realisierbare Sekunde gekoppelt.

Der Wunsch, Einheiten überall darstellen zu können, ohne auf ein Artefakt oder eine möglichst exakte Kopie des Artefakts angewiesen zu sein, führte bei einer Reihe von weiteren Einheiten zu Definitionen, die auf Mess- und Bauvorschriften beruhten, die es jedem entsprechend ausgerüsteten Labor überall auf der Erde ermöglichten, Einheiten darzustellen. Beispiele hierfür sind das Weston-Normalelement für die Darstellung von 1,01865 V (bei 20 °C) oder die Tripelpunktzelle für Wasser (gasfrei und mit definierter Isotopenzusammensetzung) zur Darstellung der Temperatur von 273,16 K. Die dadurch erreichte erhöhte Stabilität und Vergleichbarkeit wurde durch einen erhöhten Aufwand erkauft, da es die Umsetzung dieser Definitionen erfordert, eine Vielzahl darin enthaltener Materialparameter und Messbe-

dingungen einzuhalten. Ferner konnte man die Werte der Materialparameter zwar zum Teil sehr gut messen, aber einige davon nicht theoretisch erklären.

Die Neudefinitionen der Basiseinheiten sehen u. a. eine Festlegung der Elementarladung  $e$ , des Planckschen Wirkungsquantums  $h$  und der Boltzmann-Konstanten  $k_B$  vor. Primäre Realisierungen des Kelvin können sich dann auf die thermodynamische Temperatur etwa eines Hohlraumstrahlers beziehen. Das Volt wird sich über den Josephson-Effekt primär darstellen lassen und das Ohm über den Quanten-Hall Effekt, wie es im inoffiziellen „SI<sub>90</sub>“ bereits seit mehr als 20 Jahren geschieht. Daran erkennt man auch bereits eine weitere Eigenschaft der Neudefinitionen. Volt und Ohm lassen sich genauso wie die Basiseinheit Ampere direkt auf die festgelegten Naturkonstanten beziehen und belegen, dass die Unterscheidung zwischen Basiseinheiten und abgeleiteten Einheiten im Grunde hinfällig ist.

Derzeit ist das Kilogramm die einzige noch durch ein Artefakt definierte Einheit. Es wurde nun vorgeschlagen, das Kilogramm dadurch neu zu definieren, dass der Wert des Planckschen Wirkungsquantums  $h$  festgelegt wird. Dies entspricht einem konzeptionellen Sprung vom Artefakt hin zu einer abstrakten Formulierung, wie es ihn in der Metrologie noch nie gegeben hat. Es gibt keine Realisierung, die das Kilogramm ausschließlich auf das Plancksche Wirkungsquantum zurückführen könnte, dessen SI-Einheit der Wirkung  $[h] = \text{kg m s}^{-1}$  entspricht. Wenn also der Zahlenwert  $\{h\}$  in SI-Einheiten festgelegt wird und Meter und Sekunde definiert sind, dann ist dadurch auch das Kilogramm definiert. Es kann experimentell mittels der Wattwaage [1] realisiert werden. Diese spezielle Apparatur erfordert aber neben der Festlegung von  $\{h\}$  sowie  $\{\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}\}$  und  $\{c\}$  für Sekunde und Meter auch definierte elektrische Einheiten, die man z. B. durch Festlegung der Elementarladung erhalte.

Aufgrund dieser offensichtlichen Verknüpfung der Einheiten stellt sich die Frage, inwieweit die Festlegungen frei wählbar sind und an welcher Stelle durch Überbestimmung Inkonsistenzen auftreten können.

Im Folgenden werden zunächst allgemeine Anforderungen an ein Einheitensystem erörtert. Anhand der Konstruktion eines hypothetischen, minimalen Einheitensystems wird dann verdeutlicht, in welcher Form die Einheiten voneinander abhängen. Schließlich wird erörtert, wie verlässlich die neuesten Werte derjenigen Fundamentalkonstanten sind, die im neuen SI verwendet werden sollen.

## 2 Allgemeine Anforderungen an ein Einheitensystem

Das Internationale Einheitensystem, das SI, wurde unter dieser Bezeichnung 1960 von der Generalversammlung der Meterkonvention (GCPM) eingeführt. Es ist heute in fast allen Ländern offiziell etabliert und hat sich in der Praxis erfolgreich durchgesetzt. Seit seiner Einführung hat das SI wesentliche Erweiterungen, Neudefinitionen und Anpassungen an den neuesten Stand der Messtechnik erfahren. Die derzeit gültige Version erschien in 2006 [2]. Ausführliche Darstellung des SI und der internationalen Metrologie findet man in [3] und [4].

Messungen sind allgegenwärtig im täglichen Leben, in der Wirtschaft und in der Wissenschaft. Diese Bereiche haben unterschiedliche Anforderungen [5]. Um deutlich zu machen, dass das SI nicht in erster Linie der Physik dient, sondern den unzähligen praktischen Anwendungen, und um zu verstehen, warum das Einheitensystem so stark geprägt ist von der historischen Entwicklung und jede Neudefinition auch eine politische Komponente enthält, fassen wir diese allgemeinen Anforderungen im Folgenden kurz zusammen.

Bild 1 zeigt die an das SI gestellten Anforderungen. Sie betreffen selbstverständlich auch das neue SI. Die bei der Gründung der Meterkonvention gestellte ideelle Forderung „*À tous les temps, à tous les peuples*“ gilt auch für das SI unverändert, aber es muss sich auch wachsenden und wandelnden Anforderungen stellen. Die *Gesellschaft* erwartet, dass Einheiten für Messungen im täglichen Leben eindeutig sind und dass man sie verstehen kann. Daraus folgt, dass man mit möglichst wenigen Einheiten die Werte der häufig gebrauchten Größen praktisch ausdrücken können sollte und dass man zusammengesetzte Einheiten leicht verstehen kann. Ferner sollten sich Einheiten und ihre Definitionen möglichst wenig ändern, da Änderungen Kosten verursachen und erfahrungsgemäß die alten Definitionen noch lange neben den neuen weiterverwendet werden. Die *Wirtschaft* stellt mit Einschränkungen dieselben Anforderungen wie die Gesellschaft, fordert aber darüber hinaus in stärkerem Maße, dass das Einheitensystem weltweit gültig und vergleichbar ist und dass die Einheiten rückführbar sind. Die weltweite Gültigkeit vermeidet Konversionen, die fehlerhaft sein können, und sie erlaubt, zusammen mit der Rückführbarkeit, eine einheitliche Normung von Produkten und Produktteilen und den Handel mit ihnen. Die *Wissenschaft* schließlich braucht ein kohärentes Einheitensystem, in dem man Messwerte aller denkbaren Messungen einfach ausdrücken und umrechnen kann.



Bild 1: Anforderungen an die Definition von Basiseinheiten.

Für die Metrologen, die für die Bereitstellung der Realisierungen zuständig sind, um Rückführungen von Messergebnissen auf das SI zu ermöglichen, stellen sich metrologische Forderungen: Die Einheiten müssen so definiert sein, dass bei den Einheitenrealisierungen höchste Stabilität und geringste Messunsicherheiten möglich sind. Dies ist durch Vergleichsmessungen zu beweisen, möglichst mit unterschiedlichen Messprinzipien und von mehreren Arbeitsgruppen. Hierfür ist eine Trennung zwischen Definition und Realisierung von Einheiten notwendig.

## 3 Ein hypothetisches, minimales Einheitensystem

Um die Abhängigkeiten der Einheiten untereinander und die Bedeutung der Naturkonstanten in der Definition von Einheiten aufzuzeigen, konstruieren wir im Folgenden ein hypothetisches, minimales Einheitensystem. Dieses genügt natürlich nicht den im letzten Abschnitt aufgestellten Forderungen an ein praktikables Einheitensystem, sondern es soll lediglich die Abhängigkeiten von Einheiten untereinander und von Naturkonstanten aufzeigen.

Im Prinzip könnte man für jedes auf einem rationalen Skalenniveau beschreibbare Phänomen eine eigene Einheit einführen. Dies ist aber weder sinnvoll noch nötig, weil sich viele Phänomene aufgrund physikalischer Beziehungen durch Zusammensetzung weniger Basisgrößen beschreiben lassen.

Wenn nun physikalische Beziehungen zur Reduktion der Zahl der verwendeten Basisgrößen herangezogen werden, eine Basisgröße also in gewisser Weise durch ein physikalisches Gesetz substituiert wird, stellt sich die Frage nach dem Gültigkeitsbereich des verwendeten Gesetzes. Die Annahme einer universellen Allgemeingültigkeit des Gesetzes ist nicht erforderlich. Es ist ausreichend, wenn die Richtigkeit im Skalenbereich der realisierten Messgröße und im nötigen und realistischerweise möglichen Unsicherheitsbereich gewährleistet ist. Mögliche Abweichungen der Raumzeit von der euklidischen Geometrie



in astronomischen Entfernungen z. B. sind nicht relevant, da es keine Realisierung des Meters über solche Entfernungen geben kann. Ein anderes Beispiel ist die Einheit Sekunde: Sie ist definiert über die Frequenz eines Hyperfeinstrukturübergangs im Cäsiumatom. Wenn nun die Sekunde realistischere Weise nicht besser als mit einer relativen Unsicherheit von  $10^{-18}$  dargestellt und weitergegeben werden kann, ist etwa eine mögliche zeitliche Drift der diese Frequenz bestimmenden Feinstrukturkonstanten  $\alpha$  unerheblich, wenn  $|\Delta\alpha/\alpha|$  in einem überschaubaren Zeitrahmen deutlich kleiner ist als  $10^{-18}$ .

Die Frage, ob und wie weit ein Einheitensystem reduziert werden kann, ist also gleichbedeutend mit der Frage, ob man grundsätzlich Apparaturen bauen kann, die zwei Messgrößen miteinander verknüpfen und deren Funktionsweise man ausreichend gut innerhalb des dargestellten Skalenbereichs mit dem entsprechenden physikalischen Gesetz beschreiben kann.

Für die weitere Diskussion nehmen wir ohne Beweis an, dass sich alle physikalischen Einheiten mithilfe der Basiseinheiten darstellen lassen, und betrachten weiterhin nur noch die Abhängigkeiten zwischen den Basiseinheiten selbst:

Zeit,  $t$ , mit der Einheit Sekunde, s  
 Länge,  $l$ , mit der Einheit Meter, m  
 Masse,  $m$ , mit der Einheit Kilogramm, kg  
 elektrische Stromstärke,  $I$ , mit der Einheit Ampere, A  
 Temperatur,  $T$ , mit der Einheit Kelvin, K  
 Stoffmenge,  $n$ , mit der Einheit Mol, mol  
 Lichtstärke,  $I_v$ , mit der Einheit Candela, cd.

Wir untersuchen nun die Abhängigkeiten im bestehenden SI-System.

Die **Sekunde** ist als das 9 192 631 770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids  $^{133}\text{Cs}$  entsprechenden Strahlung definiert. Die inverse Periodendauer bezeichnen man mit  $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$ . Die Sekunde ist unabhängig von allen anderen Einheiten.

Das **Meter** ist an die Sekunde gekoppelt durch die Festlegung der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, deren Invarianz durch die spezielle Relativitätstheorie gefordert wird. Für ruhemasselose Teilchen im Vakuum gilt  $c_0 = \nu_0 \lambda_0$ . Die Lichtgeschwindigkeit  $c_0 = 299\,792\,458\text{ s}^{-1}\text{ m}$  ist exakt festgelegt, die relative Unsicherheit des von CODATA ausgeglichenen Wertes betrug kurz vor der Festlegung im Jahr 1983  $4 \cdot 10^{-9}$ .

Das Meter und die Sekunde beziehen sich nun somit gemeinsam auf  $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$ , und sind gewissermaßen durch die Festlegung der Konstanten  $c_0$  zwei Ausführungen der gleichen Einheit für die Raumzeit.

Das **Kilogramm**, die Einheit der Masse, ist definiert über die Masse des internationalen Kilogrammprototypen,  $m(\mathcal{K}) = 1\text{ kg}$ , und kann offensichtlich nicht aus anderen Basiseinheiten hergeleitet werden. Tatsächlich ist eine zeitliche Drift des Artefakts Urkilogramm möglich und grundsätzlich nicht exakt bestimmbar.

Das **Mol** ist definiert als „die Stoffmenge eines Systems, das aus ebenso vielen Einzelteilchen besteht, wie Atome in 0,012 Kilogramm des Kohlenstoffnuklids  $^{12}\text{C}$  enthalten sind“. Es ist nichts anderes als eine Zählereinheit, die der Avogadro-Konstanten  $N_A$  entspricht. Das Mol stellt offensichtlich keine grundsätzlich notwendige Basiseinheit dar. Da die Menge der Atome in 12 Gramm Kohlenstoff abzählbar ist, liegt gleichzeitig auch die atomare Masse von  $^{12}\text{C}$  fest. Der Nutzen der Einheit Mol ist es, statt einer inpraktikablen Zählung von ca.  $10^{23}$  Teilchen eine einfache Wägung vornehmen zu können.

Das **Kelvin** ist im Grunde nichts anderes als eine spezielle Energieeinheit und kann daher definiert werden als  $[T] = k_B \cdot 1\text{ J} = 1\text{ K}$ , wobei  $k_B$  Boltzmann-Konstante genannt wird, jedoch nichts anderes ist als ein frei wählbarer Skalierungsfaktor zwischen Energieeinheit und Temperatureinheit. Auch das Kelvin stellt keine grundsätzlich notwendige Basiseinheit dar.

Die Einheit der Energie,  $J = \text{Nm} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$ , ist abgeleitet und kann z. B. auf die kinetische Energie des beschleunigten Kilogrammprototypen

$$\text{bezogen werden}^1 \quad E = \frac{1}{2} m v^2.$$

Man kann nun geeignete Messapparaturen konstruieren, die die kinetische Energie in eine thermische Energie umwandeln.

Die Candela ist definiert als „die Lichtstärke in einer bestimmten Richtung einer Strahlungsquelle, die monochromatische Strahlung der Frequenz  $540 \cdot 10^{12}$  Hertz aussendet und deren Strahlstärke in dieser Richtung 1/683 Watt durch Steradian beträgt“. Die Candela entspricht einer Leistung, da der Steradian  $[\text{sr}] = [\text{m}^2/\text{m}^2]$  die Dimension eins hat. Die Candela stellt ebenfalls keine grundsätzlich notwendige Basiseinheit dar.

Die Einheit der Leistung,  $W = \text{J s}^{-1}$ , verknüpft Energie und Zeit.

Das **Ampere** ist definiert als „Stärke eines konstanten elektrischen Stromes, der, durch zwei parallele, geradlinige, unendlich lange und im Vakuum im Abstand von 1 Meter voneinander angeordnete Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern pro Meter Leiterlänge die Kraft  $2 \cdot 10^{-7}$  Newton hervorrufen würde“. Der Ampere-Definition liegen die elektromagnetischen Kraftgesetze zugrunde. Die elektrostatische Kraft zwischen Ladungen folgt dem Coulomb-Gesetz. Die inverse Wechselwirkungskonstante heißt elektrische Permeabilität

<sup>1</sup> Ggf. müssen relativistische Korrekturen berücksichtigt werden.

$\varepsilon_{\text{Index}}$ , wobei der Index das Material bezeichnet, in dem die Ladungen eingebettet sind; der Index 0 bezeichnet das Vakuum. Bewegte Ladungen erzeugen ein Magnetfeld. Ein Magnetfeld wirkt auf bewegte Ladungen ein, und daher werden zwei von parallelen Strömen  $i_{1,2}$  durchflossene Leiter von einer magnetischen Kraft angezogen. Die Wechselwirkungskonstante heißt magnetische Konstante  $\mu_{\text{Index}}$ . Die beiden Kopplungskonstanten sind durch die Beziehung  $\varepsilon_0^{-1} = \mu_0 c_0^2$  verknüpft. Die beiden Beziehungen lauten im SI-System:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^3} \mathbf{r} \quad \text{und} \quad d^2 \mathbf{F} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 d\mathbf{l}_1 \times (i_2 d\mathbf{l}_2) \times \mathbf{r}}{r^3}; \quad (3.1)$$

wobei  $d\mathbf{l}_1$  und  $d\mathbf{l}_2$  infinitesimale Längenvektoren entlang der beiden dünnen Drähte sind und das Symbol  $\times$  Vektormultiplikation indiziert. Durch Festlegung von  $\mu_0$  bezieht sich das Ampere auf die Krafteinheit Newton. Die Verwendung der oberen Gleichung in (3.1) unter Verwendung der Ladung statt des Stromes und der Festlegung von  $\varepsilon_0$  statt  $\mu_0$  würde zu einem analogen Ergebnis führen.

Das Ampere ist somit abhängig von der Sekunde, an die das Meter angeschlossen ist, vom Newton und von der Festlegung von  $\mu_0$  beziehungsweise  $\varepsilon_0$ , die über  $\varepsilon_0^{-1} = \mu_0 c_0^2$  zusammenhängen.

In der geltenden SI-Definition ist die Elementarladung  $e_0$  eine Messgröße. Der elektrische Strom  $I = \dot{e}_0$  entspricht der Zahl der Elementarladungen, die pro Zeiteinheit durch einen Leiter fließen. Eine Definition über die Festlegung der Elementarladung wäre naheliegend. Der elektrische Strom wäre ausschließlich auf die Einheit Sekunde bezogen und  $\varepsilon_0$  und  $\mu_0$  wären Messgrößen, die natürlich dann aber immer noch über  $\varepsilon_0^{-1} = \mu_0 c_0^2$  zusammenhängen. Der Vorteil der geltenden Definition war zum Zeitpunkt der Definition 1948 die Praktikabilität der Realisierung, da es damals nicht möglich war, einzelne Elektronen in ausreichender Menge und mit ausreichender Unsicherheit zu zählen. Wie Ahlers und Siegner in diesem Heft (S. 93) beschrieben, existieren jedoch mittlerweile verschiedene Ansätze zur Zählung einzelner Elektronen, die hinreichend große Ströme erlauben und damit dem Ziel einer Realisierung des Amperes über  $I = \dot{e}_0$  näher kommen.

Die Krafteinheit  $N = m \text{ kg s}^{-2}$  ist abgeleitet. Eine Realisierung kann entweder über die schwere Masse mittels Wägung des Kilogrammprototypen oder über die träge Masse mittels Beschleunigung des Kilogrammprototypen erfolgen. Für die schwere Masse gilt das Gravitationsgesetz

$$\mathbf{F} = -G \frac{M_1 M_2}{r^3} \mathbf{r}. \quad \text{Beide für das Messwesen relevanten Grundwechselwirkungen der Natur, die elektromagnetische Kraft und die Gravitations-$$

kraft, folgen einem gleichen Kraftgesetz.

Somit lassen sich Kilogramm und Coulomb (beziehungsweise Ampere) über das Gravitationsgesetz und das Coulombgesetz miteinander in ihrer Kraftwirkung vergleichen. Die sich daraus ergebende Konsistenzbedingung äußert sich in zwei Schlüsselexperimenten, die weiter unten behandelt werden: die Wattwaage und das Avogadro-Experiment.

Bisher haben wir also gesehen, dass die zwei Basiseinheiten Sekunde und Kilogramm, die über  $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$  und  $m(\mathcal{K})$  definiert sind, unabhängig sind und auch ausreichen, um mit Festlegungen der Zahlenwerte für  $c_0$ ,  $k_B$ ,  $N_A$  und  $e_0$  und mit geeigneten Messapparaturen alle weiteren Einheiten zu definieren.

Um dies hypothetisch auf nur eine Basiseinheit zu reduzieren, muss eine zusätzliche physikalische Beziehung herangezogen werden, die eine Masse mit einer Frequenz verbindet. Einen Ansatz liefert die De-Broglie-Beziehung

$$E = m_0 c_0^2 / \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c_0}\right)^2} = h f = h c_0 \lambda^{-1},$$

mit  $c_0 = \lambda f$ , sodass für die Einheit der Masse  $[M] = \text{const.} \cdot \text{s}^{-1} = 1 \text{ kg}$  gilt. Für eine Reduktion auf nur eine Basiseinheit über diese Beziehung müsste  $h$  festgelegt werden. Die Festlegung von  $h$  wäre willkürlich, wobei man den Zahlenwert sinnvollerweise so wählen würde, dass  $m_0 = m(\mathcal{K})$  ist. Schwierig, obwohl theoretisch möglich, ist die Konstruktion einer Einheitenrealisierung, da makroskopische Massen zu extrem hohen Frequenzen führen.

Eine Alternative wäre es, das Kilogramm auf das Mol zu beziehen, also über die Festlegung der Avogadro-Konstanten auf eine festgelegte Zahl von elementaren Teilchen wie Kohlenstoff- oder Siliziumatomen zu beziehen. Im Falle von Kohlenstoff entspräche dies der jetzigen Definition des Mol mit dem Unterschied, dass in umgekehrter Logik nicht die Masse, sondern die Avogadro-Konstante festgelegt wäre. Der Nachteil dieser Definition wäre jedoch, bei praktischen Realisierungen unweigerlich doch wieder Materialparameter wie Verunreinigungen oder Kristallfehlstellen berücksichtigen zu müssen.

In diesem Kapitel haben wir somit gezeigt, dass sich das bestehende SI mithilfe von konsistent festzulegenden Werten für  $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$ ,  $c_0$ ,  $k_B$ ,  $N_A$ ,  $e_0$  und  $h$  in ein neues System überführen lässt. Unter Zuhilfenahme einfacher, grundlegender physikalischer Beziehungen entspricht dieses System einem hypothetischen, minimalen Einheitensystem, das sich auf eine einzige Basiseinheit stützt. Es sei nochmal betont, dass dieses System nur eines von vielen möglichen ist, es wurde hier gewählt, weil es das für die Neudefinition gewählte ist.

### 4 Fundamentalkonstanten

In der oben geführten Diskussion wurde die Rolle von Fundamentalkonstanten und grundlegenden physikalischen Gesetzen bei der Einheitsdefinition verdeutlicht und festgestellt, dass man lediglich Konstanten festlegen muss, die teilweise den Charakter eines Skalierungsfaktors haben, um alle Messgrößen quantifizierbar zu machen. Die vom CIPM vorgeschlagenen Festlegungen von  $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$ ,  $c_0$ ,  $h$ ,  $e_0$ ,  $k_B$  und  $N_A$  bilden eine Möglichkeit, das SI folgendermaßen zu definieren [6]:

„Das Internationale Einheitensystem, das SI, wird durch folgende Festlegungen definiert:

- die Frequenz  $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$  des Hyperfeinstrukturübergangs des Grundzustands des Cäsiumatoms ist genau gleich 9 192 631 770 Hertz, Hz
- die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum  $c_0$  ist genau gleich 299 792 458 Meter durch Sekunde,  $\text{m s}^{-1}$
- die Planck-Konstante  $h$  ist genau gleich  $6,626\,06\text{X} \cdot 10^{-34}$  Joulesekunden, J s
- die Elementarladung  $e_0$  ist genau  $1,602\,17\text{X} \cdot 10^{-19}$  Coulomb, C
- die Boltzmann-Konstante  $k_B$  ist genau  $1,380\,65\text{X} \cdot 10^{-23}$  Joule durch Kelvin,  $\text{J K}^{-1}$
- die Avogadro-Konstante  $N_A$  ist genau  $6,022\,14\text{X} \cdot 10^{23}$  durch Mol,  $\text{mol}^{-1}$
- die spektrale Lichtausbeute  $K_{\text{CD}}$  einer monochromatischen Strahlung der Frequenz  $540 \cdot 10^{12}$  Hertz ist genau gleich 683 Lumen durch Watt,  $\text{lm W}^{-1}$ .“

X bezeichnet eine oder mehrere Dezimalstellen, die bis zur Neudefinition noch bestimmt werden sollen.

In diesem Kapitel wollen wir untersuchen, wie gut diese Naturkonstanten im bestehenden SI-Systems, in dem sie teilweise ja noch Messgrößen sind, bekannt sind.

Der Cäsium-Hyperfeinübergang und die Lichtgeschwindigkeit sind bereits exakt definiert. In der Logik der bisherigen Diskussion sind diese beiden Naturkonstanten frei wählbar, da  $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$  das gesamte Einheitensystem skaliert und die allgemeine Relativitätstheorie lediglich vorgibt, dass  $c_0$  konstant ist, nicht aber, wie lang ein Meter ist.

Die momentan verfügbaren Messwerte für  $h$  und  $e_0$  enthalten eine Inkonsistenz, die wir anhand der zwei Schlüsselexperimente Wattwaage und Bestimmung der Avogadro-Konstante diskutieren wollen. Für diese Diskussion betrachten wir eine alternative Möglichkeit, das SI festzulegen, die sich vom CCU-Vorschlag nur dadurch unterscheidet, dass anstatt des Planck'schen Wirkungsquantums  $h$  die Masse  $M(^{12}\text{C})$  festgelegt würde – diese Möglichkeit bezeichnen wir im Weiteren als „Alternative“.

Im Wattwaage-Experiment [1] wird in einem Magnetfeld in einem ersten Schritt eine Kraft auf

eine stromdurchflossene Spule erzeugt, die durch die Erdbeschleunigung  $g$  einer bekannten Masse  $m$  kompensiert wird. Die Strommessung wird durch eine mittels Quanten-Hall-Effekt realisierte Widerstandsmessung ( $R = r R_K$ ; wobei  $R_K$  die von Klitzing-Konstante ist und  $r$  eine Messzahl) und eine Spannungsmessung mit Josephson-Kontakten ( $U = u f_j / K_j$ ; wobei  $f_j$  und  $K_j$  die Josephson-Frequenz und -Konstante sind) realisiert. In einem zweiten Schritt wird die Spule in demselben Magnetfeld mit einer konstanten Geschwindigkeit  $v$  bewegt und die dabei in der Spule induzierte Spannung wieder mit Josephson-Kontakten gemessen. Unter der Annahme, dass Spule und Magnetfeld in beiden Schritten identisch wirken, kann man die entsprechenden Parameter aus den beiden Bestimmungsgleichungen eliminieren und erhält:

$$m = \frac{1}{r R_K} \frac{u_1 f_{j,1}}{K_j} \frac{u_2 f_{j,2}}{K_j} \frac{1}{g v} = \frac{u_1 f_{j,1} u_2 f_{j,2}}{r g v} \frac{1}{R_K K_j^2} \quad (4.1)$$

wobei  $m$  die Masse ist und  $h$  das Planck'sche Wirkungsquantum. Mit  $K_j = 2e/h$  und  $R_K = h/e^2$  folgt

$$h = m \frac{4 r g v}{u_1 f_{j,1} u_2 f_{j,2}}$$

Die Experimente ergeben derzeit für das Planck'sche Wirkungsquantum

$$h = 6,626\,068\,91(24) \cdot 10^{-34} \text{ Js, also } u_{\text{rel}}(h) = 3,6 \cdot 10^{-8} \text{ (Wattwaage NIST [7])}$$

$$h = 6,626\,070\,95(44) \cdot 10^{-34} \text{ Js, also } u_{\text{rel}}(h) = 6,6 \cdot 10^{-8} \text{ (Wattwaage NPL [8]),}$$

wobei eine aktuelle Auswertung auf eine auf  $u_{\text{rel}}(h) = 1,7 \cdot 10^{-7}$  zu erhöhende Unsicherheit bei der NPL Wattwaage hindeutet.

Das Avogadro Projekt [9] umfasst mehrere Teilaufgaben. Zwei Kugeln wurden aus einem  $^{28}\text{Si}$ -angereicherten Siliziumeinkristall gefertigt. Aus dem mittels Röntgeninterferometrie gemessenen Gitterabstand ermittelt man die Anzahldichte  $n$  der Siliziumatome. Die Volumina  $V$  der Kugeln werden mit einem Kugelinterferometer gemessen. Daraus ergibt sich die Zahl der Atome  $Vn$ . Die relative Isotopenverteilung und daraus die molare Masse  $M(\text{Si}_{\text{AVO}})$  ermittelt man mit einer modifizierten Isotopenverdünnungs-Massenspektrometrie, und misst schließlich die Masse  $m_{\text{AVO}}$  der ca. 1 kg schweren Kugeln mittels Wägung. Daraus folgt die Avogadro-Konstante:

$$N_A = \frac{M(\text{Si}_{\text{AVO}})}{m_{\text{AVO}}} Vn \quad (4.2)$$

Das aktuelle Messergebnis ist derzeit  $N_A = 6,022\,140\,78(18) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ , erreicht also eine relative Messunsicherheit von  $u_{\text{rel}}(N_A) = 3,0 \cdot 10^{-8}$  [10].

Das Plancksche Wirkungsquantum und die Avogadro-Konstante lassen sich über folgende Beziehung der molaren Planck-Konstanten mit einander vergleichen:

$$h N_A = h \frac{M_e}{m_e} = h M_e \frac{c \alpha^2}{2R_\infty} = M_u \frac{m_e}{m_u} \frac{c \alpha^2}{2R_\infty}$$

Hierbei bezeichnen  $M_e$  die molare Elektronenmasse,  $m_e$  die Masse eines einzelnen Elektrons,  $M_u = N_A m_u = 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$  die molare Masseneinheit,  $m_u$  die atomare Masseneinheit,  $\alpha = e_0^2 / 2c\epsilon_0 h$  die Feinstrukturkonstante und  $R_\infty = m_e e_0^4 / 8\epsilon_0^2 h^3 c$  die Rydberg-Konstante. Die relative atomare Masse des Elektrons  $m_e/m_u$  lässt sich über die Zyklotronresonanz in Penningfallenexperimenten mit einer relativen Unsicherheit von  $2,1 \cdot 10^{-9}$  messen, die Feinstrukturkonstante kann mit  $6,8 \cdot 10^{-10}$  und die Rydberg-Konstante mit  $6,6 \cdot 10^{-12}$  bestimmt werden (s. CODATA2006). Für die Gesamtmessunsicherheit der molaren Planck-Konstante ergibt sich [11]  
 $h N_A = 3,990\ 312\ 682\ 1 (57) \cdot 10^{-10} \text{ J s mol}^{-1}$ ,  
 also  $u_{\text{rel}}(h N_A) = 1,4 \cdot 10^{-9}$ .

Benutzt man diesen Wert und rechnet den experimentellen Wert für  $N_A$  in  $h$  um, ergibt sich  
 $h = 6,626\ 070\ 07 (20) \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ,  
 also  $u_{\text{rel}}(h) = 3,0 \cdot 10^{-8}$ .

Die Ergebnisse der Wattwaage des NIST und des Avogadroexperimentes unterscheiden sich also signifikant um  $1,7 \cdot 10^{-7}$ . Die Wattwaagen des NIST und des NPL liegen um  $3 \cdot 10^{-7}$  auseinander, wegen der größeren Messunsicherheiten bei der NPL Wattwaage jedoch mit geringerer statistischer Signifikanz. Diese Situation lässt sich grundsätzlich dadurch auflösen, dass man entweder durch weitere Messungen systematische Fehler erkennt, die zu einer Korrektur der Messergebnisse führen, oder dass in einem formalen Schritt die angegebenen Messunsicherheiten bis zur statistischen Konsistenz erhöht werden. Die letztere Vorgehensweise ist jedoch wissenschaftlich unbefriedigend, da die Festlegung des entsprechenden Unsicherheitsbeitrages ad hoc wäre und nicht auf der sorgfältigen Analyse der Messungen beruhte.

Tabelle 1 zeigt die 2006 von CODATA [11] angegebenen Werte der für das neue SI relevanten Naturkonstanten und die ihnen beigeordneten relativen Unsicherheiten  $u_{\text{rel}} \cdot 10^8$ . Zusätzlich werden auch die von CODATA 1986 angegebenen relativen Unsicherheiten aufgelistet und die relative Differenz der Werte von 2006 und 1986:

$$\Delta_{\text{rel}} = (x_{2006} - x_{1986}) / x_{2006}$$

Die letzte Spalte zeigt die Änderung des Wertes 2006 vom Wert 1986. Man sieht, dass abgesehen von  $k_B$  die Änderungen größer sind als die sowohl für 2006 als auch für 1986 angegebenen relativen Unsicherheiten ( $u_{\text{rel}} \cdot 10^8$  bzw.  $u_{\text{rel},86} \cdot 10^8$ ).

Dies wirft die Frage auf, ob alle angegebenen Unsicherheiten vergleichbar sind. Um Konsistenz sicherzustellen, müssen alle diese Unsicherheiten mit ein und derselben Vorgehensweise bestimmt werden. Die allgemein verbindliche Vorgehensweise ist die vom JCGM<sup>2</sup> empfohlene [12], die mit dem Akronym GUM für „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement“ bezeichnet wird. Dies wird im Anhang beschrieben.

Einen allgemeinen Überblick über Fundamentalkonstanten findet man in einem Handbucharartikel von Flowers und Petley [15], und die mittels eines Ausgleichsverfahrens bestimmten Zahlenwerte der Fundamentalkonstanten findet man in CODATA [11]. Dies wird ebenfalls im Anhang zusammengefasst.

### 5 Diskussion und Schlussfolgerung

Das „neue SI“ wird, wie vom Internationalen Komitee für Maß und Gewicht (CIPM) empfohlen, alle SI Einheiten auf einen Satz von exakt festgelegten Naturkonstanten stützen:  $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$ ,  $c_0$ ,  $h$ ,  $e_0$ ,  $k_B$  und  $N_A$ . Damit wird das lange angestrebte Ziel erreicht, nämlich „unvergängliche“ Einheiten zu definieren, anstatt sie auf „vergängliche“ Artefakte zu stützen.

Die Definitionen aller sieben Basiseinheiten bekommen eine einheitliche Form [6]. „Die/das (Name der Einheit), (Symbol der Einheit), ist die Einheit der (Basisgröße). Ihre Größe ist gegeben durch Festlegung des numerische Wertes von

<sup>2</sup> Joint Committee for Guidance in Measurement: Gemeinsames Komitee für Anleitung beim Messen

Tabelle 1:

Symbol	Wert 2006	SI-Einheit	in Basiseinheiten	$u_{\text{rel}} \cdot 10^8$	$u_{\text{rel},86} \cdot 10^8$	$\Delta_{\text{rel}} \cdot 10^8$
$h$	6,626 068 96	$10^{-34} \text{ J s}$	$10^{-34} \text{ s}^{-1} \text{ m}^2 \text{ kg}$	5	60	99
$N_A$	6,022 141 79	$10^{-23} \text{ mol}^{-1}$	$10^{-23} \text{ mol}^{-1}$	5	60	85
$e_0$	1,602 176 487	$10^{-19} \text{ C}$	$10^{-19} \text{ s A}$	2,7	30	-53
$K_J$	4,835 978 91	$10^{14} \text{ Hz V}^{-1}$	$10^{14} \text{ s}^2 \text{ m}^{-2} \text{ kg}^{-1} \text{ A}$	2,5	29	46
$R_K$	2,581 280 755 7	$10^4 \Omega$	$10^4 \text{ s}^{-2} \text{ m}^2 \text{ kg A}^{-2}$	0,070	4,6	7,6
$k_B$	1,380 650 4	$10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	$10^{-23} \text{ s}^{-2} \text{ m}^2 \text{ kg K}^{-1}$	170	870	-550

(Beschreibung der Fundamentalkonstante) auf exakt (Zahlenwert), wenn sie/es in (SI-Einheit(en)) ausgedrückt wird.“ Dadurch wird die Bedeutung der Fundamentalkonstanten hervorgehoben.

Die sieben Basiseinheiten werden in neuer Reihenfolge Sekunde, Meter, Kilogramm, Ampere, Kelvin, Mol, und Candela eingeführt, die eine gewisse Hierarchie andeutet. Die Art und Weise der praktischen Realisierung ist nicht explizit definiert. Jedoch hat die CGPM existierende *mises en pratiques* für alle Basiseinheiten als Voraussetzung für eine Neudefinition genannt.

In der Logik der Neudefinition ist eine Unterscheidung zwischen Basiseinheiten und abgeleiteten Einheiten hinfällig, wird aber aus historischen Gründen und aus Gründen der Akzeptanz der Neudefinition beibehalten. Solange die Konsistenz sichergestellt ist, sind die Zahlenwerte der Konstanten willkürlich. Alles andere als eine Neudefinition, die zu kontinuierlichen numerischen Messwerten führt, wäre jedoch nicht akzeptabel. Dies gewährleistet man dadurch, dass man die im bestehenden SI mit Unsicherheit behafteten Messgrößen für die entsprechenden Konstanten verwendet und ihnen die Unsicherheit null zuordnet. Im Gegenzug werden bisher exakte Größen wie das Urkilogramm oder die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_0$  zu Messgrößen mit einer Unsicherheit.

Die dritte von der CGPM formulierte Voraussetzung [13], neben der ausreichend guten Datenqualität für die Konstanten und die Beschreibungen der *mises en pratique*, ist die allgemeine Bekanntmachung, eine ausreichende öffentliche Diskussion und eine allgemeine Akzeptanz. Die Neudefinition ist jedoch abstrakt und die allgemeine Akzeptanz ist schwer zu quantifizieren, so dass diese Aufgabe, ebenso wie die beiden anderen Voraussetzungen, als noch nicht vollständig umgesetzt angesehen werden muss.

### Anhang

Der Ansatzpunkt des GUM ist, dass man einer gemessenen Größe generell nicht nur einen Wert zuordnen kann, sondern aufgrund gegebener Information eine Wahrscheinlichkeitsverteilung vernünftigerweise möglicher Werte. Wenn man z. B. eine Spannung mit einem idealen digitalen Voltmeter exakt misst, dessen letzte Ziffer das Vielfache von  $10^{-n}$  Volt bedeutet, dann sind alle Werte aus dem durch Wert  $\pm 0,5 \cdot 10^{-n}$  V gegebenen Intervall gleichmöglich, d. h. der Messgröße wird eine Rechteckverteilung zugeordnet, deren Erwartungswert der abgelesene Messwert ist und deren Varianz  $1/12 \cdot 10^{-2n} V^2$  ist. In der Praxis gibt man meist nicht die Verteilung, sondern die Wurzel aus der Varianz an, die man als Unsicherheit bezeichnet. Weitere Unsicherheiten können hinzukommen. Das Gerät selbst kann eine dem

Kalibrierschein zu entnehmende Messabweichung  $\Delta V \pm u(\Delta V)$  haben, die Widerstände der Kontakte sind nicht exakt bekannt und so weiter. Der GUM fordert, eine Modellgleichung für die Messung aufzustellen, die die Ausgangsgröße  $Y$ , hier die gemessene Spannung, als Funktion aller relevanten Eingangs- und Einflussgrößen  $X_1, \dots, X_n$  darstellt. Diese Modellgleichung  $Y = f(X_1, \dots, X_n)$  wird durch eine Taylorreihe 1. Ordnung linearisiert. Dies liefert eine Gleichung für die möglichen Werte von  $Y$ , sie werden mit  $\eta$  bezeichnet, als Funktion der möglichen Werte der  $X_i$ , die mit  $\xi_i$  bezeichnet werden:

$$\eta = f(x_1, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial}{\partial X_i} f(X_1, \dots, X_n) \right|_{X_i=x_i} (\xi_i - x_i). \tag{A.1}$$

Die partiellen Ableitungen werden als Empfindlichkeitskoeffizienten  $c_i$  bezeichnet. Aus Gleichung (A.1) folgt,

$$EY = f(x_1, \dots, x_n) \quad \text{und} \quad \text{Var}Y = \mathbf{c}^T \mathbf{U}_x \mathbf{c}; \tag{A.2}$$

wobei  $\mathbf{c}^T = (c_1, \dots, c_n)$  und  $\mathbf{U}_x$  ist die Unsicherheitsmatrix für die Eingangs- und Einflussgrößen, für deren Elemente gilt  $u_{ij} = u(x_i)r(x_i, x_j)u(x_j)$ , wobei die  $r(x_i, x_j)$  Korrelationskoeffizienten sind, die für  $i = j$  den Wert 1 haben, sodass  $u_{ii} = u^2(x_i)$  gilt. Der Erwartungswert  $EY$  wird als bester Schätzwert  $y$  bezeichnet und die Wurzel aus der Varianz  $\text{Var} Y$  wird als die  $y$  beigeordnete Unsicherheit  $u(y)$  bezeichnet. Da meist viele Eingangsgrößen vorliegen, kann man annehmen, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung für  $Y$  eine Normalverteilung ist. In diesem Falle überdeckt das Intervall  $[y - u(y), y + u(y)]$  den gesuchten Wert der Messgröße mit der Wahrscheinlichkeit  $p = 0,68$ . Das vollständige Messergebnis ist nach GUM mit einer sogenannten erweiterten Messunsicherheit anzugeben, die einer Überdeckungswahrscheinlichkeit von  $p = 0,95$  entsprechen soll. Im Falle einer Normalverteilung gilt dann  $U = 1,96 u$  bzw. gerundet  $U = 2 u$ . Die Gleichungen (A.8) und (A.9) zeigen ein Anwendungsbeispiel.

Das von CODATA benutzte Ausgleichsverfahren ist ausführlich im CODATA Report 1998 [14] beschrieben, daher genügt es, das Verfahren hier nur kurz zu skizzieren. Wir halten uns eng an Appendix E in [14], aber wir passen die Schreibweise an, um eine klarere Darstellung zu erreichen. Statt Kovarianzmatrix benutzen wir den Begriff Unsicherheitsmatrix, und wir schreiben Vektoren mit kleinen und Matrizen mit großen fett-kursiven Buchstaben. Das Verfahren geht aus von  $n$  meist gemessenen, manchmal auch berechneten Werten  $\mathbf{q}^T = (q_1, \dots, q_n)$  und der Unsicherheitsmatrix  $\mathbf{U}_q$  und einem Satz von anzupassenden Konstan-

ten  $z_T = (z_1, \dots, z_m)$ ,  $m < n$  ausgewählt, z. B.  $z_1 = \alpha$  (Feinstrukturkonstante),  $z_2 = h$  (Planck-Konstante) und so weiter. Für jedes  $q_i$  gibt es eine sogenannte operationale Gleichung:  $q_i = f(z_1, \dots, z_m)$ . Die Auswahl der  $z_i$  muss dabei zwei Bedingungen genügen. Erstens, sie müssen insofern unabhängig voneinander sein, dass sich kein  $z_i$  als Funktion der anderen  $z_{j \neq i}$  ausdrücken lässt, und zweitens muss jedes  $z_i$  in mindestens einer operationalen Gleichung vorkommen. Abgesehen davon ist die Auswahl frei. Die getroffene Auswahl hat aber großen Einfluss auf die Werte der angepassten Konstanten; dies wird z. B. von Milton et al. [16] erörtert. Die operationalen Gleichungen sind meist nicht linear und sie werden daher durch eine Taylorreihe 1. Ordnung linearisiert, vergleiche Gleichung (A.1). Dies liefert:

$$q_i \doteq f_i(s_1, \dots, s_m) + \sum_{j=1}^m \frac{\partial}{\partial s_j} f_i(z_1, \dots, z_m) \Big|_{z_i=s_i} (z_j - s_i); \quad (\text{A.3})$$

wobei die Anfangswerte  $s_j$  so gewählt werden, dass sie möglichst nahe an den erwarteten Werten für die anzupassenden  $z_i$  liegen, im Englischen werden die  $s_j$  daher oft als „fiducial value“ bezeichnet, was man mit „aufgrund vorhandener Information geglaubte oder vertrauenswürdige Werte“ ins Deutsche übertragen kann. Das Zeichen  $\doteq$  soll darauf hinweisen, dass die Beziehung nicht exakt ist.

Um ein lineares Gleichungssystem in der üblichen Form zu erhalten, werden nun die Vektoren  $\mathbf{s}^T = (s_1, \dots, s_m)$ ,  $\mathbf{f}^T = (f_1(\mathbf{s}), \dots, f_n(\mathbf{s}))$ ,  $\mathbf{y} = \mathbf{q} - \mathbf{f}$  und  $\mathbf{x} = \mathbf{z} - \mathbf{s}$  und die Designmatrix  $\mathbf{A}$  eingeführt; die Elemente  $\alpha_{ij}$  sind die in Gleichung (A.3) gezeigten partiellen Ableitungen der  $i$ -ten operationalen Gleichung nach dem  $j$ -ten „fiducial value“. Damit erhält man das System linearer Gleichungen  $\mathbf{y} \doteq \mathbf{A}\mathbf{x}$ . Die Unsicherheitsmatrix  $\mathbf{U}_y$  ist identisch mit der Unsicherheitsmatrix  $\mathbf{U}_q$ , da die Komponenten des Vektors  $\mathbf{f}$  Konstanten sind, denen keine Unsicherheit beigeordnet ist. Die Lösung nach der Methode der kleinsten Quadrate lautet:

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{U}_x \mathbf{A}^T \mathbf{U}_y^{-1} \mathbf{y} \quad \text{mit} \quad \mathbf{U}_x = (\mathbf{A}^T \mathbf{U}_y^{-1} \mathbf{A})^{-1}; \quad (\text{A.4})$$

wobei die Komponenten von  $\mathbf{x}^*$  die angepassten Werte für die Komponenten  $\mathbf{x}$  sind, und  $\mathbf{U}_x$  ist die Unsicherheitsmatrix. Mithilfe von  $\mathbf{x}^*$  kann man nun auch ausgeglichene (angepasste) Werte für die Komponenten von  $\mathbf{y}$  und deren Unsicherheitsmatrix berechnen:  $\mathbf{y}^* = \mathbf{A}\mathbf{x}^*$  und  $\mathbf{U}_{y^*} = \mathbf{A}\mathbf{U}_x\mathbf{A}^T$ . Die eigentlich interessierenden ausgeglichenen Werte für  $\mathbf{q}^*$  und  $\mathbf{z}^*$  erhält man nun als:

$$\mathbf{z}^* = \mathbf{s} + \mathbf{x}^* \quad \text{und} \quad \mathbf{q}^* = \mathbf{f} + \mathbf{y}^*. \quad (\text{A.5})$$

Da die Komponenten des Vektors  $\mathbf{s}$  ebenso wie die des Vektors  $\mathbf{f}$  Konstanten sind, denen keine

Unsicherheit beigeordnet ist, gilt  $\mathbf{U}_{z^*} = \mathbf{U}_{x^*}$  und  $\mathbf{U}_{q^*} = \mathbf{U}_{y^*}$ . Das Verfahren wird nun  $k$  mal iteriert, indem man  $\mathbf{s}^{(k+1)} = \mathbf{z}^{*(k)}$  setzt. Wie groß  $k$  zu wählen ist, wird durch ein Abbruchkriterium bestimmt:

$$\sum_{j=1}^m \left( \frac{x_j^{*(k)}}{u(x_j^{*(k)})} \right)^2 < 10^{-20} \quad (\text{A.6})$$

Wenn das Verfahren das Abbruchkriterium erfüllt, dann wird die Konsistenz der gemessenen, oder manchmal auch berechneten Eingangsdaten mittels des Birge Chi-Quadrat-Test überprüft:

$$R_B = \sqrt{\chi^2 / (n - m)} = (\mathbf{q} - \mathbf{q}^{*(k)})^T \mathbf{U}_q^{-1} (\mathbf{q} - \mathbf{q}^{*(k)}). \quad (\text{A.7})$$

Die Differenz  $n - m$  wird als effektiver Freiheitsgrad  $\nu$  bezeichnet. Konsistenz wird angenommen, wenn  $R_B$  nicht signifikant größer ist als 1. Es ist anzumerken, dass ein zweiseitiger  $\chi^2$ -Test vorzuziehen wäre, da auch zu kleine Werte auf Inkonsistenz schließen lassen.

Auf eine Diskussion der Konvergenzeigenschaften des Verfahrens wird hier verzichtet und stattdessen auf eine grundlegende Arbeit von D. W. Marquardt [17] verwiesen.

Es ist nicht möglich, alle Fundamentalkonstanten in einem Gleichungssystem zusammenzufassen. So wird z. B. die Gravitationskonstante  $G$  separat ausgewertet. Dies stellt den Fall  $m = 1$  dar. Wenn man  $n$  experimentelle Ergebnisse  $q_i$  und deren Unsicherheitsmatrix  $\mathbf{U}_q$  hat, liefert eine analoge Anwendung von Gleichung (A.4) den ausgeglichenen Wert und die ihm beigeordnete Unsicherheit. Dabei ist die „Designmatrix“ lediglich ein Vektor  $\mathbf{a}^T = (1, \dots, 1)$  mit  $n$  Komponenten. Die Konsistenzprüfung wird wie oben gezeigt durchgeführt. Iterationen sind hier nicht nötig, da ein lineares Gleichungssystem vorliegt.

Mithilfe der ausgeglichenen Werte gelingt es zwar, mögliche Gleichungen wertmäßig gut zu erfüllen, jedoch nicht gleiche Unsicherheiten auf beiden Seiten der Gleichung zu erhalten [18]. Als Beispiel betrachten wir eine Gleichung, die die Rydberg-Konstante als Funktion der Feinstrukturkonstanten, der Elektronenruhemasse, der Lichtgeschwindigkeit und der Planck-Konstante darstellt:  $R_\infty = \alpha^2 m_e c / 2h$ . Der CODATA-2006 Wert für die linke Seite ist  $R_\infty = 1,097\,373\,156\,8527(73) \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ , d. h. die relative Unsicherheit ist  $6,67 \cdot 10^{-12}$ . Wenn man nun die rechte Seite heranzieht, erhält man den Wert  $1,097\,373\,157\,457 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ , der sich schon ab der 10-ten signifikanten Stelle vom ausgeglichenen Wert unterscheidet. Zur Ermittlung der Unsicherheit berechnet man nun die Empfindlichkeitskoeffizienten:

$$\frac{\partial R_\infty}{\partial \alpha} = 2 \frac{R_\infty}{\alpha}, \quad \frac{\partial R_\infty}{\partial m_e} = \frac{R_\infty}{m_e} \quad \text{und} \quad \frac{\partial R_\infty}{\partial h} = -\frac{R_\infty}{h} \quad (\text{A.8})$$

und nach Gleichung (A.1) folgt

$$\frac{u^2(R_\infty)}{R_\infty^2} = \left( 4 \frac{u^2(\alpha)}{\alpha^2} + \frac{u^2(m_e)}{m_e^2} + \frac{u^2(h)}{h^2} \right) + 2 \left[ \frac{u(\alpha)}{\alpha} \left( \frac{r(\alpha, m_e) \frac{u(m_e)}{m_e}}{r(\alpha, h) \frac{u(h)}{h}} - \frac{u(m_e)}{m_e} r(m_e, h) \frac{u(h)}{h} \right) \right] \quad (\text{A.9})$$

Wenn man nun ebenfalls CODATA-2006 Werte einsetzt, dann erhält man aus der ersten Zeile in Gleichung (A.9), also ohne Beachtung der Korrelationen, eine relative Unsicherheit von  $7,15 \cdot 10^{-8}$ . Wenn man nun die Korrelationen berücksichtigt, erhält man  $1,24 \cdot 10^{-8}$  und damit  $1,097\,373\,157(12) \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ . Dieses Ergebnis ist konsistent, denn der berechnete Wert,  $R_\infty = \alpha^2 m_e c / 2h$ , stimmt im Rahmen der dafür angegebenen Unsicherheit mit dem ausgeglichenen Wert für  $R_\infty$  überein. Das Ergebnis zeigt den großen Einfluss von Korrelationen.

Die Verlässlichkeit des Verfahrens hängt entscheidend davon ab, dass die Unsicherheitsmatrix für die Eingangsdaten korrekt erstellbar ist. CODATA überprüft zwar alle verwendeten Eingangsdaten, kann aber im Einzelnen nicht garantieren, dass alle angegebenen Unsicherheiten strikt nach GUM und weder zu „großzügig“ noch zu „kleinlich“ ermittelt wurden. Ein weiteres Problem kann man darin sehen, dass es schwierig ist, die Korrelation zwischen Messergebnissen zu erfassen, die zwar von unterschiedlichen Laboratorien stammen aber wegen des gleichen Messprinzips, durch Bezug auf dieselben Konstanten, z. B. bei elektrischen Messungen, korreliert sein können. Dabei handelt es sich um systematische Messabweichungen, die manchmal sehr schwer einzuschätzen sind. Daraus resultieren unterschiedliche Korrekturen und angenommene Unsicherheiten für diese Korrekturen. ■

### Literatur

[1] R. L. Steiner, E. R. Williams, D. B. Newell und R. Liu: Towards an electronic kilogram: an improved measurement of the Planck constant and electron mass, *Metrologia* **42**, (2005), 431–4412 BIPM: The International System of Units (SI) (8<sup>th</sup> edition). Herunterladbar von der BIPM Hauptseite: [http://www.bipm.org/en/si/si\\_brochure/general.html](http://www.bipm.org/en/si/si_brochure/general.html)

[3] Themenschwerpunkt: Das Internationale Einheitensystem (SI), PTB-Mitteilungen **117**, (2007), 148–182

[4] B. R. L. Siebert und J. Stenger: Units, Handbook of Metrology (2010), 9–32

[5] V. Kose, B. R. L. Siebert und W. Wöger: General principles for the definition of the base units in the SI. *Metrologia* **40**, (2003), 146–53

[6] Draft Chapter 2 for SI Brochure, following redefinitions of the base units. Herunterladbar von der BIPM Hauptseite: [http://www.bipm.org/utis/en/pdf/si\\_brochure\\_draft\\_ch2.pdf](http://www.bipm.org/utis/en/pdf/si_brochure_draft_ch2.pdf)

[7] R. L. Steiner, E. R. Williams, R. Liu, D. B. Newell: Uncertainty improvements of the NIST electronic kilogram, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **56**, (2007), 592–596

[8] I. A. Robinson and B. P. Kibble: An initial measurement of Planck's constant using the NPL Mark II watt balance. *Metrologia* **44**, (2007), 427–40

[9] P. Becker, P. De Bièvre, K. Fujii, M. Gläser, B. Inglis, H. Lübbig und G. Mana: Considerations on future redefinitions of the kilogram, the mole and of other units. *Metrologia* **44**, (2007), 1–14

[10] B. Andreas et al.: *Phys. Rev. Lett.* **106** (2011) 030801

[11] P. J. Mohr, B. N. Taylor and D. B. Newell: CODATA recommended values of the fundamental physical constants 2006. *Rev. Mod. Phys.* **80**, (2008) 633–698 Siehe auch: <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/>

[12] JCGM: Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement, JCGM 100 (2008)  
JCGM: Evaluation of measurement data – An introduction to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” and related documents, JCGM 104 (2009)  
JCGM: Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Propagation of distributions using a Monte Carlo method, JCGM 101 (2008). <http://www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html>

[13] CGPM: Resolution 12. Resolutions adopted by the 23<sup>rd</sup> General Conference on Weights and Measures (2007). Herunterladbar von der BIPM Hauptseite: [www.bipm.org/utis/en/pdf/Resol23CGPM-EN.pdf](http://www.bipm.org/utis/en/pdf/Resol23CGPM-EN.pdf)

[14] P. J. Mohr and B. N. Taylor: CODATA recommended values of the fundamental physical constants 1998. *Rev. Mod. Phys.* **72**, (2000) 351–495 und *J. Phys. Chem. Reference Data* **28** (1999) 1713–1852

[15] J. L. Flowers und B. W. Petley: Fundamental constants. *Handbook of Metrology*, (2010) 33–73

[16] M. J. T. Milton, J. M. Williams und A. B. Forbes: The quantum metrology triangle and the redefinition of the SI ampere and kilogram; analysis of a reduced set of observational equations, *Metrologia* **47**, (2010) 279–286

[17] D. W. Marquardt: An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *J. Soc. Industrial Appl. Math.* **11**, (1963) 431–441

[18] W. Wöger: Die Bedeutung der Präzisionsbestimmung der Naturkonstantenwerte und verbundene Probleme. Vorträge des 33. PTB-Seminars, PTB-Bericht, PTB-E-18, Braunschweig 1981, ISSN 0341-6674.



## Vollversammlung für das Eichwesen 2011

### I Allgemeiner Teil

Der Vizepräsident der PTB, Prof. Dr. Peters, eröffnete die 143. Vollversammlung für das Eichwesen (VV) am 23. November 2011 und moderierte die allgemeine Vortragsveranstaltung.

Herr Dr. Ulbig (PTB) informierte in seinem Vortrag „Gesetzliches Messwesen in Europa: Wie geht es weiter?“ über die Ergebnisse des Revisionsprozesses der Europäischen Messgerätrichtlinie (MID) und die Möglichkeiten, dem eingetretenen Stillstand bei den weiteren Harmonisierungsbestrebungen entgegenzuwirken. Herr Dr. Leffler (BMW) stellte in seinem Vortrag „Überlegungen des BMW zur Neugestaltung des gesetzlichen Messwesens“ den Stand und das weitere Vorgehen zur neuen nationalen Ausgestaltung des gesetzlichen Messwesens seitens des BMW dar. Über ein „Nationales Bewertungsverfahren zur Anerkennung als benannte Stelle“ referierte Herr Dr. Wolf (DAkkS). In seinem Vortrag „Eichpflichtige Messung: Verantwortlichkeiten der Messgerätehersteller & -verwender“ erläuterte Herr Dr. Mengersen die Verantwortlichkeiten der Hersteller und Verwender bei zunehmender Komplexität von Messgeräten und deren Zusatzeinrichtungen. Besondere Forderungen ergeben sich hierbei an die von Herstellern bereitzustellenden Unterlagen.

Die Präsentationen sind über [www.ptb.de](http://www.ptb.de) – „Publikationen“ – „Publikationen des gesetzlichen Messwesens“ abrufbar.

### II Arbeitssitzung

Den Vorsitz der Arbeitssitzung führte Herr Prof. Dr. Peters. Erstmals nahmen Herr Zimmermann als neuer Leiter des Landesamts für Mess- und Eichwesen Rheinland-Pfalz und Herr Riedel als kommissarischer Leiter des Staatsbetriebs für Mess- und Eichwesen Sachsen an der VV teil. Herr Mengersen, Leiter der PTB-Arbeitsgruppe Q.31 „Gesetzliches Messwesen“, wurde unter Würdigung seiner konstruktiven Mitarbeit in der VV und deren Arbeitsausschüssen verabschiedet. Zukünftig wird diese Arbeitsgruppe durch die Mitarbeit von Frau Knopf verstärkt. Die Leitung der PTB-

Arbeitsgruppe 1.31 „Geschwindigkeitsmessgeräte“ hat Herr Märtens übernommen.

Nach Annahme der Tagesordnung wurden die Tätigkeitsberichte der Vollversammlungsausschüsse (VV-AA) „Wasserzähler“, „Wärmezähler“, „Gasmessung“, „Elektrizitätsmessung“, „Volumenmessanlagen“, „Lagerbehälter und deren Messgeräte“, „Waagen und Gewichtstücke“, „Stationäre Geschwindigkeitsmessanlagen / Rotlichtüberwachungsanlagen“, „Getreideanalytik“, „Abgasmessgeräte“, „Software“, „Druck“, „Qualitätsmonitoring“ und „Thermische Energiemessung bei Gasen“ zustimmend zur Kenntnis genommen. Der VV-AA „Thermische Energiemessung bei Gasen“ hat die ihm übertragene Aufgabe erfolgreich bearbeitet und wurde aufgelöst. Die Arbeiten der VV-AA „Qualitätsmonitoring“ und „Eichrechtkonforme Zeitzeichenempfänger“ ruhen bis auf weiteres und werden bei Bedarf wieder aufgenommen. Alle anderen VV-AA arbeiten gemäß Aufgabenstellung und Zielsetzung weiter.

Anforderungen für On-Board-Messgeräte der Bahnstrommesstechnik werden vom VV-AA vorerst nicht erarbeitet, da es laut Aussage der Deutschen Bahn AG und entsprechender Messgerätehersteller faktisch keinen Anwendungsbereich außerhalb des europäisch geregelten Eisenbahnsystems gibt. Die PTB-Anforderungen (PTB-A) 18.3 „Geschwindigkeitsmessgeräte in Kraftfahrzeugen“ wurden neu gefasst und ersetzen die bisherige Ausgabe [1].

Die VV stimmte den überarbeiteten Technischen Richtlinien (TR) W 19 „Befundprüfung durch Eichbehörden oder staatlich anerkannte Prüfstellen“, sowie den neu erstellten G 15 „Gasabrechnung – Flüssiggas“, K 8 „Richtlinie zu Auswahl und Einbau von Temperaturfühlern von Wärme- und Kältezählern in Verwendung der Haustechnik mit der oberen Mediumtemperatur von 130 °C“ und K 9 „Inbetriebnahme von Wärme- und Kältezählern“ zu [1]. Die neuen Ausgaben ersetzen die bisherigen.

Aufgenommen in die Liste der anerkannten Regeln der Technik nach der Eichordnung wurden das Arbeitsblatt W 406 und das zweite Beiblatt zum Arbeitsblatt G 685 des Deutschen Vereins des Gas- und Wasserfaches e.V. (DVGW) [2].



Die VV bestätigte die überarbeiteten und vorgestellten Prüfanweisungen GM-P 10 SWE „Gesetzliches Messwesen – Prüfanweisung für Selbsttätige Waagen für Einzelwägung“ und GM-P 10 SWT „Gesetzliches Messwesen – Prüfanweisung für Selbsttätige Waagen zum Totalisieren“ [3].

Sogenannte T50 Wasserzähler (Wasserzähler für eine max. Wassertemperatur von 50 °C) können künftig durch das Verfahren zur Stichprobenprüfung zur Verlängerung der Eichgültigkeitsdauer von Wasserzählern in ihrer Eichgültigkeitsdauer verlängert werden, sofern sie ausschließlich als Hauswasserzähler in Leitungen zur Trinkwasserversorgung eingebaut sind.

Die nächste VV wird am 28. November 2012 in Braunschweig stattfinden.

[1] Die PTB-Anforderungen und Technischen Richtlinien können als pdf-Datei von der Homepage der PTB ([www.ptb.de](http://www.ptb.de)) unter der Rubrik „Publikationen“, „Publikationen des gesetzlichen Messwesens“ heruntergeladen

oder bezogen werden vom  
 Buch Express  
 Geranienweg 53 A  
 22549 Hamburg  
 Tel: 040 / 800 1722  
 Fax: 040 / 800 1422  
 Homepage: [www.deutscher-eichverlag.de](http://www.deutscher-eichverlag.de)

[2] DVGW Arbeitsblätter können von der WVGW

Wirtschafts- und Verlagsgesellschaft Gas und Wasser GmbH  
 Josef-Wirmer-Straße 3,  
 53123 Bonn  
 Homepage: [www.wvgw.de](http://www.wvgw.de)  
 bezogen werden.

[3] Die Prüfanweisungen (GM-P) können von der

Deutsche Akademie für Metrologie (DAM)  
 beim Bayerischen Landesamt für Maß und Gewicht (LMG)  
 Franz-Schrank-Straße 9,  
 80638 München  
 E-Mail: [dam@lmg.bayern.de](mailto:dam@lmg.bayern.de)  
 Homepage: [www.dam-germany.de](http://www.dam-germany.de)  
 bezogen werden. ■

**Arbeitsgruppe Q.31, Gesetzliches Messwesen**